

ÉLÉMENTS
DE
GÉOMÉTRIE PRATIQUE,

Par M. DUPUY fils, Aide-Professeur aux Écoles Royales de l'Artillerie de Grenoble, & Professeur Royal en survivance.

TOME SECOND.



A GRENOBLE,
Chez FRANÇOIS BRETTE, Libraire, Place Saint-André.

M. DCC. LXXIV.
Avec Approbation & Privilege du Roi.



TABLE

De ce qui eſt contenu dans ce Volume.

CHAPITRE PREMIER.

CHAPITRE II.

CHAPITRE III.

CHAPITRE IV.

CHAPITRE V.



ÉLÉMENTS
DE LA
GÉOMÉTRIE PRATIQUE.

CHAPITRE PREMIER.
DES PIQUETS.

PROBLÊME PREMIER.
Tracer un alignement ſur le terrein.

SOLUTION.

FAITES planter un piquet en un point quelconque B; éloignez-vous du point B de vingt-cinq à trente pas; faites prendre au ſervant quatre ou cinq piquets, plus ou moins, ſuivant la longueur de l'alignement que vous voulez tracer; envoyez-le au-delà du piquet B, & lorſqu'il ſera à la diſtance de vingt à trente pas de ce point, faites-lui ſigne de ſe jeter ſur FIG. 1.

la droite ou ſur la gauche, juſqu'à ce que l'œil placé en A voie le piquet B cacher entiérement le piquet C. On ſent combien il eſt eſſentiel dans cette opération, que le ſervant fixe toujours l'œil ſur celui qui dirige l'alignement, qu'il n'échappe aucun des ſignes qui lui ſont faits, ſoit avec la main, ſi la diſtance eſt petite, ou avec le chapeau, ſi elle devient grande. Lorſqu'on ſera aſſuré de l'alignement, un ſignal convenu de la main ou du chapeau, indiquera au ſervant qu'il faut planter le piquet dans cette derniere poſition.

Il eſt aiſé d'appercevoir que l'opération eſt abſolument la même lorſqu'il s'agit de placer entre deux piquets donnés, pluſieurs piquets dans le même alignement.

REMARQUE.

Fig. 2. PLUSIEURS raiſons doivent déterminer à éloigner de vingt-cinq ou trente pas du premier piquet, celui qui dirige l'alignement. Voici la plus eſſentielle.

Quel que ſoit le diametre des piquets, il eſt à très-peu près le même pour tous.

Suppoſons que celui qui dirige l'alignement, ſe fixe au point A, diſtant du premier piquet C ſeulement de trois ou quatre pas, pour faire placer d'autres piquets, il ne pourra diriger ſon rayon

vifuel au-delà du piquet C, que fuivant les deux tangentes AH & AI; en forte que ce piquet cachera à l'œil l'efpace HCI, dans lequel on pourroit placer plufieurs piquets E, F & D, qui paroîtroient d'alignement, & qui cependant en feroient éloignés. Cette erreur d'optique provenant de ce que ce piquet C, dans cette courte diftance, couvre à l'œil un trop grand champ, il fuffit pour la rectifier, d'obtenir une moindre divergence des rayons vifuels; & l'on y parviendra en s'éloignant très-fenfiblement du point A qu'on avoit d'abord choifi.

Suppofons donc que l'on fe foit tranfporté à la pofition B, alors l'angle KBL devenant plus aigu, les piquets placés en dedans de l'efpace KBL, s'éloigneront peu de la vraie direction, & l'alignement BCD fera bien plus exact.

Il faut donc néceffairement, pour fixer un alignement fur le terrein, fe pofter à une diftance affez confidérable du premier piquet; mais on comprend affez que cette diftance varie comme les forces de vue de ceux qui operent. Une autre obfervation non moins effentielle, c'eft de prendre l'alignement un peu au-deffus du pied des piquets, de préférence à leur

tête, parce qu'il arrivera toujours difficilement que ces piquets ſoient plantés dans une direction exactement verticale. Pour rendre cela ſenſible, ſi le piquet B dérive à droite ou à gauche de la verticale, il formera avec cette ligne un angle quelconque FBN, qui ſera bien moins ſenſible dans l'ouverture GO, un peu au-deſſus du pied, que vers la tête du piquet; & ces dérivations multipliées dans la longueur de l'alignement, formeroient une erreur très-conſidérable, qui le ſera moins en dirigeant les rayons viſuels un peu au-deſſus du pied des piquets.

Fig. 1.

Si l'alignement étoit conſidérable, & que du point A, par exemple, l'on ne pût facilement diſtinguer le pied des piquets, il faudroit attacher à un pied & demi vers leur extrêmité inférieure, des feuilles de papier D & E; ce papier tranchant ſur la couleur du terrein, fera bien appercevoir le pied des piquets.

Parvenu à tracer une ligne droite ſur le terrein, il faut alors la meſurer. Cette opération s'exécute avec une chaîne de fer de cinq à ſix toiſes de longueur; cette chaîne eſt compoſée de petites verges de fer, dont chacune a un pied de longueur; un anneau de cuivre placé après

fix de ces verges, marque la toife ; & chaque anneau plus petit, auffi de cuivre, qu'on trouve après chaque verge, diftingue le pied.

PROBLÊME SECOND.

L'on propofe de mefurer une ligne AB *fur un terrein horizontal.*

SOLUTION.

FAITES prendre aux deux fervants les extrêmités de la chaîne ; donnez plufieurs petits piquets à celui qui doit être le plus éloigné du piquet par où l'on veut commencer à mefurer ; placez le premier fervant au piquet A où il fixera le premier anneau de cuivre qui diftingue les toifes ; tranfportez-vous à quelque diftance du point A, par exemple, au point C, commandez au fecond fervant de tendre la chaîne, & de faire attention aux fignes que vous lui ferez. FIG. 3.

Lorfque le poignet du fecond fervant & le piquet fe trouveront à peu près d'alignement, levez & abaiffez la main. A ce figne il donnera deux ou trois fecouffes à la chaîne, en l'élevant & l'abaiffant fubite-

ment. Cette opération faite, il placera un petit piquet à côté de l'anneau de cuivre D: alors le premier ſervant ira au point D, & le ſecond ſe placera comme dans l'opération que nous venons d'indiquer.

. La ſeconde chaîne DE étant diſpoſée comme ci-deſſus, le premier ſervant emportera le piquet D, & ſucceſſivement les piquets E, F & G; les toiſes & les pieds diſtingués dans la chaîne, indiqueront l'intervalle G B, & le nombre des piquets que le premier ſervant aura dans la main, exprimera le nombre de chaînes contenu dans A B.

Remarque.

Lorſque l'on eſt obligé de meſurer une grande diſtance, après cinq à ſix chaînes, c'eſt-à-dire à la diſtance de cinquante à ſoixante toiſes, ſi la chaîne contient dix toiſes, les deux ſervants paroiſſent tellement rapprochés, qu'il n'eſt plus poſſible de les aligner ; alors celui qui conduit l'opération, doit s'approcher & continuer de même en ſuivant les ſervants, & ſe tenant toujours en arriere du premier, de vingt-cinq à trente pas. C'eſt dans cette opération qu'il eſt eſſentiel d'appercevoir les pieds des piquets ; ce qui ſera facile,

en y fixant des feuilles de papier.

Lorſque par le moyen des piquets ſeulement l'on ſe propoſe de déterminer des diſtances, ou de mener des paralleles, l'on ne doit rien négliger ; & je puis aſſurer, d'après l'expérience que j'en ai faite, que la plus grande partie des erreurs que l'on commet dans la pratique, viennent du peu de précaution que l'on prend, ſoit en fixant les alignements, ſoit dans les lignes que l'on eſt obligé de meſurer.

PROBLÊME TROISIEME.

L'on propoſe de déterminer la diſtance AD *acceſſible ſeulement par l'une de ſes extrêmités* D.

SOLUTION.

SUPPOSONS, par exemple, qu'une riviere ou un marais ſépare les deux points A & D. FIG. 4.

Faites planter un piquet au point D ; éloignez-vous de ce point de vingt à trente toiſes : par exemple, vers C, plantez un piquet à ce point, & prolongez exactement la ligne CD ; meſurez ſur le prolongement DE une partie DE égale à DC ; plantez un piquet au point E, & vérifiez l'alignement CDE ; prenez

ſur CA un point quelconque B, faites-y planter un piquet, & meſurez exactement la ligne BD; prolongez BD, & meſurez ſur le prolongement une partie DF égale à BD; plantez un piquet au point F, & vérifiez l'alignement BDF; prolongez exactement la ligne EF; plantez pluſieurs piquets ſur cette ligne, pour en fixer la ſituation; marchez ſur EFG, juſqu'à ce que vous ayez trouvé un point G d'alignement avec les points D & A, & avec les points F & E; le point G fixera ſur le prolongement de AD une partie DG égale à DA.

Cette opération ſuppoſe, 1.° Que l'on peut meſurer ſur tout le terrein qu'occupe DG. 2.° Que le terrein eſt à peu près horizontal. Mais l'on ne rencontre que très-rarement de ces poſitions: d'ailleurs la ligne inacceſſible peut avoir deux ou trois cents toiſes; & dans ce cas il eſt bien rare de trouver des terreins aſſez unis pour pouvoir meſurer librement une diſtance auſſi conſidérable; alors l'on ſe ſervira de la pratique ſuivante.

Fig. 5. Soit donc une ligne BA de deux ou trois cents toiſes qu'il s'agit de meſurer;

Plantez un piquet au point B; éloignez-vous de ce point de cinquante à ſoixante

toises; plantez un piquet C à cette distance, prolongez l'alignement BC ; & sur le prolongement BD, mesurez une partie exacte de CB, c'est-à-dire la cinquieme, sixieme, &c. partie, suivant que la ligne BA que l'on propose de déterminer, sera plus ou moins grande.

Supposons, par exemple, que CB étant de soixante toises, BD soit de dix toises, qui en est la sixieme partie; plantez le piquet D & vérifiez l'alignement CBD.

Choisissez un point quelconque G sur la ligne CA; plantez un piquet à ce point, & mesurez exactement GB ; prolongez cette ligne, & prenez sur le prolongement BE, une partie BE égale à la sixieme partie de GB ; plantez un piquet au point E, & vérifiez l'alignement GBE ; prolongez la ligne DE; plantez plusieurs piquets sur ce prolongement ; marchez sur la ligne DE jusqu'à ce que vous trouviez un point F d'alignement avec les points B & A ; vérifiez exactement les deux alignements FED & FBA ; mesurez FB qui sera la sixieme partie de BA ; en sorte que FB étant, par exemple, de quarante toises, BA sera de deux cents quarante.

DÉMONSTRATION.

Les lignes BD & BE étant par la construction la sixieme partie des lignes BC & BG, il en résulte que les quatre lignes sont proportionnelles ; mais les angles DBE & GBC sont égaux comme opposés au sommet, donc les triangles GBC & DBE sont semblables, ainsi les lignes DF & CA sont paralleles ; ce qui donne les triangles semblables DBF & ABC, & par conséquent la proportion BD : BC :: BF : BA ; or BD égale un sixieme de BC ; donc BF égale un sixieme de BA. (c.q.f.d.)

REMARQUE.

Dans le problême précédent, la ligne DE a fixé la partie BF ; ainsi le prolongement de cette ligne doit être bien exact pour que le résultat le soit aussi ; mais plus l'intervalle qui séparera les deux piquets D & E sera grand, plus il sera aisé de perfectionner le prolongement EF. Or la partie DE deviendra d'autant plus grande, que le point G sera plus éloigné du point C ; d'où nous conclurons que bien qu'à la rigueur l'on puisse prendre le point G dans un des points quelconques

de CA, cependant pour la justesse de l'opération, il faudra le fixer le plus loin qu'il sera possible du point C.

PROBLÊME QUATRIEME.

L'on propose d'élever une perpendiculaire à l'extrêmité C *de la droite* CF.

SOLUTION.

Aux points F & C de la droite sur laquelle l'on se propose d'élever la perpendiculaire, faites planter deux piquets C & F; prenez sur CF une partie CD égale à trois toises; plantez un piquet au point D; prenez un cordeau long de six toises, marquez-en le milieu par un bout de ruban; attachez les deux extrêmités de ce cordeau aux piquets C & D par le point marqué dans le milieu; tirez le cordeau jusqu'à ce que les deux parties soient également tendues; plantez un piquet au point E que fixera cette tension; prolongez la ligne DE, & faites planter sur ce prolongement un piquet A quelconque; mesurez une partie AE égale à DE, & l'extrêmité de cette mesure sera un des points de la perpendiculaire. Vérifiez une FIG. 6.

ſeconde fois l'alignement DE, c'eſt delà que dépend la juſteſſe de l'opération : ſi au lieu de prendre une partie CD de trois toiſes, on l'eût priſe de deux, il auroit fallu ſe ſervir d'un cordeau de quatre toiſes ; en général le cordeau dont on ſe ſervira pour faire cette opération, doit être le double de la diſtance CD que l'on prend à volonté ſur la ligne CF.

DÉMONSTRATION.

LE triangle CDE étant équilatéral, chacun de ſes angles vaudra ſoixante dégrés ; mais l'angle AEC extérieur au triangle CDE, vaut les deux intérieurs oppoſés ; d'où nous concluons que cet angle eſt de cent-vingt dégrés : mais par la conſtruction EA eſt égal à CE, ce qui forme le triangle iſoſcele AEC ; & comme l'angle AEC du ſommet eſt de cent-vingt dégrés, ECA de la baſe ſera de trente ; mais DCE eſt de ſoixante : donc l'angle ACD ſera de quatre-vingt-dix dégrés : donc enfin la ligne AC eſt perpendiculaire à l'extrêmité de la ligne CF. (c. q. f. d.)

REMARQUE.

IL faut obſerver que plus la partie CD ſera grande, & par conſéquent plus le

cordeau aura d'étendue, plus l'opération sera exacte ; car à mesure que la ligne DE augmentera, le piquet D sera plus éloigné du point E, & par conséquent il sera plus facile de placer dans une même ligne droite les trois piquets A, E & D ; d'ailleurs s'il faut prolonger au loin la perpendiculaire, l'opération sera plus exacte à mesure que le piquet A sera plus éloigné du piquet C, qui est l'extrêmité de la ligne sur laquelle l'on veut élever la perpendiculaire. Nous allons donner, dans le Problême suivant, une méthode plus simple de faire cette opération.

PROBLÊME CINQUIEME.

L'on propose d'élever une perpendiculaire à l'extrêmité A *de la ligne* AB.

SOLUTION.

CHOISISSEZ un point D au-dessus de la ligne AB, éloigné de l'extrêmité A de cette ligne de trois à quatre toises ; prenez un cordeau de cette longueur ; faites une gance à l'une de ses extrêmités ; placez dans cette gance l'extrêmité du piquet D ; prenez l'autre extrêmité A du cordeau, FIG. 7.

& le tenant toujours également tendu, tournez autour du centre D jusqu'à ce que vous soyez arrivé au point C de la ligne AB ; plantez un piquet à ce point ; prolongez DC ; & le cordeau étant toujours fixé au point D, étendez-le sur le prolongement DE, il fixera le point E, qui sera un des points de la perpendiculaire. Il est inutile d'observer que plus le point D sera éloigné du point A, plus l'opération sera exacte ; parce qu'il sera plus aisé de fixer les prolongements. Remarquons de plus que quoique l'on soit le maître de prendre le point D dans une position quelconque, l'opération sera cependant plus exacte lorsque la ligne AD divisera à peu près l'angle EAC en deux également ; ainsi l'on jugera à vue d'œil la position de la perpendiculaire, & l'on prendra le point D à peu près dans le milieu de l'intervalle EAC, fixé par la perpendiculaire que l'on cherche, & par la droite AB.

Démonstration.

Puisque par la construction les trois lignes DC, DA & DE, sont égales, le point D est le centre de la circonférence qui passe par les trois points E, A & C,

ainſi EC eſt un diametre : donc l'angle EAC eſt droit, puiſqu'il a le ſommet à la circonférence, & qu'il eſt appuyé ſur les extrêmités du diametre : par conſéquent EA eſt perpendiculaire à l'extrêmité de la ligne AB (c.q.f.d.)

Il eſt pluſieurs méthodes, au moyen deſquelles l'on peut réſoudre ce Problême ; mais nous nous ſommes contentés de donner celles qui nous ont paru les plus expéditives & les plus ſûres.

COROLLAIRE.

LES deux Problêmes précédents conduiſent à une méthode pour déterminer la figure réguliere d'une maiſon ou des jardins, auxquels l'on donne ordinairement une forme rectangulaire. Suppoſons par exemple que l'on veuille tracer un jardin de vingt toiſes de longueur ſur dix-huit toiſes de largeur ; meſurez une ligne AG de dix-huit toiſes ; aux extrêmités A & G de cette ligne, faites planter deux piquets A & G, & de ces points élevez des perpendiculaires AC & GE ; donnez vingt toiſes à chacune d'elles, ce qui fixera l'extrêmité C & E du jardin ; diviſez AC & GE en deux également ; diviſez de même les lignes AG & CE, alors les deux lignes FIG. 8.

HD & BF détermineront le milieu des allées; prenez de droite ou de gauche la moitié de la largeur que vous voulez donner aux allées; plantez plusieurs petits piquets sur ces alignements; enfin du point V, & d'une ouverture égale à la moitié de la largeur de l'allée, décrivez une circonférence, alors les quarrés seront fixés & prendront la forme de la figure 8.

Le terrein sur lequel l'on opere doit être de niveau & bien dressé, c'est-à-dire labouré & hersé, pour avoir la facilité de tracer sur le terrein, & au moyen du cordeau, les lignes fixées seulement par les petits piquets. Cette derniere opération est des plus faciles: par exemple, *q x* étant déterminé par le moyen de deux piquets q & x, attachez une des extrêmités du cordeau au piquet q; fixez solidement ce piquet, transportez-vous au point x, levez ce piquet en laissant subsister le trou qu'il occupoit; enveloppez l'autre extrêmité du cordeau autour de ce piquet au moyen de deux ou trois tours, alors le cordeau sera plus petit que l'intervalle qx; forcez le piquet x de rentrer dans le trou qu'il occupoit, vous ne pourrez le faire qu'en donnant une forte

forte tenſion au cordeau. Nous n'inſiſterons pas davantage ſur ce Problême ; il doit être fort aiſé d'achever l'opération. Au reſte, l'on peut donner pluſieurs formes différentes à l'intérieur des jardins ; cette partie qui regarde la décoration, eſt abſolument étrangere à notre ouvrage : cependant nous obſerverons que le deſſein d'un parterre ou d'un jardin étant tracé ſur le papier, il ſera fort aiſé de le rapporter ſur le terrein. Cette opération ſe fait par des perpendiculaires qui diviſent le plan en pluſieurs parties, & que l'on rapporte par le moyen de l'échelle.

PROBLÊME SIXIEME.

L'on propoſe de déterminer la diſtance inacceſſible BA.

SOLUTION.

FAITES planter un piquet au point B ; Fig. 9.
de ce point élevez une perpendiculaire ſur BA ; fixez cette perpendiculaire par un piquet C, éloigné du premier de vingt ou trente toiſes ; prolongez BA, & prenez ſur le prolongement une partie BD égale à dix ou vingt toiſes ; plantez un

piquet au point D, & vérifiez l'alignement DBA; élevez la perpendiculaire DE; fixez cette perpendiculaire par plusieurs piquets. Cela posé, marchez sur l'alignement DE jusqu'à ce que vous trouviez un point E d'alignement avec les piquets C & A : plantez un piquet à ce point E, mesurez exactement DE & BC; alors le quatrieme terme de la proportion DE − BC : BC :: BD : BA, déterminera la distance inaccessible BA.

DÉMONSTRATION.

IMAGINONS la perpendiculaire CH, les deux triangles EHC & CBA seront semblables, puisque les côtés sont paralleles chacun à chacun : donc EH : HC :: CB : BA; mais EH = ED − DH = ED − BC & CH = BD substituant ces deux valeurs dans la proportion EH : HC :: CB : BA, nous aurons ED − BC : BD :: BC : BA ou ED − BC : BC :: BD : BA. (c.q.f.d.)

Cette méthode est simple & fort expéditive. Nous donnerons encore un Problême sur le même objet, parce qu'il se trouve des occasions où une solution peut s'appliquer avec plus de facilité qu'une autre.

PROBLÊME SEPTIEME.

L'on propose de déterminer la distance AB, *accessible seulement par l'une de ses extrêmités* B.

SOLUTION.

PLANTEZ un piquet au point B ; élevez de l'extrêmité B de la ligne BA la perpendiculaire BD ; mesurez sur cette perpendiculaire une distance de trente à quarante toises ; prenez la moitié de cette distance ; fixez-en le milieu par un piquet C ; vérifiez l'alignement BCD du point D ; élevez la perpendiculaire DE ; fixez par plusieurs piquets la position de cette ligne ; marchez sur l'alignement DE jusqu'à ce que vous trouviez un point E de la ligne DE d'alignement avec les points C & A ; plantez un piquet au point E, & la ligne DE sera égale à BA. FIG. 10.

DÉMONSTRATION.

LES deux triangles CDE & CBA sont parfaitement égaux, puisque les lignes DC & BC sont égales, que les lignes BA & DE sont paralleles comme étant toutes deux perpendiculaires sur la ligne BD, & que les deux angles DCE & ACB,

ſont oppoſés au ſommet ; ce qui donne DE = AB.

REMARQUE I.

Si la diſtance BA étoit conſidérable, il pourroit ſe rencontrer quelque obſtacle qui empêcheroit d'exécuter le Problême précédent ; pour le réſoudre dans tous les cas, l'on s'y prendra de la maniere ſuivante.

FIG. 11. Plantez un piquet au point B ; de ce point élevez la perpendiculaire BD ; meſurez exactement BD, & prenez ſur cette ligne une partie CD égale au tiers, au quart, ou à toute autre partie exacte de BD ; écrivez ſur un croquis le rapport de CD à BC ; c'eſt-à-dire, ſi BC eſt de trente toiſes, & que CD ſoit de dix, le rapport ſera 3 : 1 ; plantez un piquet au point C ; élevez du point D, extrêmité de BD, une perpendiculaire DE ; fixez par pluſieurs piquets la poſiſition de cette perpendiculaire ; marchez ſur l'alignement DE juſqu'à ce que vous trouviez un point E de cette ligne d'alignement, avec les points C & A ; vérifiez exactement les alignements DE & ECA, alors ED ſera par rapport à AB ce que DC eſt à BC ; c'eſt-à-dire que DC étant

le tiers de BC, DE fera le tiers de BA. Il ne reste donc plus qu'à mesurer DE & à multiplier par 3 le nombre de toises qu'il contiendra ; le produit sera la distance demandée.

DÉMONSTRATION.

LES lignes DE & AB étant toutes deux perpendiculaires à une même ligne, sont paralleles, d'ailleurs DCE = ACB (Prob. VII.) ; donc les triangles DCE & BCA sont semblables & donnent DC : CB :: DE : AB ; mais DC par la construction est le tiers de BC : donc DE sera le tiers de BA. Il en seroit de même pour toute autre partie. (c. q. f. d.)

REMARQUE II.

DANS toutes les opérations que nous venons de faire, nous avons supposé que le terrein étoit horizontal ; mais cette hypothese arrive rarement, & l'on est presque toujours obligé d'opérer sur des terreins qui ne sont point horizontaux. Voici dans ce cas la méthode qu'il faut suivre.

Supposons, par exemple, que l'alignement marqué par les trois piquets A, H & R, traverse un creux AHR, & qu'il FIG. 12.

faille meſurer la ligne terminée par les trois piquets.

La pente peut être roide ou douce; dans le premier cas, faites placer un des ſervants à l'extrêmité A, tenant l'anneau de cuivre de la chaîne contre le pied du piquet ; ne donnez qu'une toiſe de longueur à la meſure ; donnez l'extrêmité de cette toiſe au ſecond ſervant, & placez-le dans l'alignement AHR ; levez ou abaiſſez la chaîne juſqu'à ce qu'à vue d'œil elle paroiſſe dans une poſition horizontale ; cela poſé, ayez un à plomb qui n'eſt autre choſe qu'un poids ſuſpendu à l'extrêmité d'un cordeau ; placez l'extrêmité du cordeau contre l'anneau de la chaîne que tient le ſecond ſervant, le poids indiquera ſur la pente le point C de la verticale ; plantez un petit piquet à ce point C, alors le premier ſervant viendra au point C, & l'on continuera l'opération juſqu'au bas du creux.

La partie AHI étant meſurée, le premier ſervant doit avoir l'à plomb, & ce ſera le ſecond ſervant qui poſera contre terre l'extrêmité de la toiſe ; le premier tiendra l'extrêmité du cordeau contre l'anneau de cuivre de la chaîne ; & le ſecond

ſe placera dans l'alignement : alors le premier ſervant diſpoſera la chaîne horizontalement, & dira au ſecond de tirer ou d'avancer l'extrêmité de la toiſe juſqu'à ce que le corps ſuſpendu à l'extrêmité de l'à plomb ſe trouve ſur le petit piquet placé au point I, & l'on continuera de même juſqu'au point R.

Nous ne nous ſommes ſervis que d'une toiſe pour meſurer le creux propoſé, cela dépend abſolument de la pente.

En général l'on aura ſoin que la chaîne ne courbe pas conſidérablement ; ce que l'on évitera, en prenant une petite partie.

Si l'on vouloit exactement avoir la diſtance horizontale de ce creux, il faudroit ſe ſervir d'une regle de bois de la longueur d'une toiſe ; l'on feroit ſuſpendre l'à plomb à l'extrêmité de la regle, & l'on diſpoſeroit la regle horizontalement, par le moyen d'un niveau de maçon ; c'eſt-à-dire que la regle d'une toiſe ſeroit ſubſtituée à la chaîne ; mais l'opération ſe feroit toujours comme nous venons de l'indiquer. Cependant dans l'uſage ordinaire, c'eſt-à-dire lorſqu'il s'agit de déterminer une diſtance, la premiere méthode d'approximation eſt ſuffiſante. Il ne reſte plus qu'à prouver que la

ſomme des lignes AB, CD, EF, &c. ſera égale à l'horizontale AR′.

DÉMONSTRATION.

Les lignes AB, CD, EF, étant horizontales, ſont perpendiculaires aux verticales BC, DE, &c. : donc, en imaginant ces verticales prolongées jusqu'à l'horizontale AR′, les parties AB, BA′, A′B′, &c., feront égales aux parties AB, CD, EF ; mais la ſomme des premieres compoſe l'horizontale : donc la ſomme des dernieres ſera auſſi égale à AR′. Ainſi meſurer une ligne inclinée ſuivant cette méthode, c'eſt prendre réellement la diſtance horizontale, compriſe entre l'extrêmité de la perpendiculaire abaiſſée du ſommet de la pente ſur le plan horizontal, & l'extrêmité de cette pente ; enfin en imaginant un triangle rectangle, dont l'hypothenuſe ſoit la pente, c'eſt meſurer la baſe de ce triangle. Nous ferons voir dans le traité de la Planchette, que c'eſt une erreur de meſurer autrement, ſurtout ſi les pentes ſont conſidérables.

PROBLÊME HUITIEME.

L'on propoſe de prolonger la ligne AB *à travers un obſtacle* X.

SOLUTION.

PLANTEZ deux piquets aux extrêmités A & B de cette ligne ; du point B, élevez la perpendiculaire BE que vous prolongerez juſqu'à ce que d'un point E de cette perpendiculaire, vous puiſſiez appercevoir l'autre face de l'obſtacle X ; plantez un piquet au point E, & de ce point élevez ſur BE la perpendiculaire ED ; plantez pluſieurs piquets ſur cette perpendiculaire ; prolongez ED juſqu'à ce que du point D vous puiſſiez appercevoir la troiſieme face de l'obſtacle ; du point D élevez une perpendiculaire DC ; meſurez BE, & prenez ſur DC une partie DC égale à BE ; plantez un piquet au point C, & de ce point élevez ſur DC la perpendiculaire CF ; plantez pluſieurs piquets ſur cette ligne, elle ſera le prolongement de AB. FIG. 13.

DÉMONSTRATION.

LES deux lignes BE & CD étant égales, & toutes les deux perpendiculaires ſur

DE, il s'enſuit que CB & ED ſont paralleles : donc les prolongements de la ligne BC, doivent être perpendiculaires ſur les deux lignes EB & CD ; mais les lignes AB & CF ſont perpendiculaires aux extrêmités des deux lignes BE & CD : donc elles ſont les mêmes que ces prolongements : donc la ligne ABCF eſt une ligne droite.

Nous devons avertir que cette méthode ne peut s'appliquer que lorſqu'il s'agira de prolonger une ligne à travers un petit obſtacle. Il ne faut jamais perdre de vue que ce qui eſt poſſible ſur le papier avec la regle & le compas, devient très-ſouvent impoſſible ſur le terrein ; du moins les réſultats conduiſent à des erreurs, parce que l'opération exigeroit dans certains Problêmes une exactitude géométrique ; choſe impoſſible ſur le terrein, puiſque les points ſont les pieds des piquets, que les lignes ont toujours une largeur, & que les ſurfaces ne ſont jamais horizontales. Nous avancerons même que lorſque ſur le terrein le réſultat de l'opération aura conduit à une erreur de cinq pieds, & même de ſix, ſur cent toiſes, l'on doit être ſatisfait de l'opération ; & lorſque le réſultat eſt parfaitement égal aux lignes

que l'on veut déterminer, c'est un pur hasard.

Je ne parle que des opérations faites avec les piquets ; car lorsque l'on opere avec la planchette, une erreur de cinq pieds sur cent toises seroit trop considérable ; nous le prouverons lorsque nous traiterons cette partie. Revenons à notre sujet.

REMARQUE.

IL peut arriver que le terrein sur lequel on opere, ne permette pas de résoudre le Problême précédent. Supposons, par exemple, qu'un obstacle X empêche de prolonger la perpendiculaire élevée de l'extrêmité D de la droite BD : voici le procédé que l'on peut suivre. De l'extrêmité B de la droite AB, élevez la perpendiculaire BD ; choisissez un point D sur cette perpendiculaire, duquel vous puissiez appercevoir la partie GH cachée par l'obstacle ; prenez une partie DC de dix à vingt toises ; plantez un piquet au point C ; de ce point, & sur la ligne BD, élevez la perpendiculaire CFE ; prolongez cette perpendiculaire jusqu'à ce que de deux points F & E de cette ligne, vous puissiez appercevoir la partie GH cachée Fig. 14.

par l'obſtacle ; faites planter des piquets aux points F & E, & prolongez exactement les alignements DF & DE ; plantez plusieurs piquets ſur les prolongements FG & EH ; cela poſé, meſurez les parties DB, DC, DF & DE, & établiſſez cette premiere proportion DC : DB :: DF : DG ; calculez le quatrieme terme, que vous meſurerez de D en G ; plantez un piquet au point G ; établiſſez cette ſeconde proportion DC : DB :: DE : DH ; calculez le quatrieme terme DH, que vous meſurerez de D en H ; plantez un piquet H, alors la ligne GH ſera le prolongement de la ligne donnée AB.

DÉMONSTRATION.

Les lignes DB, DG & DH, étant proportionnelles aux lignes DC, DF & DE, les lignes CFE & BGH ſeront paralleles ; mais CFE eſt une ligne droite : donc auſſi BGH ſera une ligne droite ; mais CE eſt perpendiculaire ſur BD, donc BH ſera dans le même cas ; & comme la ligne AB eſt perpendiculaire à l'extrêmité de BD, BH ſera par conſéquent le prolongement de AB (c. q. f. d.).

Cette pratique, ainſi que la précédente, ne doit s'exécuter que lorſque les obſta-

cles qui empêcheront de prolonger la ligne donnée, ne feront pas confidérables; comme, par exemple, lorfque l'on propofera de prolonger un chemin ou une allée au-delà d'une maifon, ou d'une petite monticule.

PROBLÊME NEUVIEME.

L'on propofe de déterminer la diftance entiérement inacceffible AB, *& de lui mener une parallele par le point* C.

SOLUTION.

CHOISISSEZ un point F à volonté fur la ligne CA; plantez un piquet à ce point, & élevez la perpendiculaire FI; placez plufieurs piquets fur cette perpendiculaire; donnez-lui cinquante à foixante toifes, & terminez cette diftance par le piquet I; ôtez tous les piquets qui font placés fur la perpendiculaire entre les piquets F & I; prolongez FA de dix à quinze toifes; placez un piquet K à l'extrêmité de cette mefure; du point K, élevez fur KA une perpendiculaire; marchez fur cet alignement jufqu'à ce que vous trouviez un de ces points L d'alignement avec les piquets I & B; Fig. 15.

placez un piquet au point L, & ôtez tous les piquets qui se trouveront entre les points K & L. Jusqu'ici il n'y a que les quatre piquets F, K, L & I, qui doivent demeurer en place.

Cela posé, placez sur la perpendiculaire FI deux piquets G & H dans l'alignement des piquets K & B, L & A; considérez attentivement la figure qui est tracée sur le terrein, & distinguez les triangles KAL & KBL; tracez cette figure sur un papier; mesurez exactement les lignes KL, FH, GI & KF; écrivez leur mesure sur les lignes correspondantes du croquis: alors dans le triangle KAL, FH étant parallele à KL, donne cette proportion KL − FH : KL :: KF : KA; calculez-en le quatrieme terme; écrivez sur le croquis la distance KA de cette maniere, KA = *tant*: de même dans le triangle KBL, GI étant parallele à KL, donne cette proportion KL−GI : KL:: KG : KB; calculez-en le quatrieme terme, & écrivez le résultat sur le croquis.

Les deux distances KA & KB étant déterminées, mesurez KC; plantez un piquet au point C, & établissez cette proportion KA : KB :: KC : KT; calculez-en le quatrieme terme & mesurez le ré-

ſultat ſur KB, de K en T; placez un piquet au point T, alors la ligne CT, terminée par ces deux piquets, ſera parallele à la ligne inacceſſible AB; enfin le quatrieme terme de la proportion KC : CT :: KA : AB, donnera la diſtance inacceſſible AB.

DÉMONSTRATION.

Tous les triangles que nous venons de former, ſont ſemblables, donc les côtés ſont proportionnels; & comme les réſultats de l'opération ſont fondés ſur cette derniere propriété, il en réſulte que le problême eſt réſolu.

A cette méthode nous en joindrons une ſeconde; l'on ne ſauroit trop répéter les mêmes opérations de différentes manieres, pour acquérir de la facilité.

PROBLÊME DIXIEME.

L'on propoſe de déterminer la diſtance entiérement inacceſſible AB.

SOLUTION.

CHOISISSEZ un point quelconque C, où vous planterez un piquet; prolongez exactement les lignes BC & CA; FIG. 16.

placez plusieurs piquets sur les prolongements DC & CE. Cela posé, cherchez par le moyen des propositions précédentes, les distances CB & CA ; mesurez CB de C en D, & CA de C en E ; mesurez DE, le nombre de toises que contiendra cette ligne sera égal au nombre de toises que contient AB.

DÉMONSTRATION.

Les deux triangles BCA & DCE, sont parfaitement égaux, puisque les angles DCE & ACB sont égaux, comme opposés au sommet, & que les côtés AC, CB sont égaux aux homologues CE & CB : donc DE = AB.

REMARQUE I.

FIG. 17. Il peut arriver que la disposition du terrein ne permette pas d'étendre les opérations ; alors la résolution précédente seroit impossible, en suivant les procédés que nous avons indiqués. Pour résoudre le Problême d'une maniere générale, l'on se servira de la méthode suivante.

Choisissez un point C ; placez un piquet à ce point, & prolongez exactement les lignes BC & AC ; déterminez ces lignes, en les regardant comme accessibles,

cessibles, par l'une de leurs extrêmités C; prenez une partie exacte des lignes BC & CA, & mesurez ces parties sur les prolongements; ce qui fixera les points D & M; c'est-à-dire que si vous prenez la cinquieme partie de BC, il faudra prendre aussi la cinquieme de AC, & mesurer les deux parties de C en D, & de C en M, alors MD sera la cinquieme partie de AB.

DÉMONSTRATION.

LES angles DCM & ACB sont égaux; comme opposés au sommet, & les lignes DC & CM étant proportionnelles à leurs homologues AC & CB, il en résulte que les deux triangles DCM & ACB, sont semblables; mais DC par construction est le cinquieme de BC, dont DM sera aussi le cinquieme de AB (c. q. f. d.).

Il en seroit de même si au lieu de prendre le cinquieme des deux côtés AC & CB, l'on eût pris toute autre partie exacte de ces lignes.

REMARQUE II.

LES opérations que l'on fait, au moyen des piquets seulement, pourroient conduire à des erreurs considérables, si l'on n'apportoit tous les soins possibles pour bien

tracer les alignements & élever les perpendiculaires. Les distances que l'on doit mesurer doivent être prises avec exactitude ; la moindre erreur dans les mesures d'une base, en apporteroit une grande dans le résultat de l'opération : c'est surtout lorsque les lignes que l'on cherche doivent être multiples des lignes mesurées sur le terrein, que l'on doit apporter le plus grand soin à mesurer les lignes qui doivent être comparées.

Lorsque l'on place les piquets pour fixer des alignements, l'on doit les disposer le plus perpendiculairement possible ; ce que l'on pourra faire aisément par le moyen d'un à plomb : car si l'on place l'extrêmité du cordeau sur la tête du piquet, le poids attaché à l'autre extrêmité fera voir si le piquet est vertical : lorsqu'on lui aura donné cette position, on l'affermira, en pressant la terre contre son pied. Je ne saurois trop le répéter, il vaut mieux demeurer un temps plus considérable pour faire une opération, & être certain du résultat. Les commençants sur-tout ne doivent négliger aucune précaution, lorsqu'ils résoudront ces pratiques sur le terrein : il est même à propos de répéter deux ou trois fois la même

propoſition, pour ſe familiariſer avec les opérations, & acquérir de la facilité à juger au coup d'œil de quelle propoſition il eſt plus avantatageux de ſe ſervir, dans tel ou tel cas.

PROBLÊME ONZIEME.

L'on propoſe de diviſer un angle inacceſſible ABC *en deux également ; ou ce qui revient au même, l'on propoſe de fixer une ligne, dont le prolongement paſſe par le ſommet* B *de l'angle* ABC, *& diviſe cet angle en deux également.*

SOLUTION.

PROLONGEZ les côtés BA & BC de l'angle inacceſſible ; plantez des piquets E & M ſur les prolongements ; aſſurez-vous de cette derniere opération. Fig. 18.

De l'extrêmité E, élevez ſur EB une perpendiculaire EI ; meſurez ſur cette ligne ſoixante à ſoixante-dix toiſes, & fixez cet intervalle par le piquet I ; du point I, élevez la perpendiculaire IH ; placez pluſieurs piquets ſur cette nouvelle ligne ; prenez ſur EI un partie KI, égale au tiers, au quart, ou au cinquieme, &c., de KE ; placez un piquet

au point K, & cherchez ſur la perpendiculaire HI un point qui ſoit d'alignement avec les points K & B, alors IH ſera le tiers, le quart ou le cinquieme de BE; prolongez HI juſqu'à ce qu'il rencontre le prolongement du côté AB au point M; plantez un piquet à ce point; meſurez ſur MG une diſtance MG égale à BL; placez un piquet au point G; prenez ſur LG une partie LZ=BL, alors le point Z ſera un des points de la ligne qui doit diviſer l'angle inacceſſible en deux également; placez pluſieurs piquets d'alignement avec les points Z & B, & la ligne ZB diviſera l'angle inacceſſible en deux également.

DÉMONSTRATION.

Les droites BL & MG étant toutes deux perpendiculaires à la même ligne EI, ſont paralleles; mais MG par conſtruction eſt égale à BL: donc BM ſera auſſi égale & parallele à LG; par conſéquent BMGL ſera un parallelograme, mais par conſtruction LZ=BL: donc en imaginant ZY parallele à BL, la figure BYZL ſera un rhombe. Or dans le rhombe la diagonale diviſe en deux également les angles oppoſés: donc BZ diviſera en deux

également l'angle LBY ; mais ce dernier eſt égal à l'angle inacceſſible ABC, & lui eſt oppoſé par le ſommet ; par conſéquent le prolongement de BZ diviſera l'angle ABC en deux également. (c. q. f. d.)

L'on pourroit encore réſoudre ce Problême de la maniere ſuivante.

Fixez comme dans la méthode précédente le prolongement des côtés AC & BC de l'angle inacceſſible ; plantez des piquets aux points D & F ; & par quelques-unes des méthodes précédentes, déterminez les diſtances CD & CF ; établiſſez enſuite cette proportion DC+CF : DC : : DF : DE ; c'eſt-à-dire la ſomme des deux côtés eſt à l'un d'eux comme la baſe DF eſt à une partie, qui, étant méſurée ſur cette baſe depuis l'extrêmité du côté comparé, fixera un des points de la ligne, qui paſſera par le ſommet de l'angle inacceſſible, & le diviſera en deux également. Fig. 19.

DÉMONSTRATION.

Prenons ſur CB une partie CB=CF, & imaginons la ligne BF ; le triangle BCF étant iſoſcele, l'angle CBF ſera égal à l'angle CFB ; mais l'angle DCF eſt extérieur au triangle BCF, il vaut par con-

séquent les deux angles intérieurs opposés CBF & CFB : donc la moitié ECF de l'angle DCF, sera égale à l'un des angles CFB ou CBF : l'angle ECF est donc égal à l'angle CBF ; mais par leur position ils sont *internes externes* du même côté ; par conséquent dans la supposition où la droite CE divisera l'angle DCF en deux également, la ligne CE sera parallele à la ligne KF ; donc les côtés DB & DF seront coupés proportionnellement par cette droite, & l'on aura BD : DC :: DF : DE, mais BD = DC + CB ou DC + CF ; puisque par construction CB = CF : ainsi dans la proportion BD : DC :: DF : DE : si l'on substitue DC + CF à la place de BD, l'on aura DC + CF : DC :: DF : DE ; c'est-à-dire la somme des deux côtés connue, est à l'un de ces côtés comme la base du triangle est à une partie qui, étant portée sur cette base depuis l'extrêmité du côté que l'on compare, fixera sur cette même base le point qui résoudra la question.

Comme l'on est obligé de déterminer deux distances inaccessibles pour résoudre ce Problême par cette derniere méthode, il est facile d'appercevoir que les erreurs seront plus fréquentes que dans la premiere.

REMARQUE I.

LA capitale d'un baſtion étant une ligne qui diviſe en deux également l'angle flanqué, les deux propoſitions précédentes ſembleroient indiquer une méthode pour déterminer cette ligne ; mais pour fixer la capitale par le moyen des piquets ſeulement, il faut y apporter le plus grand ſoin, & ne pas compter ſur beaucoup de préciſion dans le réſultat ; ſur-tout ſi les opérations s'exécutent à quatre cents toiſes du corps de la place, un des grands inconvénients eſt le prolongement des faces. Il paroît par la théorie, que rien n'eſt ſi ſimple que de prolonger une ligne donnée à une diſtance conſidérable ; cependant cette opération exige beaucoup de ſoin. Voici de quelle maniere l'on peut en approcher en ſe ſervant des piquets.

Lorſque le ſoleil éclaire l'une des faces d'un ouvrage, & que l'autre ſe trouve dans l'ombre, l'oppoſition du grand clair à l'obſcur fera très-bien diſtinguer l'angle : alors placez un piquet dans un des points que vous ſoupçonnez appartenir au prolongement de la face éclairée ; éloignez-vous de quarante pas

au moins de ce piquet ; laiſſez un ſervant à la premiere poſition avec trois grands piquets ; regardez la face & le piquet que vous avez planté ; écartez-vous de quelques pas ſur la droite de la poſition où vous êtes, & continuez de marcher de ce côté juſqu'à ce que vous vous apperceviez que vous quittez le prolongement de la face ; alors faites ſigne au ſervant de placer un piquet à ce nouveau point.

Tranſportez-vous ſur la gauche de la premiere poſition, & faites planter un troiſieme piquet de maniere que le point où vous êtes & le troiſieme piquet commencent à s'écarter du prolongement de la même face ; alors le milieu de l'intervalle des deux piquets extrêmes, ſera le point où le prolongement de la face paſſera, à très-peu de choſe près.

Il peut arriver qu'à trois cents toiſes du corps de la place, l'on ne puiſſe pas appercevoir les faces du baſtion, ſur-tout ſi elles ſont à demi-revêtement ; alors l'on remarquera l'angle ſaillant du chemin couvert. Comme les deux branches ſont à égale diſtance des faces, la ligne qui diviſera l'angle ſaillant du chemin couvert, en deux également, diviſera

de même l'angle flanqué du baſtion ; il faudra donc faire ſur ces deux branches la même opération que nous venons d'exécuter ſur les faces.

L'on pourroit encore réſoudre cette queſtion de la maniere ſuivante. Ayez une échelle à trois pieds ; montez à ſon ſommet, & obſervez à vue d'œil le prolongement de la face ; faites planter un piquet au point où vous jugez que doit tomber ce prolongement ; approchez-vous de quelques pas de la face du baſtion ; conſidérez-la de nouveau, & faites planter un ſecond piquet dans l'endroit où vous jugez que le prolongement doit paſſer ; approchez-vous enfin de quelques pas encore, & faites planter un troiſieme piquet comme les deux premiers ; alors ſi les trois piquets ſont d'alignement, vous ſerez certain de l'opération ; s'ils ne ſont pas dans la même ligne, vous prendrez un alignement à travers les trois piquets, & vous aurez à peu de choſe près le prolongement de la face. Cette méthode, quelque compliquée qu'elle paroiſſe, eſt cependant aſſez expéditive ; elle eſt peut-être la ſeule dont on puiſſe ſe ſervir, lorſqu'on ne peut approcher qu'à une diſtance conſidérable du corps

de la place, ou lorſqu'on ne peut appercevoir les faces.

Telles ſont les méthodes que l'on peut employer pour prolonger les faces d'un baſtion. L'uſage ſeul eſt capable de former le coup d'œil pour apprécier les points qui répondent aux prolongements, ſur-tout lorſque l'on ne ſe ſert que des piquets. Au reſte, dans le Chapitre qui traitera de la Planchette, nous donnerons quelque choſe de plus ſatisfaiſant ſur cet objet.

Remarque II.

Fig. 20. S'il ne s'agiſſoit que de diviſer en deux également l'angle d'un bâtiment, ou tout autre dont le ſommet fût acceſſible, il ſuffiroit de prolonger les deux côtés AC & BC de l'angle; de fixer par un piquet E une partie CE du prolongement de BC; de porter enſuite CE ſur le prolongement de l'autre côté CA de C en F: alors plantez un piquet au point F; meſurez FE; prenez la moitié de cette diſtance; portez le réſultat de E ou de F en D, & le point D ſera un des points de la ligne dont le prolongement diviſera l'angle ABC en deux également.

DÉMONSTRATION.

LE triangle EBF étant iſoſcele par conſtruction, la ligne menée du ſommet ſur le milieu de la baſe diviſera l'angle du ſommet en deux également, & par conſéquent la même ligne diviſera l'angle oppoſé au ſommet en deux également (c. q. f. d.).

Juſqu'à préſent nous avons toujours trouvé les réſultats en faiſant les opérations mêmes. Mais il eſt encore une autre méthode d'opérer avec les piquets ; elle s'exécute en rapportant les opérations ſur le papier : & comme elle exige que l'on ſache conſtruire une échelle, nous allons nous en occuper dans le Problême ſuivant.

PROBLÊME DOUZIEME.

L'on propoſe de conſtruire une Echelle.

SOLUTION.

TRACEZ une ligne AE ſur le papier ; FIG. 21. diviſez cette ligne en un certain nombre de parties égales. Suppoſons, par exemple, que la ligne AE ſoit diviſée en quatre parties égales, AB, BC, CD, DE ; chacune de ces quatre parties exprimera

dix toiſes ; diviſez la premiere partie AB en dix parties égales ; chacune d'elles B, 1, 2, &c., exprimera une toiſe ; aux extrêmités A & E, élevez deux perpendiculaires AX & EG, & terminez-les par les parallcles XG & AE ; des points de diviſions B, C & D, menez des paralleles BZ, DS, à AX ; diviſez BZ en ſix parties égales ; & des points H, I, K, L, M, menez des paralles à la premiere ligne AE, ces paralleles diviſeront BZ en ſix parties égales.

La ligne AB étant diviſée en dix parties égales, marquez les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c., tels qu'ils le ſont dans la figure. Du point 9 au point X, extrêmités de la premiere perpendiculaire, menez la ligne 9X ; & par les points 8, 7, 6, 5, &c., menez des paralleles à cette premiere ligne.

USAGE.

SUPPOSONS que l'on veuille prendre un intervalle de vingt-cinq toiſes quatre pieds ; au moyen de cette Echelle.

Poſez la pointe du compas au point T qui ſe trouve au-deſſous de la diviſion 20 ; & vis-à-vis la diviſion 4 ouvrez le compas juſqu'à ce que l'autre pointe ſe trouve

dans le point où la parallele 5 coupe la transversale R ; & alors l'intervalle TR exprimera 25 toises 4 pieds.

DÉMONSTRATION.

DANS le triangle YBZ, les lignes M*q*, L*u* & K*p*, étant paralleles, divisent les côtés proportionnellement : donc B, 1 : 1 :: B, 2 : 2, *o* :: B, 3 : 3, P :: B, L : L*u*, &c., enfin :: BZ : ZY. Or B, 1 est la sixieme partie de BZ : donc la petite ligne 1 sera aussi la sixieme de ZY : donc 2, *o* sera les deux sixiemes ou le tiers, &c., de ZY ; mais ZY égale une partie que nous avons prise pour une toise : donc les petites lignes 1, 2, *o*, K*p*, &c., exprimeront un pied, deux pieds, trois pieds, &c. Maintenant TR = TL + L*u* + *u*R = 20 parties prises pour toises plus 4 pieds plus 5 toises : donc aussi TR sera de 25 toises 4 pieds. Il en seroit de même si l'on vouloit prendre telle autre quantité de toises & pieds ; nous ajouterons seulement la remarque suivante pour ce qui concerne les pouces.

REMARQUE.

PUISQUE HI ou IK exprime l'unité, la moitié d'une de ses parties sera $\frac{1}{2}$; la transversale qui seroit menée par le

milieu de IK, & qui se termineroit au milieu de *op*, vaudroit six pouces ; par conséquent si l'on vouloit prendre 25 toises 4 pieds 6 pouces, au lieu de poser la pointe du compas au point T, il faudroit à peu près la placer dans le milieu de l'intervalle TS, & ouvrir le compas jusqu'à ce que l'autre pointe se trouvât à peu près vers le milieu de la partie R ; alors cette distance sera celle de 25 toises 4 pieds 6 pouces. Si l'on vouloit prendre toute autre partie de pouce, il suffiroit de diviser à vue d'œil l'intervalle TS, ou tout autre intervalle, en autant de parties égales qu'il seroit nécessaire. Venons maintenant aux usages de cette échelle, pour rapporter sur le papier les opérations faites par le moyen des piquets sur le terrein.

PROBLÊME TREIZIEME.

L'on propose de déterminer la distance BA *accessible seulement par l'une de ses extrêmités.*

SOLUTION.

FIG. 22. PLANTEZ un piquet au point B ; de ce point élevez la perpendiculaire BD à

laquelle vous donnerez 30 à 40 toises ; placez un piquet au point D, & prenez une partie DC d'un nombre exact de toises ; élevez la perpendiculaire CE que vous terminerez à l'alignement DA par un piquet E ; mesurez exactement CE. Cela posé, tracez sur un papier & à vue d'œil le croquis de l'opération que vous venez de faire ; marquez exactement toutes les mesures, en formant sur le croquis une espece de tableau de cette maniere : BD=.... toises, CD=.... toises, CE=.... toises. Cela posé, menez sur le papier une ligne *bd*, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'Echelle que BD contient de toises sur le terrein ; prenez aussi une partie *dc* qui soit égale au nombre de toises que contient DC sur le terrein ; des points *b* & *c*, élevez deux perpendiculaires *ba* & *ce* ; portez sur *ce* un intervalle *ce* qui contienne autant de parties de l'Echelle que CE contient de toises sur le terrein ; par les points *d* & *e* menez une ligne *de* qui rencontrera la perpendiculaire *ba* au point *a* ; prenez l'intervalle *ba*, portez-le sur l'échelle, & le nombre des parties qu'il contiendra sera le nombre des toises, pieds, pouces que contient la ligne BA sur le terrein.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE les lignes mesurées sur le terrein sont proportionnelles à celles qu'on a menées sur le papier, il est clair que la figure tracée sur le papier sera semblable à celle du terrein : & comme *ce* contient autant de parties de l'échelle que CE contient de toises, nous conclurons que le nombre des parties de l'échelle que contiendra *ab*, sera le nombre de toises, pieds, pouces de AB sur le terrein. (c. q. f. d.)

PROBLÊME QUATORZIEME.

L'on propose de déterminer la position & le nombre de toises d'une ligne AB *entiérement inaccessible.*

SOLUTION.

FIG. 23. PLANTEZ un piquet au point H, & de ce point élevez sur HA la perpendiculaire HG; placez plusieurs piquets sur cette perpendiculaire; mesurez exactement une partie de 40 à 50 toises, & terminez cette mesure par un piquet G. Le nombre de toises que nous donnons à GH est arbitraire, cela dépend du plus ou moins de grandeur

grandeur de la ligne inacceſſible. Prenez ſur HA une partie de 10 à 20 toiſes, & plantez un piquet au point C ; du point C élevez la perpendiculaire CF, que vous terminerez à la ligne GB par un piquet F ; placez enfin ſur CF deux piquets D & E qui ſoient dans les alignements HB & AG. Cela poſé, meſurez exactement les parties HG, CD, DE & EF ; conſidérez attentivement la figure formée par ces lignes ſur le terrein ; faites-en le croquis, & notez exactement les parties meſurées. Maintenant, pour rapporter l'opération ſur le papier, tracez une ligne *hg*, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'échelle que HG contient de toiſes ſur le terrein ; de l'extrêmité *h*, élevez une perpendiculaire indéfinie *ha*, ſur laquelle vous prendrez *hc* qui contienne autant de parties de l'échelle que HC contient de toiſes ; du point *c* élevez la perpendiculaire *cf* proportionnelle à CF ; fixez de même la poſition des points *d* & *e* ; par le point *g* & le point *f*, menez une ligne indéfinie *gfb* ; enfin terminez les lignes *ha* & *gb* par les deux lignes *hdb* & *gea* ; menez la ligne *ab*, elle contiendra autant de parties de l'échelle que AB contient de

toises ; cette droite *ab* sera aussi la position de AB.

Rien ne seroit plus simple que de mener par cette méthode une parallele à la ligne inaccessible AB. Pour le faire, prenez sur *ah* une partie quelconque *hl*; par ce point *l*, & au moyen de l'équerre & de la regle, menez une parallele à la ligne *ab*, cette parallele *lk* rencontrera le côté *ga* au point *i*; prenez l'intervalle *ig*, & voyez combien il contient de parties de l'échelle ; écrivez sur le plan le nombre des parties de *hl* & de *gi*. Cela posé, prenez sur les alignements HA & GA autant de toises que contiennent de parties de l'échelle les deux distances *hl* & *gi*; plantez deux piquets L & I, ils fixeront la direction de la parallele.

DÉMONSTRATION.

LA démonstration de cette opération & des suivantes, se rapporte absolument à la précédente ; ce sont toujours des figures semblables que l'on trace sur le papier : ainsi le nombre des parties de l'échelle que contient une ligne que l'on a déterminée, & qui étoit le sujet du Problême, sera toujours le nombre de toises, pieds, pouces, &c., que contien-

dra la même ligne ſur le terrein, pourvu que la toiſe ſoit l'unité que l'on conſidere. Il en ſeroit de même ſi au lieu d'employer des toiſes, l'on ſe ſervoit de toute autre meſure. Nous terminerons ce Problême par l'obſervation ſuivante.

Dans le cas où l'on veut mener une parallele ſur le terrein à la ligne inacceſſible, on ne peut le faire par cette méthode ſur le terrein même, qu'en ayant une table portative & un étui de mathématique. Pour obvier à cet embarras, lorſque l'opération eſt terminée ſur le terrein, enfoncez de petits piquets aux extrêmités des lignes principales, & à la place qu'occupoient les grands piquets; ils ſerviront à reconnoître les points lorſque l'opération aura été faite ſur le papier, & qu'il s'agira de la rapporter ſur le terrein.

L'on pourroit encore, par le moyen de l'échelle, rapporter ſur le papier la poſition de tous les points qui forment la ſinuoſité d'une riviere; mais l'on ne doit jamais perdre de vue, que plus les opérations que l'on exécute avec les piquets ſont compliquées, plus il eſt aiſé de commettre des erreurs. Ainſi, ſans nous arrêter à ce Problême, nous nous contenterons de terminer la longimétrie par le

ſuivant ; il indiquera les procédés qu'il faut ſuivre pour continuer ſur le terrein des opérations déjà commencées.

PROBLÊME QUINZIEME.

L'on propoſe de rapporter ſur un plan la poſition de pluſieurs points A, B, C, O, P, Q.

Solution.

Fig. 24. PLANTEZ un piquet dans un point K ; prenez 10 à 12 toiſes ſur l'alignement KA, & placez un piquet D à l'extrêmité de cette meſure ; des points K & D, élevez ſur KA deux perpendiculaires KL & DI, que vous terminerez par deux piquets I & L, d'alignement avec le point C ; plantez ſur la perpendiculaire DI des piquets E, F, H & G dans l'alignement des points K & B, K & C, L & A, L & B. Cela poſé, meſurez exactement les parties DE, EF, FG, GH, HI, de même que les lignes KL & KD ; formez le croquis de l'opération, & écrivez dans un petit tableau toutes les différentes meſures, en les mettant à côté des lignes qu'elles repréſentent.

Otez tous les piquets qui ſont placés

ſur KL & DI, & ne laiſſez ſubſiſter que les deux piquets L & I qui ſont aux extrémités de l'alignement LIC ; des points L & I, élevez ſur LIC les deux perpendiculaires IM & LN. Faites ſur ces nouvelles lignes, & par rapport aux points O, P & Q, les mêmes opérations que ſur les précédentes ; rapportez-les ſur le croquis.

Si l'on avoit pluſieurs autres points dont on voulût avoir la poſition, l'on continueroit de même à prendre le dernier des alignements, pour élever les perpendiculaires.

Ces opérations faites ſur le terrein, & le croquis exact par rapport aux meſures, il ne reſte plus qu'à les rapporter ſur le papier.

Pour y parvenir, menez une ligne quelconque *ka* ; prenez avec l'échelle une partie *kd*, qui contienne autant de diviſions que KD contient de toiſes ; des points *k* & *d*, élevez ſur *ka* deux perpendiculaires *kl* & *di* ; donnez-leur autant de parties de l'échelle que ces mêmes lignes contiennent de toiſes, & les points *i* & *l* ſeront fixés ; menez la ligne indéfinie *lic* ; prenez ſucceſſivement ſur la perpendiculaire *di* les parties *ih*, *hg*, *gf*, &c. ;

ce qui fixera ſur cette perpendiculaire les points *e*, *f*, *g* & *h* ; par les deux premiers & le point *k*, menez les deux lignes indéfinies *keb* & *kfc* ; par les deux ſeconds & le point *l*, menez les deux lignes indéfinies *lga* & *lhb* ; ces lignes ſe rencontreront aux points *a*, *b* & *c*, qui feront la poſition des trois points A, B & C ſur le terrein.

Des points *i* & *l*, élevez deux nouvelles perpendiculaires *im* & *ln*, proportionnelles à leurs correſpondantes.

Pour fixer les points O, P & Q, ſuivez les mêmes procédés que dans la premiere opération.

Le Problême devient plus compliqué à meſure que le nombre de poſitions augmente ; mais il ſe réſoudra toujours par les obſervations précédentes. Nous n'avons fait ici chaque opération particuliere que ſur trois points : cela dépend abſolument des diſtances qui les ſéparent ; ſi elles ſont conſidérables, l'on doit donner plus de grandeur aux deux perpendiculaires DI & KL ; & dans le cas où des obſtacles empêcheroient de les meſurer, l'on ſe contenteroit de prendre une ou deux poſitions, & l'on continueroit, en comparant les diſtances qui ſépa-

rent les points, aux bases que le terrein permet de mesurer. Passons maintenant à la Planimétrie.

PROBLÊME SEIZIEME.

L'on propose de lever par le moyen des piquets & de l'échelle, une étendue de terrein ABCDE.

SOLUTION.

IL peut se présenter deux cas dans la résolution de ce Problême : le terrein sur lequel l'on veut opérer, peut être ou accessible dans son intérieur, ou inaccessible.

PREMIER CAS.

TRANSPORTEZ-vous à tous les angles de la figure, & placez-y des piquets ; fixez les alignements BE & BD ; faites le tour de l'espace ; reconnoissez toutes les parties qui le composent, & formez-en le *croquis ;* mesurez exactement les lignes BE, BA, AE, BD, ED, DC & CB ; notez toutes ces mesures sur le croquis, & placez-les dans un tableau ou sur les lignes qui les représentent. Cette opération faite, il ne s'agit FIG. 25.

plus que de la rapporter ſur le papier. Pour cela menez une ligne *be*, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'échelle que BE contient de toiſes ; prenez avec un compas l'intervalle *ba*, meſurez ſur l'échelle ; & du point *b* comme centre, décrivez l'arc de cercle *a*. De l'autre extrêmité *e* de *be*, & avec une ouverture *ea*, décrivez un autre arc de cercle ; l'interſection de ces deux arcs fixera ſur le papier un point *a*, qui ſera placé par rapport à *be*, comme le point A ſur le terrein l'eſt par rapport à BE ; menez les lignes *ba* & *ae*.

Prenez ſur l'échelle la valeur de *bd*; du point *b*, & de l'intervalle *bd*, décrivez l'arc de cercle *d* ; du point *e*, & de l'intervalle *ed*, décrivez l'arc de cercle *d* qui rencontrera le premier au point *d* ; enfin avec les intervalles *bg* & *dg*, & des points *b* & *d* comme centre, fixez la poſition du point *g* ; par les points *g* & *d*, menez des lignes ; elles fermeront la figure & en donneront le plan.

Second cas.

Fig. 26. Supposons que l'on ne puiſſe pas entrer dans l'eſpace propoſé, faites-en extérieurement le tour, & plantez des piquets

à tous les angles. Prolongez DC de part & d'autre, & prenez ſur les prolongements deux parties CG & DI, chacune de 10 à 12 toiſes ; meſurez ſur les côtés BC & DE, contigus au côté DC, deux parties DK & CH, chacune de 12 à 15 toiſes ; plantez des piquets aux points H & K, & meſurez les lignes HG & KI. Cela poſé, examinez l'eſpace propoſé, & formez-en le croquis ; prolongez ſur ce croquis les lignes correſpondantes à celle du terrein, & notez exactement toutes les meſures que vous avez priſes.

Prolongez DE d'une quantité égale à DI, & prenez ſur EF une partie EM = DK ; plantez des piquets aux points L & M ; meſurez LM & EF ; notez exactement toutes les meſures ſur le croquis, & continuez ainſi l'opération en prolongeant toujours les côtés d'une quantité égale. Il ne reſte plus qu'à rapporter cette opération ſur le papier ; l'on s'y prendra de la maniere ſuivante.

Menez une ligne *ig*, ſur laquelle vous prendrez ſucceſſivement les parties *di*, *dc* & *cg* ; des points *c* & *g*, & avec les intervalles *ch* & *gh*, correſpondants à CH & GH, fixez la poſition du point *h* ; opération abſolument la même que celle

que nous avons faite dans le premier cas ; déterminez par une ſemblable opération la poſition du point *k* ; menez les lignes indéfinies *ch* & *dk*, auxquelles vous donnerez autant de parties de l'échelle que ces lignes contiennent de toiſes ſur le terrein ; ce qui déterminera les points *e* & *b* : prolongez *de* d'une quantité *el* correſpondante à EL ; & des points *e* & *l*, avec des ouvertures égales à *em* & à *lm*, décrivez des arcs de cercle, ils fixeront la poſition du point *m*. Par le point *e* & le point *m*, menez la ligne indéfinie *em*, ſur laquelle vous porterez autant de parties de l'échelle que la ligne correſpondante contient de toiſes. Continuez de même l'opération ; & la figure formée ſur le papier, ſera ſemblable à celle du terrein.

Si l'eſpace propoſé n'étoit pas plus irrégulier que celui qui eſt repréſenté par la figure, il ſeroit facile, en ſuivant ce procédé, de réſoudre la queſtion, & l'on pourroit être aſſuré du réſultat ; mais le terrein offre pour l'ordinaire des figures plus irrégulieres : quelquefois un eſpace eſt terminé d'un côté par des lignes droites qui forment des angles rentrants & ſaillants ; & de l'autre, il ſe trouve fermé

par une courbe ſaillante & rentrante; d'autres fois les figures ſont terminées ou par la ſinuoſité de pluſieurs ruiſſeaux, ou alternativement par des lignes droites & courbes.

Ce n'eſt que l'uſage qui peut apprendre à lever par les piquets ſeulement, le plan des figures extrêmement irrégulieres: cependant nous en allons donner dans la Remarque ſuivante un ou deux exemples, pour exercer les commençants. Lorſque l'on ſe ſera familiariſé avec les Problêmes précédents & cette Remarque, nous conſeillons de choiſir des eſpaces fort irréguliers, & de s'exercer long-temps ſur cette partie; l'on acquiert par ce moyen la facilité de tracer à vue d'œil le plan d'un eſpace quelconque. Avant de terminer cet article, nous nous arrêterons un moment ſur la façon de former le croquis d'un eſpace conſidérable, traverſé par des chemins, ruiſſeaux, &c.

Marquez ſur le papier les quatre points principaux, *levant*, *couchant*, *midi* & *nord*; ce qui ſera fort aiſé, car en faiſant face au *levant*, le *couchant* ſe trouve derriere ſoi, le *midi* à la droite, & le nord à la *gauche*; le croquis orienté,

marquez le point où vous êtes.

Si vous ſuivez un chemin, voyez en général, & ſans avoir égard aux ſinuoſités, s'il tend au *levant*, ou ſi ſa direction eſt entre le *levant* & le *nord*, ou bien dans toute autre poſition ; alors orientez le croquis ; menez du point où vous êtes une ligne qui ait à vue d'œil la même inclinaiſon ; & en ſuivant le chemin, marquez-en la largeur & les ſinuoſités.

Si vous apperceviez que le contour commence à s'écarter de la premiere ligne, & que le chemin qui, par exemple, alloit entre le *levant* & le *nord*, prenne une nouvelle direction entre le *levant* & le *midi* ; du point où ce changement eſt marqué, menez une ligne qui ait cette même tendance ; ſuivez le chemin en marquant les ſinuoſités qu'il a dans tout l'eſpace que ſuit cette direction, & juſqu'à ce qu'il en reprenne un autre. S'il ſe trouve d'autres chemins qui aboutiſſent à celui dans lequel vous êtes, marquez-les ſur le bord où ils ſe terminent ; & de ces points obſervez leur tendance par rapport aux quatre points principaux.

Lorſque vous ſerez parvenu à l'endroit où vous vous propoſez de finir le cro-

quis, vous reviendrez aux chemins que vous avez laiſſés ; vous les ſuivrez de la même maniere que nous venons de l'indiquer pour le chemin principal.

Si dans le cours de l'opération il ſe trouve des Villages, des Châteaux, & autres points remarquables dont on veuille fixer la poſition, l'on s'y tranſportera, & l'on eſtimera leur éloignement, par rapport aux chemins que l'on a tracés.

A l'égard des cartes à vue d'une étendue conſidérable, comme d'une Province, nous nous en occuperons dans une remarque qui terminera le traité de la Planchette. J'ai vu une carte de cette eſpece très-bien figurée, & où il eſt aiſé de ſe reconnoître ; elle avoit été faite ſuivant ces principes. Nous allons indiquer ici les moyens de s'y former.

Si pour la premiere opération l'on vouloit faire une carte d'une étendue de pays conſidérable, comme d'une ou de deux lieues, il eſt certain qu'on n'y réuſſiroit pas d'abord ; le nombre des chemins, ruiſſeaux, les montagnes, les bois, &c., offriroient des difficultés inſurmontables. L'on commencera donc par lever à vue un petit eſpace ; l'on répétera la même opération deux ou trois fois, juſqu'à ce

que l'on s'apperçoive qu'on opere avec facilité. L'on ſuivra enſuite un chemin de 7 à 800 toiſes, ayant ſoin de répéter ces opérations; l'on pourra ainſi acquérir toujours plus d'aiſance, & parvenir enfin à former une carte d'une certaine étendue.

Remarque.

Fig. 27. Soit la figure ABEFGHIKMN OPQ qu'il s'agit de lever, conſidérez premierement la courbe ACBEF; tranſportez-vous au ſommet B de cette courbe; voyez au coup d'œil ſi les alignements BEF & BRA compenſent par leurs parties extérieures RR'A & EF'F les parties intérieures BCR & BE; alors vous prendrez BF & BA pour les côtés de la figure. Obſervez cependant que les parties BE & BCR ſoient de peu d'étendue, pour que l'eſtimation faite au coup d'œil ne puiſſe conduire à des erreurs conſidérables. Prolongez QA juſqu'à F; alors la partie la plus irréguliere de la figure ſera transformée en un ſeul triangle ABF. L'on pourroit réduire de même toutes les courbes rentrantes ou ſaillantes de la figure; mener enſuite les diagonales; meſurer les côtés & les dia-

gonales ; rapporter l'opération ſur le papier au moyen de l'échelle, & ſuivre les principes que nous avons établis dans les propoſitions précédentes.

En ſuppoſant la figure fort étendue & extrêmement irréguliere, les éloignements feroient trop conſidérables pour les meſures ; d'ailleurs les irrégularités pourroient bien empêcher de meſurer les diagonales menées à un même point; l'opération même devenant plus compliquée, il pourroit ſe préſenter des difficultés que l'on ne pourroit réſoudre. Il eſt donc néceſſaire de donner là-deſſus une méthode à peu près générale.

Prenez QR' & QS d'un certain nombre de toiſes ; plantez des piquets aux points R'&S ; meſurez R'A & R'S; fixez l'alignement STVX qui entre, ſort, & rentre dans la figure ; meſurez les parties SP, PT, TO, OV, &c. ; eſtimez, comme nous l'avons indiqué ci-deſſus, la partie convexe IKM, & l'eſpace curviligne IKMX ſera réduit en un triangle ILX. Continuez de même l'opération; formez le croquis de la figure, & notez exactement toutes les meſures que vous aurez trouvées ; rapportez enfin ſur un papier, & par les principes que nous

avons expliqués ci-dessus, la figure proposée, & vous en aurez le plan.

Si les irrégularités étoient trop considérables, & que l'on craignît de se tromper dans l'estimation, il faudroit diviser les lignes courbes en parties sensiblement droites, planter des piquets pour fixer les angles, & considérer alors les courbes comme le contour d'un polygone composé de plusieurs côtés ; il faudroit ensuite par quelqu'une des opérations que nous avons indiquées, lever le plan de cet espace, & le rapporter sur le papier. Nous terminerons cette remarque en recommandant aux commençants de ne point estimer des parties qui seroient un peu considérables, il faut auparavant se familiariser avec les opérations.

Lorsque l'on a levé le plan d'un espace quelconque, & qu'il est rapporté sur le papier, il ne reste plus qu'à l'évaluer en mesure reçue dans le pays où l'on opere : c'est ce que l'on va voir dans les Problêmes suivants.

PROBLÊME DIX-SEPTIEME.

Soit la figure abgde *qui représente le plan d'un espace quelconque, & que l'on veut évaluer en mesure quarrée reçue dans le pays où l'on opere.*

SOLUTION.

MENEZ les diagonales *be* & *bd*; portez-les alternativement sur l'échelle, & notez sur chacune de ces lignes le nombre de parties qu'elles contiennent. Des sommets *a*, *g* & *e*, abaissez les perpendiculaires *ag'*, *gh* & *ef*; portez-les sur l'échelle, & écrivez sur chacune d'elles le nombre de parties qu'elles contiennent. FIG. 25.

Multipliez la base *eb* par la moitié de la hauteur *ag'*, & écrivez à part le résultat; multipliez la diagonale *bd* par la moitié de la somme des deux perpendiculaires *ef* & *gh*, le produit sera la surface du quadrilatere *ebgd*; ajoutez le premier résultat à ce dernier, & la somme sera la surface de la figure proposée. Divisez ensuite le résultat par le nombre de mesures quarrées contenues dans la mesure principale usitée dans le pays où l'on fait l'opération : par

exemple, si c'est à Grenoble, cette mesure sera la septerée qui contient 900 toises quarrées. Supposons qu'après les opérations que nous venons d'indiquer, le résultat conduise à 13400 toises quarrées, divisez 13400 par 900 ; le quotient 15, à peu de chose près, exprimera le nombre de septerées contenues dans 13400 toises quarrées. D'après cet exemple, il sera fort aisé d'évaluer, suivant la mesure reçue, un certain nombre de toises, de perches, &c., quarrées. Nous ajouterons à ce Problême la remarque suivante, afin d'accélérer les opérations, & démontrer celles que nous venons de faire.

REMARQUE.

LES diagonales étant menées dans la figure proposée, au lieu d'abaisser les perpendiculaires suivant les méthodes que avons données, supposons la diagonale *eb*, & cherchons la valeur de la perpendiculaire *ag'*. Placez une des pointes du compas au point *a* ; ouvrez ou fermez les deux branches jusqu'à ce qu'en décrivant un arc de cercle du point *a*, la ligne *be* soit tangente à l'arc ; c'est-à-dire qu'en décrivant l'arc de cercle du point *a*,

l'on apperçoive que cet arc touche la diagonale *eb* ſans la couper ; alors *eb* ſera perpendiculaire ſur le rayon, & un de ces rayons, ou l'ouverture du compas, ſera la perpendiculaire ; portez cet intervalle ſur l'échelle, & le nombre de parties qu'il contiendra en déterminera la valeur ; écrivez cette valeur ſuivant la direction de la perpendiculaire, quoiqu'elle ne ſoit pas tracée ſur le papier, & ſuivez les mêmes procédés pour les autres.

Nous avons déterminé la ſurface du quadrilatere *ebgd*, en multipliant la moitié de la ſomme des deux perpendiculaires abaiſſées ſur une même diagonale par cette diagonale, & nous avons conclu que le réſultat donnoit la ſurface du quadrilatere : rien n'eſt plus facile à prouver.

Tout quadrilatere peut toujours ſe diviſer en deux triangles, & l'on peut prendre la diagonale pour baſe commune, en abaiſſant les perpendiculaires, des angles oppoſés à cette ligne. Ainſi, dans cet exemple, l'on aura la ſurface du triangle *gbd*, en multipliant *bd* par $\frac{1}{2}gh$; & celle de l'autre triangle ſera $bd \times \frac{1}{2}ef$; mais il eſt clair que

la ſomme de ces deux ſurfaces compoſe celle du quadrilatere : donc $bd \times \frac{1}{2} gh + bd \times \frac{1}{2} ef = ebgd$; mais les deux quantités $\frac{1}{2} gh$ & $\frac{1}{2} ef$, ſont multipliées par la même grandeur bd : donc $(\frac{1}{2} gh + \frac{1}{2} ef) \times bd = \frac{1}{2} gh \times bd + \frac{1}{2} ef \times bd$. Il ſera donc aſſez expéditif de diviſer un polygone quelconque en quadrilatere & en triangle ; de prendre la ſurface de chacune de ces figures en particulier ; d'en faire la ſomme, & l'on aura la ſurface du polygone.

Dans le pentagone, par exemple, l'on diviſera la figure en un triangle & un quadrilatere ; l'hexagone en deux quadrilateres ; l'eptagône, en deux quadrilateres & un triangle ; l'octogone, en trois quadrilateres ; le polygone de neuf côtés, en trois quadrilateres & un triangle ; celui de dix, en quatre, &c. Cette méthode abrege beaucoup les opérations, ſur-tout en prenant la valeur des perpendiculaires, comme nous l'avons indiqué ci-deſſus.

Il peut arriver que les quadrilateres ſe trouveront tellement diſpoſés, qu'en menant la diagonale, les perpendiculaires abaiſſées des deux angles oppoſés, tomberont ſur ſon prolongement ; alors

l'on ne prendroit que la diagonale pour base, que l'on multiplieroit toujours par la moitié de la somme des deux perpendiculaires.

Il est inutile d'insister là-dessus, puisque ce n'est autre chose que prendre la surface de chaque triangle : peu importe donc que la perpendiculaire tombe sur la diagonale ou sur son prolongement, la méthode est toujours générale.

L'on peut encore déterminer la surface d'un espace quelconque, de la maniere suivante. Cherchons, par exemple, celle de la figure HIKLDEBFG. FIG. 28.

Prolongez le plus grand côté GH; du sommet B de l'angle le plus saillant, abaissez sur le prolongement de GH la perpendiculaire BA ; prolongez indéfiniment cette perpendiculaire vers C ; du point D, sommet de l'angle le plus saillant dans cette partie, abaissez sur AC la perpendiculaire DC ; prolongez cette perpendiculaire vers N ; enfin du point K, abaissez sur DN la perpendiculaire KN, que vous terminerez en M sur le prolongement du côté GH. Par cette opération la figure proposée se trouvera inscrite dans un rectangle ACNM; cherchez la surface de ce rectangle, &

écrivez à part le résultat. Cherchez ensuite la surface des parties extérieures comprises dans le rectangle, & terminées par le contour de la figure proposée. Dans cet exemple, cette partie extérieure est GFBA, + BEC, + DLKN, + KIHM : ajoutez ces différentes surfaces, & retranchez leur somme de la surface du rectangle ACNM.

Cette méthode est d'autant plus compliquée, que la figure est plus irréguliere : d'ailleurs il peut se faire que les parties extérieures soient très-petites ; alors les opérations peuvent devenir fautives. Nous conseillons donc de préférer la premiere méthode à celle-ci.

Remarque.

Fig. 25. Il peut arriver qu'en prolongeant trois lignes, l'espace se trouve inscrit dans un triangle. Par exemple, si l'on prolonge les côtés *ae*, *bg* & *dg*, la figure *abgde* sera partie du triangle *kgl*. Ainsi pour en déterminer la surface, il suffiroit de chercher celle du triangle *kgl* & d'en retrancher les deux triangles *kba* & *eld* ; mais comme les configurations peuvent varier, nous ne pouvons donner là-dessus que des notions générales.

L'on obſervera ſoigneuſement la figure dont l'on veut avoir la ſurface ; & la regle & le compas à la main, l'on vérifiera s'il ſeroit plus expéditif, ou de diviſer l'eſpace en triangle & en quadrilatere ; ou de l'inſcrire dans un rectangle ou dans un triangle.

Lorſque l'on ſe ſera décidé pour l'une de ces trois méthodes, l'on fera les calculs ſuivant ce que nous avons dit.

Il eſt des occaſions où l'on veut connoître, à peu de choſe près, la ſurface d'une étendue de terrein ; & ſouvent l'on ſe trouve obligé de faire l'opération ſans avoir avec ſoi aucun inſtrument. La méthode que nous allons donner pour réſoudre ce Problême, eſt fort expéditive ; & pour peu que l'on ſoit exercé, l'on peut être certain de ne guere s'éloigner du vrai réſultat. Au reſte il ne faut pas perdre de vue que dans les opérations que l'on fait ſans le ſecours d'aucun inſtrument, l'attention la plus ſuivie doit pour ainſi dire compenſer ce défaut.

PROBLÊME DIX-HUITIEME.

L'on propoſe de déterminer, à peu de choſe près, la ſurface de la figure ABCDEF.

SOLUTION.

Fig. 29. FAITES planter des piquets à tous les angles de la figure ; diſpoſez-les le plus verticalement poſſible ; à un pied ou à un pied & demi de la ſurface du terrein, attachez aux piquets des feuilles de papier, afin de bien les diſtinguer.

Fixez les diagonales BD, BE, BF, en plantant pluſieurs piquets ſuivant la longueur de ces lignes. En ſuivant cette méthode, les piquets doivent être beaucoup plus rapprochés que dans les autres opérations.

Cela poſé, ayez deux regles ou deux perches bien droites, chacune d'une toiſe de longueur.

Suivez la premiere diagonale BD juſqu'à ce que vous apperceviez à vue d'œil que la perpendiculaire abaiſſée de l'angle C ſur la diagonale BD, tombe à peu près dans l'endroit où vous êtes ; alors étendez l'une de ces perches le long de la diagonale ; placez-la exactement ſur

cette ligne ; difpofez l'autre à angles droits fur la premiere ; placez un piquet à l'extrêmité M, & un autre à l'extrêmité K; reculez-vous de quelques pas, & voyez fi les trois piquets K, M & C, font dans le même alignement, ou obfervez de combien s'écarte le prolongement de KM. Il fera aifé de l'apprécier au coup d'œil, puifqu'en fuivant la diagonale, vous êtes déjà dans une pofition peu différente de la perpendiculaire. Si les piquets K & M ne fe trouvent pas d'alignement avec le piquet C, retournez au point K; ôtez les piquets K & M; & fans déranger la perche qui eft étendue fur la diagonale, avancez fur la droite ou fur la gauche la perche KM, jufqu'à ce que les piquets K & M, que vous placerez aux extrêmités de cette perche, foient dans l'alignement qui paffe par le point C. Alors ôtez le piquet M & les deux perches ; mefurez KC & BD ; formez le croquis de la figure ; menez fur le croquis la ligne correfpondante à BD; figurez la perpendiculaire, & écrivez fur chacune des lignes correfpondantes les valeurs qui les repréfentent fur le terrein. Cherchez la furface de ce premier triangle, & écrivez le réfultat fur le

croquis dans l'eſpace même, de cette maniere *ſ*=.... toiſes quarrées; ce qui exprimera *ſurface*=... toiſes quarrées. Comme cette valeur & les autres ſeront écrites dans les eſpaces qu'elles repréſenteront, il ſera impoſſible de confondre les réſultats.

Marchez ſur l'autre diagonale juſqu'à ce que vous apperceviez au coup d'œil que la perpendiculaire abaiſſée de l'angle F, tombe à peu près dans l'endroit où vous êtes. Répétez à ce point l'opération que vous venez d'exécuter ſur la diagonale BD; placez le piquet H; fixez enſuite la perpendiculaire ID; multipliez la moitié de la ſomme des deux perpendiculaires par la diagonale BE, & le produit ſera la ſurface du quadrilatere BDEF. Achevez enfin l'opération par trouver la ſurface du dernier triangle BAF; ajoutez ces différents produits, & la ſomme ſera la ſurface de l'eſpace propoſé.

Si la figure étoit plus irréguliere, les opérations, ſans être plus difficiles, ſeroient plus compliquées; mais en obſervant beaucoup d'ordre dans la diviſion de l'eſpace propoſé en triangle & en quadrilatere, l'on viendra aiſément à bout de l'opération. Au reſte, ce n'eſt ici qu'une ſimple approximation; mais

en faisant toutes les attentions possibles pour bien juger des perpendiculaires, cette approximation différera peu du véritable résultat.

Si la figure proposée n'étoit pas une surface plane, il faudroit mesurer les lignes suivant la méthode que nous avons donnée précédemment.

Enfin, si l'espace étoit disposé de façon que l'on ne pût appercevoir les piquets plantés aux angles de la figure, il faudroit le diviser en plusieurs triangles ou quadrilateres dont on chercheroit séparément la surface ; l'on connoîtroit ainsi celle de la figure proposée.

Remarque.

Cette méthode peut paroître hasardée à ceux qui n'ont aucune notion des opérations sur le terrein : il semble au premier coup d'œil qu'il est difficile de disposer la perche GM perpendiculaire sur BF, & de maniere que le prolongement passe par le sommet A de l'angle FAB. Mais il n'est pas question ici de trouver précisément l'extrêmité G de la perpendiculaire. Nous allons faire voir que le point A étant à 40 toises de la ligne BF, l'on aura un intervalle PV

de 12 toises, sur lequel les obliques AP, AV, &c., étant dirigées, l'erreur que l'on commettra, en prenant l'une d'elles pour la perpendiculaire, sera fort peu de chose.

Comme la perpendiculaire AG est le rayon d'un cercle, tangente à BF, plus il sera grand, plus l'intervalle dans lequel il paroîtra que le cercle & la ligne droite se confondent, sera considérable.

AG étant de 40 toises, voyons quel sera l'intervalle PG, en supposant AP de 40 toises 3 pieds : comme le triangle APG est rectangle, l'on aura $\overline{PG}^2 = \overline{AP}^2 - \overline{AG}^2$: donc $PG = \sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{AG}^2}$. Or $AP = 40^{t.} \ldots 3^{t.P.}$ & $\overline{AP}^2 = 1640^{t.t.} \ldots 1^{t.P.}\, 6^{t.p.}$ & $\overline{AG}^2 = 1600^{t.t.}$: donc $\sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{AG}^2}$ ou PG = 6 toises 1 pied. Ainsi si l'on porte cet intervalle de G en V, la distance PV sera de 12 toises 2 pieds.

Sur toute cette ligne l'on pourra donc mener des obliques qui différeront d'autant moins de la perpendiculaire, qu'elles s'en approcheront.

Voyons maintenant à quoi conduiroit une erreur de trois pieds sur la perpendi-

culaire, en ſuppoſant une baſe de 200 toiſes. AG étant de 40 toiſes, la ſurface du triangle ſera 4000 toiſes quarrées; & prenant AP pour hauteur, c'eſt-à-dire, ſuppoſant AP de 40 toiſes 3 pieds, la ſurface ſera 4050 toiſes quarrées; l'erreur eſt donc de 50 toiſes; c'eſt-à-dire la vingtieme partie de l'eſpace propoſé, ſi la baſe & la hauteur ſurpaſſoient les dimenſions que nous avons données, alors l'intervalle PV ſeroit plus grand; mais les erreurs n'augmenteroient pas conſidérablement: il eſt cependant vrai que ces erreurs multipliées en occaſionneroient une très-conſidérable ſur l'eſpace total. Ainſi nous ne conſeillons pas de ſe ſervir de cette méthode ſur un eſpace de 40 à 50000 toiſes quarrées, elle ne peut ſervir qu'autant que l'eſpace n'excédera pas 8000 toiſes; & l'on trouve rarement des champs de cette étendue: d'ailleurs nous avons ſuppoſé que celui qui dirige l'opération, juge l'extrêmité de la perpendiculaire, à ſix toiſes de ſa vraie direction; & il eſt difficile, à cette diſtance, de ne pas s'appercevoir que les deux angles que forme la perche ſur la diagonale, ſont inégaux.

Nous avons vu, dans les Problêmes précédents, la maniere de lever le plan

d'un espace quelconque, en se servant des piquets & de l'échelle. Nous allons donner maintenant les méthodes qu'il faudra suivre pour rapporter un plan quelconque sur le terrein ; c'est-à-dire, assigner un espace qui contienne autant de mesures quarrées, que l'espace proposé contient de parties quarrées de l'échelle.

PROBLÊME DIX-NEUVIEME.

L'on propose de rapporter sur le terrein le plan d'un espace a b c e d.

SOLUTION.

FIG. 30. MENEZ sur le papier la diagonale *ac* des points *e* & *b* ; abaissez des perpendiculaires sur cette diagonale ; prenez avec l'échelle la valeur de ces lignes, ainsi que des parties *ch*, *hg*, *gf* & *fa* ; écrivez toutes ces valeurs ou dans un tableau en les comparant aux lignes qu'elles représentent, ou sur les lignes mêmes. Cela posé, choisissez un point quelconque C sur le terrein ; & fixez un alignement C H G F A ; mesurez les parties CH, HG, GF, &c. ; c'est-à-dire, donnez sur le terrein à chacune de ces par-

ties, autant de toiſes, pieds, pouces, &c. que les lignes correſpondantes contiennent de parties de l'échelle ; placez des piquets H, G, F à l'extrêmité de ces meſures, & diſtinguez-les par quelques marques de ceux qui fixent l'alignement; des points H, G & F, élevez des perpendiculaires, auxquelles vous donnerez autant de toiſes ſur le terrein que ces mêmes lignes contiennent de parties de l'échelle ; fixez leur extrêmité par des piquets qui puiſſent ſe diſtinguer de ceux que vous avez placés ſur ces perpendiculaires ; ils détermineront ſur le terrein un eſpace ſemblable au plan propoſé.

DÉMONSTRATION.

LES lignes qui ont été rapportées, contiennent autant de toiſes, ou d'autres meſures, que ces mêmes lignes contiennent de parties de l'échelle : donc la figure rapportée ſur le terrein ſera ſemblable à celle du plan, les côtés étant proportionnels (c. q. f. d.).

REMARQUE.

SI l'eſpace propoſé n'étoit pas plus irrégulier que celui qui eſt repréſenté dans la figure, l'opération n'auroit pas

plus de difficulté ; mais il eſt rare que cela arrive.

Pour familiariſer les commençants avec ces ſortes d'opérations, nous allons donner un ſecond exemple, dans lequel les difficultés ſeront plus conſidérables. Enfin, comme les eſpaces varient à l'infini, & qu'il ſeroit impoſſible de prévoir toutes leurs différentes configurations, nous terminerons cette remarque par quelques principes généraux, à l'aide deſquels l'on pourra réſoudre ces ſortes de queſtions.

FIG. 31. Soit donc le plan d'un eſpace *a b c d e f g h i k*, que l'on propoſe de rapporter ſur le terrein, menez ſur le plan la diagonale *k l m o n d* ; & des angles *a*, *b*, *c*, *e* & *i*, abaiſſez ſur cette diagonale les perpendiculaires *al*, *il*, *bm*, *cn* ; portez ſucceſſivement ſur l'échelle les parties *dn*, *no*, *om*, *ml*, &c., ainſi que les perpendiculaires. Notez exactement ces valeurs, ſoit dans un tableau en les comparant aux lignes qu'elles repréſentent, ſoit ſur ces mêmes lignes.

Pour fixer la partie ſaillante *e f g h* de l'eſpace propoſé, prolongez la perpendiculaire *i l*, juſqu'à ce qu'elle rencontre le côté oppoſé *hg* au point *q* ; du point *f* abaiſſez

abaiſſez ſur cette ligne la perpendiculaire *fr*, & du point *g* la perpendiculaire *gp* ſur *fr*; notez toutes ces valeurs ſur le plan. Cette conſtruction faite, fixez premierement l'alignement DK; prenez ſur cette ligne les parties DN, NO, OM, &c., proportionnelles aux lignes correſpondantes du plan; des points L, M, O, N, &c, élevez des perpendiculaires, auxquelles vous donnerez autant de toiſes qu'elles contiennent ſur le plan des parties de l'échelle; ce qui fixera les ſommets des angles A, B, C, I & E; prolongez IL d'une quantité $IQ = iq$, & prenez deux parties IR & RQ, proportionnelles aux parties *ir* & *rq*; du point R élevez une perpendiculaire, à laquelle vous donnerez autant de toiſes qu'elle contient de parties de l'échelle, & le point F ſera fixé. Continuez de même l'opération, en ayant ſoin de diſtinguer les piquets qui fixent les ſommets des angles & les extrêmités des perpendiculaires.

Telle eſt en général la méthode qu'il faut ſuivre pour raporter le plan d'un eſpace quelconque. Mais comme nous l'avons obſervé, il peut ſe préſenter des figures fort irrégulieres. Par exemple,

l'on peut propoſer de rapporter un eſpace terminé par des lignes courbes ; ainſi il paroît néceſſaire d'entrer dans un plus grand détail.

Comme l'on peut faire ſur le plan toutes les opérations poſſibles, il faudra examiner au coup d'œil la diſpoſition du terrein ſur lequel l'on veut opérer, & prévoir les difficultés qui peuvent ſe préſenter : l'on choiſira en conſéquence la poſition des lignes ou des perpendiculaires qui menent plus facilement à la ſolution du Problême ; s'il y a des lignes courbes, il faudra réduire en grand le plan propoſé, ſuivant les méthodes indiquées dans nos petits Éléments de Géométrie, & réduire les courbes en lignes ſenſiblement droites ; ce qui formera un polygone compoſé de pluſieurs côtés. Lorſque ce polygone ſera rapporté ſur le terrein par le moyen de beaucoup de petits piquets, il ne reſtera plus qu'à imiter la courbe repréſentée ſur le papier.

L'on pourroit auſſi de pluſieurs points de la courbe, abaiſſer ſur la corde pluſieurs perpendiculaires, rapporter la corde & les perpendiculaires ſur le terrein, & par leurs extrêmités faire paſſer une courbe ; c'eſt-à-dire, la fixer par pluſieurs petits piquets.

REMARQUE.

LE Problême précédent peut ſervir de principes pour rapporter le deſſein d'un jardin ; l'on tracera en grand le deſſein propoſé ; & l'on fixera les allées. Cela poſé, l'on menera dans le deſſein des perpendiculaires à égale diſtance les unes des autres ; c'eſt-à-dire, que ſi les parties de l'échelle du plan repréſentent des pieds, il faudra mener les perpendiculaires à deux ou trois parties les unes des autres, on les rapportera ſur le terrein qui doit être bien dreſſé. Ces perpendiculaires ſeront fixées par des piquets de deux pieds & demi de hauteur, & ſe termineront de part & d'autre à la largeur de la table que l'on veut deſſiner : il eſt aiſé d'appercevoir que par cette opération, une partie du deſſein ſur le plan & ſur le terrein, ſera diviſé en même nombre de rectangles.

Le premier de ces rectangles renfermera une petite partie du deſſein, dont le reſte ſe trouvera dans les rectangles ſuivants. Obſervez les deſſeins contenus dans le premier rectangle ; & à l'aide des perpendiculaires par leſquelles on peut le diviſer en petits quarrés, il ſera facile de tracer les contours du deſſein, parce

que l'on appercevra le point où telle courbe, par exemple, rencontre le côté de l'un de ces petits quarrés.

Le deſſein renfermé dans le premier rectangle étant tracé, l'on aura des petits piquets d'un pied de hauteur, que l'on placera aſſez près les uns des autres, pour qu'ils puiſſent repréſenter tous les contours ; ces piquets doivent être bien diſtingués de ceux qui fixent les perpendiculaires.

Les petits piquets qui doivent fixer le deſſein renfermé dans le premier rectangle, étant placés, diviſez le ſecond rectangle du plan en petits quarrés, & rapportez-les ſur le terrein ; prenez avec l'échelle toutes les diſtances où les courbes du deſſein rencontrent les côtés des petits rectangles ; marquez ces points ſur le terrein, le plan & la meſure à la main. Cela poſé, il ſera aiſé, en ayant le deſſein ſous les yeux, de tracer les courbes qui appartiennent à ce ſecond rectangle, & qui forment la continuité des deſſeins contenus dans le premier ; placez les petits piquets comme dans le premier cas ; & pour qu'il n'y ait point de confuſion, ôtez tous ceux qui n'appartiennent point au deſſein dans les deux premiers rectan-

gles ; répétez la même opération ſur les autres, & vous aurez le deſſein propoſé.

Telle eſt la méthode que l'on peut mettre en uſage pour rapporter le deſſein d'un parterre : il eſt évident que pourvu que les eſpaces propoſés ne ſoient pas d'une grande étendue, l'on pourra toujours par le moyen des perpendiculaires les rapporter ſur le terrein. Il ſuffit donc de bien examiner la figure propoſée, de faire ſur le plan toutes les opérations néceſſaires, de prévoir qu'en menant telle ou telle ligne, l'on ſe formeroit telle ou telle difficulté : c'eſt en quoi conſiſte tout l'art de celui qui opere.

PROBLÊME VINGTIEME.

L'on propoſe de partager l'eſpace donné BCEDP, *qui contient 1600 toiſes quarrées, en trois parties, dont l'une ſoit 896 toiſes quarrées, la ſeconde de 480, & la derniere de 224 ; les lignes de diviſion doivent partir du point* M *donné dans l'intérieur de la figure.*

SOLUTION.

LEVEZ exactement le plan de l'eſpace propoſé, ainſi que la poſition du point Fig. 32.

M ; nous avons donné la méthode de faire cette opération : ſuppoſons donc que la figure *bcedp* ſoit le plan de l'eſpace propoſé, & le point *m* la poſition du point M ſur le terrein : c'eſt ſur le plan de l'eſpace que les opérations ſuivantes doivent ſe faire. Menez la ligne *md* & la perpendiculaire *ma*. Cherchez la ſurface du triangle *pmd* ; cette ſurface ſera ou plus grande ou plus petite que l'une des parties propoſées : par exemple, le triangle *pmd* ſera plus grand ou plus petit que 224 toiſes quarrées ; ſuppoſons qu'il ne contienne que 100 toiſes quarrées, alors la ligne de diviſion ne peut pas être *md* : il faudra donc prendre, ſur le triangle ſuivant *dme*, unè partie *dmo*, qui jointe à 100 toiſes, ſurface du triangle *pmd*, faſſent 224 toiſes qui eſt la partie que nous cherchons.

Abaiſſez la perpendiculaire *mr* ; portez-la ſur l'échelle ; ſuppoſons qu'elle contienne 20 parties qui repréſentent 20 toiſes. Voyons maintenant quelle doit être la baſe d'un triangle dont la hauteur eſt de 20 toiſes, pour que la ſurface ſoit de 124 toiſes quarrées ; & formons ce raiſonnement : Si la hauteur eſt de 20 toiſes, le triangle cherché réſulte de la multipli-

cation de 10, moitié de la hauteur, par une baſe que l'on ne connoît pas : donc en nommant cette baſe x, ou telle autre lettre, nous avons $124 = 10 \times x$. Puiſque 124 eſt égal à 10 fois la baſe que nous ne connoiſſons pas, il eſt clair qu'en diviſant 124 par 10, le quotient ſera la baſe cherchée. L'opération faite, l'on trouvera ce quotient de 12 toiſes 4 pieds 6 pouces à très-peu de choſe près ; prenez cette valeur ſur l'échelle, & portez-la ſur *de* de *d* en *o* ; menez les lignes *pm* & *mo*, & tracez-les plus fortement que les autres, afin qu'elles puiſſent ſe diſtinguer. Il eſt clair que le quadrilatere *pmod* contiendra 224 toiſes quarées : car le triangle *pmd* contient 100 toiſes, & le triangle *dmo*, ſuivant notre conſtruction, en contient 124 ; ainſi la ſomme de ces deux triangles, ou le quadrilatere, contiendra 224 toiſes quarrées, qui eſt la partie que nous voulions fixer. Paſſons maintenant aux autres parties ; fixons, par exemple, celle qui doit contenir 480 toiſes quarrées.

Menez la ligne *me*, & cherchez la ſurface du triangle *ome* ; ſuppoſons que ce triangle ne contienne que 80 toiſes quarrées de ſurface ; retranchez 80 de

480, & le reste 400 sera ce qui manquera au triangle *ome* pour égaler la seconde partie 480. Il faut donc chercher sur le triangle *emc*, une partie qui contienne 400 toises quarrées.

Du point *m*, abaissez la perpendiculaire *mq* sur le côté *ec*; portez cette perpendiculaire sur l'échelle; supposons-la de 30 toises. Formez le même raisonnement que dans le premier cas; c'est-à-dire, observez que 400 toises quarrées peuvent exprimer la surface d'un triangle, dont la hauteur est de 30 toises, & dont il faut déterminer la base. Or la moitié de la hauteur qui est 15, multipliée par une base inconnue x, doit égaler 400: donc $15 \times x = 400$. Puisque 15 fois la base que nous cherchons doit être égale à 400, nécessairement la quinzieme partie de 400 sera égale à la base; l'opération faite, on la trouvera de 26 toises 4 pieds. Prenez sur l'échelle une distance égale à cette valeur; portez-la sur le côté *ec*; supposons que cette distance tombe sur le prolongement du côté *ec*; alors menez la ligne *mc*, & cherchez la surface du triangle *emc* qui sera plus petite que 400 toises; supposons-la de 300, alors le quadrila-

tere *omce* contiendra 380 toifes quarrées ; il fera donc plus petit de 100 toifes que la partie que nous cherchons, qui doit être de 480 : cette partie 100 doit donc fe trouver fur le triangle fuivant *cmb*.

Du point *m* abaiffez la perpendiculaire *ms* ; portez-la fur l'échelle ; fuppofons qu'elle foit de 20 parties ; prenez-en la moitié, & divifez la furface 100 par 10, le quotient 10 indiquera qu'il faut prendre 10 parties de l'échelle de *c* en *n*, pour fixer un triangle *cmn* qui contienne 100 toifes quarrées, alors la figure *oecnm* contiendra 480 toifes quarrées, & fera par conféquent égale à la feconde partie : donc le refte *nmpb* contiendra la troifieme partie, puifqu'elle eft néceffairement l'excès de la furface du polygone, fur les deux parties que nous venons de fixer.

Les trois lignes *mp*, *mn* & *mo* étant diftinguées des autres lignes de conftruction, le plan de l'efpace propofé fe trouvera divifé dans les trois parties énoncées. Il ne refte donc plus qu'à rapporter ces lignes de divifion fur le terrein pour fixer les trois poffeffions.

Tranfportez-vous fur le terrein, &

ayez avec vous le plan ſur lequel vous venez de faire les opérations précédentes ; faites planter des piquets à tous les angles de la figure ; meſurez ſur DE une partie DO qui contienne autant de toiſes que *do* contient de parties de l'échelle ; placez un piquet au point O ; meſurez ſur CB une partie CN, qui contienne autant de toiſes que *cn* contient de parties de l'échelle ; placez un piquet au point N ; alors les trois poſſeſſions ſeront fixées par les alignements MP, MO & MN.

Remarque.

Si l'on propoſoit de diviſer un eſpace en un plus grand nombre de parties, l'opération n'auroit pas plus de difficulté, & l'on pourroit toujours réſoudre par cette méthode toutes les queſtions de cette nature.

Si les lignes de diviſion, au lieu de partir d'un point pris dans l'intérieur du polygone, devoient être menées d'un point pris ſur l'un des côtés, ou à l'un des angles, il faudroit toujours diviſer la figure en triangles par des lignes menées du point propoſé, chercher la ſurface d'un de ces triangles pour re-

connoître ſi cette ſurface eſt égale, plus grande, ou plus petite qu'une des parties. Dans le premier cas, la ligne de diviſion eſt trouvée; dans le ſecond, il faudra prendre ſur le triangle qui ſuit, une partie égale à ce qu'il manque au premier triangle, pour égaler la premiere poſſeſſion. Si cette partie eſt plus grande que le ſecond triangle, l'on cherchera la ſurface de ce ſecond triangle; on l'ajoutera au premier, & l'on retranchera la ſomme de la premiere poſſeſſion; le reſte ſera la partie qu'il faudra prendre ſur les triangles ſuivants. Enfin ſi la ſurface du premier triangle ſe trouve plus grande que la premiere poſſeſſion, il faudra retrancher de ce triangle une partie, de maniere que le reſte ſoit égal à la poſſeſſion cherchée; opération qui eſt abſolument la même que celle que nous avons faite dans le Problême précédent.

Si l'on propoſoit de diviſer la figure en pluſieurs parties égales, il faudroit regarder ces parties comme les précédentes, & les fixer ſuivant cette méthode; il eſt vrai que l'on peut réſoudre ces ſortes de Problêmes par des conſtructions géométriques; mais comme cette méthode eſt aſſez expéditive, & que d'ailleurs nous

nous ſommes fait une loi d'abréger autant qu'il eſt poſſible, nous avons cru devoir la préférer.

Nous avons donné juſqu'à préſent la *Longimétrie* & la *Planimétrie*, par le moyen des piquets ; c'eſt-à-dire que nous avons indiqué les méthodes qu'il falloit ſuivre pour déterminer toutes ſortes de longueurs, pour faire le plan d'un eſpace quelconque, & en chercher la ſurface. Nous avons fini par rapporter les figures ſur le terrein ; il nous reſte maintenant à donner l'Altimétrie, par le moyen des piquets ; c'eſt-à-dire, des méthodes pour déterminer les hauteurs acceſſibles & inacceſſibles. Nous terminerons par-là le traité des piquets ; le reſte de ce premier Chapitre, après l'Altimétrie, n'eſt composé que de Problêmes qui ne ſont utiles qu'aux Militaires : cependant nous conſeillons à tous les Lecteurs de les réſoudre ; cela donne toujours plus de facilité. Plus l'on opere ſur le terrein, plus l'on acquiert de connoiſſances.

PROBLÊME VINGT-UNIEME.

L'on propoſe de déterminer la hauteur inacceſſible DE.

SOLUTION.

LA hauteur peut être diſpoſée ſur un terrein horizontal, ou ſur une pente ; & dans ces deux poſitions l'on peut découvrir l'extrêmité inférieure de la verticale. Telle eſt la queſtion où l'on demanderoit la hauteur d'une tour acceſſible par le bas, & ſituée ſur un terrein horizontal ou ſur une pente. Ou il peut arriver que l'on ne ſauroit découvrir l'extrêmité inférieure de la verticale, comme, par exemple, ſi l'on propoſoit de déterminer la hauteur d'une montagne, ou d'une tour dont le pied ſeroit inacceſſible.

PREMIER CAS.

PLANTEZ un piquet AC verticalement ; reculez-vous ſuivant l'alignement de l'objet ED, & du piquet que vous venez de placer, juſqu'à ce que vous trouviez une poſition, telle qu'en plantant le piquet MN plus petit que le précédent, les ſommets M & A des deux FIG. 33.

piquets & de l'objet, foient dans le même alignement ; mefurez exactement les deux piquets AC & MN, de même que la diftance ND ; établiffez cette proportion : l'intervalle compris entre les deux piquets eft à leur différence comme la diftance du dernier piquet à l'objet eft à un quatrieme terme qui fera la hauteur demandée ; c'eft-à-dire, PM ou CN : AC – MN :: ND : OE ; & en ajoutant à ce quatrieme terme la hauteur MN du fecond piquet, l'on aura la hauteur ED.

Démonstration.

De l'extrêmité M du dernier piquet, imaginons une droite MO, parallele à l'horizontale ND ; les deux triangles MPA & MOE, font femblables, puifqu'ils font rectangles, & qu'ils ont un angle commun : donc PM : PA :: MO : OE ; or PA = AC – PC = AC – MN & MO = ND : donc en fubftituant ces différentes valeurs dans la proportion précédente, l'on aura PM ou CN : AC – MN :: ND : OE ; & en ajoutant à ce quatrieme terme la hauteur MN du dernier piquet, l'on aura ED.

Il eft inutile d'obferver que fi la diftance ND étoit inacceffible, l'on pour-

roit la déterminer par les Problêmes que nous avons donnés précédemment ; & l'on finiroit l'opération ſuivant ce que nous venons d'indiquer. Ainſi quoique l'obſtacle X empêche de meſurer la longueur GC, l'on déterminera cette diſtance, & l'on aura la hauteur AC, ſuivant ce que nous avons dit. FIG. 34.

REMARQUE.

L'ON peut encore faire l'opération précédente, en rapportant la figure ſur le papier.

Meſurez exactement la hauteur de chaque piquet, & l'intervalle qui les ſépare, ainſi que la diſtance, depuis le dernier piquet, à l'objet dont on veut prendre la hauteur ; formez-en le croquis, & écrivez ſur chaque ligne le nombre de toiſes qu'elle contient ſur le terrein. Cela poſé, menez une ligne *gc* ; prenez ſur cette ligne un intervalle *gf* qui contienne autant de parties de l'échelle que FG contient de toiſes ſur le terrein ; des points *g*, *f* & *c*, élevez les perpendiculaires indéfinies *ge*, *fd* & *ca* ; faites-les proportionnelles aux lignes correſpondantes ſur le terrein, vous aurez la poſition des points *e* & *d* ; par ces points

menez une ligne dont le prolongement rencontrera la perpendiculaire *ca* au point *a*, & *ca* ſera la hauteur demandée. Cette opération n'a beſoin d'aucune démonſtration.

SECOND CAS.

FIG. 35. SI l'objet eſt diſpoſé ſur une pente, plantez toujours les deux piquets EF & CM perpendiculairement à l'horizon ; ce que l'on fera aiſément au moyen d'un à plomb ; meſurez, ſuivant la pente, la diſtance BF, & finiſſez l'opération comme dans le cas précédent.

REMARQUE

CETTE derniere opération eſt ſujette aux plus grandes erreurs, lorſque l'objet dont on ſe propoſe de déterminer la hauteur, eſt éloigné conſidérablement du point où l'on ſe trouve. Alors il faut réſoudre le ſecond cas comme nous l'indiquerons dans le troiſieme ; c'eſt-à-dire, qu'il faudroit chercher la hauteur audeſſus de l'horizon ſur lequel l'on ſe trouve, & en retrancher la verticale BK, le reſte donneroit la hauteur demandée.

Nous devons avertir que cette partie qui traite des hauteurs inacceſſibles, eſt abſolument fautive dans l'application.

Nous

Nous avons employé tous nos ſoins pour déterminer la hauteur d'un côteau de 80 toiſes dont nous étions éloignés de 200 ; les réſultats, malgré toutes les précautions que nous pumes prendre, furent conſtamment faux. Il ſera bien facile d'en appercevoir la raiſon, puiſqu'en ſe trompant de 2 ou 3 pieds dans le premier rapport de la proportion, l'erreur dans le ſecond ſera d'autant plus grande que l'éloignement ſera conſidérable. Pour rendre cela plus ſenſible, ſuppoſons que les trois premiers termes de la proportion ſoient 10 : 5 :: 600 eſt à un quatrieme qui ſera 300. Si au lieu de 5 que l'on doit avoir réellement, l'on ne met que 4, alors le quatrieme terme ſera 240, qui differe conſidérablement de 300 ; joignez à l'erreur des meſures celle que l'on commet pour déterminer les diſtances horizontales, & l'on ne ſera plus étonné du peu de ſuccès de ces ſortes d'opérations.

Nous n'avons donné ce Problême, que pour faire voir combien l'on doit ſe méfier de ces uſages, qui quoique poſſibles théoriquement, deviennent cependant impoſſibles dans l'application ; en faiſant réflexion ſur le troiſieme cas, l'on s'en convaincra encore davantage.

TROISIEME CAS.

FIG. 36. SOIT propofé de déterminer la hauteur AB d'une montagne X.

SOLUTION.

PLANTEZ deux grands piquets EG & KL, dont les extrêmités K, E, & le fommet A de la montagne, foient dans la même ligne droite AEK ; marquez fur le piquet EG un point F d'alignement avec les points A & L ; établiffez cette proportion KL – EF : KL :: FL : LA : ce quatrieme terme donnera la diftance inacceffible AL ; & le quatrieme terme de la proportion LF : FG :: LA : AB, fera la hauteur de la montagne. Comme la démonftration de cette propofition eft abfolument la même que celle du fecond & du premier cas, nous nous difpenferons de la répéter. Nous terminerons le troifieme cas par une remarque qui donnera la maniere de placer le point F d'alignement avec les points A & L ; & nous finirons par quelques autres obfervations.

REMARQUE.

POUR réfoudre avec plus de facilité le Problême précédent, marquez fur le plus grand piquet un point quelcon-

que F ; tranſportez-vous en avant de ce piquet, & plantez-en un autre DC, de maniere que les points F, C, & le ſommet A de la montagne, ſoient dans la même ligne droite ; obſervez que le piquet CD ne doit pas être élevé de plus de 4 pieds au-deſſus du terrein. Comme l'on eſt obligé de marquer le point F dans un des points de EG, l'on ſera libre de donner plus ou moins de grandeur au piquet DC, & de le placer où l'on jugera à propos.

Les points F, C & A étant dans une même ligne droite, tranſportez-vous derriere le piquet DC ; & viſant par les ſommets C & F, marquez ſur le terrein le point L, d'alignement avec les points C & F ; alors les points L, F & A ſeront, dans la même ligne droite ; ce qui n'a beſoin d'aucune démonſtration.

Le point L étant déterminé, plantez-y un piquet ſur lequel vous marquerez un point K d'alignement avec les points E & A, & vous finirez l'opération comme nous l'avons expliqué précédemment. Le triangle FGL étant rectangle, il ſera aiſé de déterminer la valeur de FL, puiſque $FL = \sqrt{\overline{FG}^2 + \overline{GL}^2}$

Il feroit facile de rapporter fur le papier l'opération précédente. Après avoir difpofé toutes chofes comme il vient d'être dit, vous formerez un croquis, fur lequel vous écrirez les mefures GL, GE, GF & KL ; alors menez une ligne *lb* ; prenez un intervalle *lg* qui contienne autant de parties de l'échelle que LG contient de toifes fur le terrein ; des points L & G élevez deux perpendiculaires, fur lefquelles vous porterez les valeurs LK, GF & GE ; par les points *k*, *e*, *l* & *f*, menez deux lignes indéfinies, dont la rencontre *a* fera le fommet de la montagne ; du point *a* abaiffez fur l'horizontale *lb* une perpendiculaire *ab* ; portez cette perpendiculaire fur l'échelle, & le nombre de parties qu'elle contiendra, fera la valeur de AB.

Telle eft la maniere de réfoudre quelques Problêmes d'altimétrie par le moyen des piquets ; mais il eft aifé de voir que les opérations conduifent à des erreurs d'autant plus confidérables, que les objets fe trouvent éloignés ; d'ailleurs les piquets ne font jamais exactement perpendiculaires, le terrein fe trouve rarement horizontal, & la moindre erreur dans les mefures devient confidérable en raifon de

la diſtance, puiſque la hauteur eſt le quatrieme terme d'une proportion géométrique.

Nous bornerons donc la pratique des piquets à la lòngimétrie & à la planimétrie: dans ces deux parties l'on peut au moins approcher du véritable réſultat, pourvu que l'on apporte beaucoup de ſoin en réſolvant les Problêmes.

PROBLÊME VINGT-DEUXIEME.

L'on propoſe de faire paſſer par trois points donnés, A, B & C, ſur le terrein, la circonférence d'un cercle.

SOLUTION.

NOUS penſons qu'il eſt inutile d'obſerver que les trois points ne doivent point être en ligne droite, parce qu'une ligne droite, pourvu qu'elle ſoit d'une longueur ſenſible, ne peut point appartenir ni faire partie d'une ligne courbe. Cela ſuppoſé, faites planter des piquets aux trois points A, B & C ; meſurez exactement les deux diſtances BA & BC; prenez la moitié de ces diſtances, & marquez-en le milieu par deux piquets I & K. De ces points élevez deux per- FIG. 37.

pendiculaires KH & HI ; ſuivez l'une d'elles juſqu'à ce que vous ayez trouvé un point H commun aux deux perpendiculaires IH & KH ; ce point ſera le centre d'un cercle, dont la circonférence paſſera par les trois points A, B & C.

Placez ſolidement un petit piquet au point H ; formez une meſure ST d'un pied de longueur, ſuivant que la circonférence ſera plus ou moins grande : ſi le rayon n'eſt que de 10 toiſes, une meſure d'un pied ſera ſuffiſamment grande ; ſi le rayon excede 10 toiſes, l'on pourra donner plus de longueur à la regle ST.

Ayez un grand nombre de petits piquets d'un pied de hauteur, & un cordeau égal à la diſtance BH ; formez une ganſe à l'extrêmité de ce cordeau ; placez cette ganſe au piquet H ; tendez fortement le cordeau juſqu'au point B ; faites à cette extrêmité une nouvelle ganſe ; prenez d'une main l'extrêmité du cordeau, & de l'autre la petite meſure ST ; faites-vous ſuivre par un ſervant qui aura des petits piquets.

Placez un petit piquet au point B ; tournez autour du point H ; préſentez la petite meſure ST, en appuyant une des extrêmités S contre le petit piquet B,

& avancez l'extrêmité du cordeau jufqu'à l'autre extrêmité E ; ce qui fixera le point E ; plantez à ce point un petit piquet ; & continuez de même, en pofant toujours l'extrêmité de la petite mefure contre le dernier piquet que l'on plante. Lorfque vous ferez revenu à la premiere pofition B, les petits piquets marqueront fur le terrein la circonférence d'un cercle.

L'on pourra faire fuivre à la beche la circonférence que l'on vient de tracer ; l'ouvrier aura foin feulement de courber extérieurement les lignes droites fixées par les petits piquets.

Si le terrein fur lequel l'on opere eft préparé, c'eft-à-dire s'il eft labouré & herfé, l'on pourra fimplement tracer la circonférence, en formant un petit fillon fur le terrein même ; pour cela ayant déterminé le centre comme ci-deffus, l'on aura un petit piquet pointu par l'un des bouts que l'on attachera à l'extrêmité d'un cordeau de la grandeur du rayon, & tenant le piquet perpendiculairement, en le faifant entrer d'un ou deux pouces dans la terre, la circonférence fe trouvera déterminée par le fillon qu'ouvrira le petit bâton en tournant autour du piquet H.

PROBLÊME VINGT-TROISIEME.

L'on propose de tracer sur le terrein l'ovale du Jardinier.

SOLUTION.

FIG. 38. CHOISISSEZ deux points quelconques C & E ; plantez à ces points deux petits piquets ; prolongez l'alignement CE de part & d'autre ; prenez un cordeau plus grand que CE ; attachez les deux extrêmités de ce cordeau aux deux piquets C & E.

Prenez le cordeau par un de ces points; tendez-le, il formera un angle CBE ; placez un petit piquet au sommet B de l'angle que forme la tension du cordeau, en observant de le placer en dedans de l'angle ; alors faisant glisser le petit piquet contre le cordeau, & de maniere que la tension soit toujours la même, la pointe tracera le demi-ovale ABDF ; & répétant la même opération de l'autre côté du diametre AF, l'ovale entier sera tracé.

REMARQUE.

PLUS la longueur du cordeau surpassera la distance CE, & plus l'ovale appro-

chera du cercle ; ainſi l'on ſera le maître de lui faire approcher plus ou moins le cercle , en donnant plus ou moins de longueur au cordeau.

Si le diametre de l'ovale eſt fixé, c'eſt-à-dire ſi les points A & F ſont déterminés ſur le terrein, plantez deux piquets aux points A & F, & fixez l'alignement AF. Des points A & F , prenez deux parties égales AD & FE ; plantez deux piquets D & E ; prenez un cordeau de la longueur de AF ; attachez les deux extrêmités de ce cordeau aux deux piquets D & E ; prenez le cordeau par un point quelconque , tendez-le fortement , & achevez l'opération comme dans le Problême précédent. Fig. 39.

Un ovale étant tracé ſur le terrein, l'on propoſe d'en déterminer le centre. Fig. 40.

Placez deux piquets à deux points quelconques D & E ; de ces deux points & ſur DE , élevez deux perpendiculaires égales ; ce qui fixera la ligne CK terminée à l'ovale , & parallele à DE ; prenez la moitié des deux lignes DE & CK ; fixez le milieu par deux piquets B & F ; prolongez de part & d'autre l'alignement BF juſqu'à ce qu'il ſoit terminé à l'ovale ; plantez deux piquets M & N ; prenez le

milieu de la diſtance MN ; marquez-le par un piquet A ; ce point ſera le centre de l'ovale.

Fig. 37. Un cercle étant tracé ſur le terrein, il ſeroit facile d'en déterminer le centre; pour cela placez ſur la circonférence trois piquets A, B & C ; prenez le milieu des deux diſtances AB & BC ; fixez-les par deux piquets ; de ces points & ſur ces lignes, élevez deux perpendiculaires qui ſe rencontreront au centre.

Telle eſt la maniere de fixer le centre de toute figure réguliere, dans laquelle ce point ſe trouve également éloigné des côtés. En effet, en élevant une perpendiculaire ſur l'un des côtés, l'on ſera aſſuré qu'elle paſſera par le centre ; & ſi du milieu d'un autre côté l'on éleve une autre perpendiculaire, elle ſera dans le même cas que la précédente ; d'où il eſt aiſé de conclure que le centre cherché doit être le point qui appartient à la fois aux deux perpendiculaires, c'eſt-à-dire le point d'interſection de ces deux lignes. D'après ce que nous venons de dire ſur cet objet, il ne doit reſter aucune difficulté pour fixer le centre des figures régulieres.

En ſuivant les principes que nous

avons établis jufqu'à préfent, il fera aifé de former la plantation d'un verger, ou des vignes accollées aux grands arbres, que l'on nomme en quelques endroits, hautins ; ces fortes de plantations fe font ordinairement à quinconce ; c'eft-à-dire que deux arbres d'une file, & les deux oppofés de la feconde, fe trouvent fur les angles d'un quarré ou d'un lofange. Pour parvenir à réfoudre cette queftion, l'on étudiera le terrein fur lequel l'opération doit s'exécuter. Si l'on n'eft point affujetti par quelque chemin ou foffé, & que l'on foit libre à difpofer les files d'arbres dans une pofition quelconque, alors choififfez le plus grand côté de l'efpace propofé ; & à une diftance convenable de cette ligne, fixez un alignement qui fe trouvera terminé par deux côtés oppofés de l'efpace ; ayez un cordeau d'une longueur égale à la diftance qui doit féparer les arbres ; portez ce cordeau fur l'alignement que vous avez tracé, & plantez des piquets à l'extrêmité de chaque mefure, ne laiffez fubfifter que ceux-là. De ces points élevez des perpendiculaires, fur chacune defquelles vous porterez la même mefure autant de fois qu'elles pourront la contenir ;

placez des piquets à ces points, & le quinconce ſe trouvera tracé.

FIG. A. Si l'on étoit aſſujetti par l'angle B'PQ, & qu'il fallût diriger les files d'arbres parallelement aux côtés B'P & PQ, l'on s'y prendroit de la maniere ſuivante.

Choiſiſſez deux points B' & M à volonté; de ces points élevez ſur les côtés PB' & PM les deux perpendiculaires B'H & MR; portez ſur ces lignes les intervalles que vous voulez donner aux arbres; des points C, D & H, élevez des perpendiculaires FR, GS, QT, &c.; des points L, S, R, élevez auſſi les perpendiculaires NL, OS, BT, &c.; ſur MR terminez ces lignes aux côtés de l'eſpace, & le quinconce ſe trouvera tracé; dans cet exemple les quatre arbres P, N, E, F, ſeront ſur les angles du loſange PNEF.

S'il s'agiſſoit de tracer des allées en eſpaliers, ce que l'on appelle ordinairement treillage, il ſuffiroit de mener des paralleles & de les diriger du midi au nord, afin de donner à la plantation une diſpoſition plus favorable.

Nous n'inſiſterons pas davantage là-deſſus, nous nous contenterons d'obſerver qu'en ſuivant les principes de l'agri-

culture pour les plantations, tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, & ce que nous donnerons par la suite dans le Traité de la Planchette, sera plus que suffisant pour mettre en état de résoudre toutes les questions, dans lesquelles l'Agriculture a besoin des secours de la Géométrie.

PROBLÊME VINGT-QUATRIEME.

L'on propose de tracer sur le terrein une redoute quarrée à crémaillere.

SOLUTION.

L'ON donne le nom de crémaillere à une espece de redan ; ainsi un parapet découpé intérieurement par des rentrants & des saillants, ou, pour parler en termes de l'art, un parapet, dans l'intérieur duquel l'on pratiqueroit des redans, s'appelle parapet à crémaillere. La solution du Problême n'a pour objet que de tracer les redans. FIG. 41.

Supposons que la redoute que nous voulons tracer ait sept toises de face ; mesurez sur le terrein, & dans l'endroit où vous projetez de disposer la redoute, une ligne AB de 7 toises ; placez deux piquets aux points A & B ; divisez AB

en huit parties égales ; c'eſt-à-dire, qu'ayant réduit 7 toiſes en 42 pieds, vous prendrez la huitieme de 42, qui eſt 5 pieds 1 pouce 6 lignes ; faites dreſſer une regle de cette dimenſion, & marquez-en exactement le milieu. Cela poſé, achevez le quarré ABZY, & plantez des piquets aux quatre angles.

Du point B élevez ſur la diagonale BY la perpendiculaire BK ; fixez cette perpendiculaire par pluſieurs petits piquets : il n'eſt pas néceſſaire de la prolonger conſidérablement.

Attachez un cordeau aux piquets A & B ; & en commençant par l'extrêmité B, étendez ſur BA la regle de 5 pieds 1 pouce 6 lignes ; ayez alors une autre regle de 2 ou 3 toiſes de longueur ; diſpoſez l'une de ſes extrêmités contre le milieu I de la regle BC ; placez-la perpendiculairement, opération très-facile au coup d'œil, & obſervez le point où la regle IK rencontrera la perpendiculaire BK ; marquez ce point ſur cette regle ; placez le premier piquet K, & faites réduire la regle à une longueur égale à KI. Les trois piquets B, C & K étant plantés, diſpoſez l'extrêmité de la regle BC contre le point C ; étendez-la, ſuivant le cordeau, de C en D ;

préſentez l'autre regle KI vers le milieu de la regle DC ; diſpoſez la premiere perpendiculairement ſur DC, & placez un petit piquet à l'extrêmité E de la regle perpendiculaire, & un autre à l'extrêmité D de la regle DC ; ôtez cette derniere, & continuez de même l'opération ſur les autres côtés du quarré, la crémaillere ſe trouvera tracée. Pour les autres lignes de conſtruction, elles ſe terminent parallelement à la droite AB ; mais les différents intervalles qui ſéparent les paralleles, ne ſe fixent que par rapport à l'objet même. Ainſi il faut conſidérer ſi le fort que l'on fait conſtruire, doit réſiſter aux pieces de campagne ; dans ce cas, le parapet doit être plus large que s'il s'agiſſoit de le mettre à l'abri de la mouſqueterie : ordinairement 9 à 10 pieds de parapet ſuffiſent pour réſiſter pendant un certain temps aux efforts des pieces de campagne ; les foſſés doivent auſſi avoir plus de largeur & de profondeur, à meſure que la défenſe doit être plus ou moins opiniâtre. Enfin le retranchement doit être proportionné, dans les parties qui le compoſent, aux attaques qu'il doit ſoutenir. Pour tracer donc le plan de la redoute, la crémaillere étant fixée, prolongez BA de

part & d'autre ; placez de grands piquets afin de fixer l'alignement ; mesurez de B en F, de F en G, de G en H, & de même sur le prolongement AR, des intervalles qui doivent fixer l'épaisseur des parapets, le talut extérieur, le fossé, le chemin couvert, & le glacis, si l'on veut en former à la redoute. Placez de grands piquets aux points F, G, H, I, N, M, &c., & ôtez tous les autres. Portez les mêmes mesures de part & d'autre sur le prolongement de YZ ; ce qui fixera les lignes FA', GB', &c. ; prolongez ces lignes jusqu'à ce qu'elles rencontrent le prolongement de la diagonale YB aux points S, T, &c. A ces points placez de petits piquets, de même que sur les lignes qui terminent l'épaisseur du parapet, la longueur du talut extérieur du fossé, &c., espacez les petits piquets de deux, trois, quatre ou cinq pieds.

Pour tracer l'arrondissement de la contrescarpe, il faut attacher l'extrêmité d'un cordeau au point T, prendre l'intervalle TQ, & fixer par le moyen des piquets l'arc QX. L'on répétera la même opération sur les quatre côtés du quarré ; l'on ôtera tous les grands piquets, & les petits qui resteront sur

les alignements, fixeront sur le terrein le plan de la redoute.

Remarque.

Nous nous sommes servis, dans le Problême précédent, d'une regle de 5 pieds 1 pouce 6 lignes, pour déterminer l'ouverture des redans; il semble même que nous nous soyons attachés à la huitieme partie du côté pour fixer cette ouverture. Mais nous devons avertir que l'intervalle BC doit être tel, 1.° Que le redan soit composé de deux faces perpendiculaires l'une sur l'autre ; 2.° Que les soldats placés sur les deux faces & à l'angle, soient à leur aise pour tirer librement, suivant les directions perpendiculaires, aux faces sur lesquelles ils se trouvent ; 3.° Qu'ils soient à l'abri du ricochet & du feu de flanc. Cependant l'on ne craint pas ordinairement le ricochet dans des ouvrages de si peu d'étendue. Ainsi le principal objet est de disposer le redan de maniere que le feu qui part d'un redan, ne puisse incommoder ceux des autres.

L'on doit toujours faire attention que le soldat ne tire que devant lui : inutilement voudroit-on espérer d'autre direction que celle qui est perpendiculaire

à la face ſur laquelle il ſe trouve. L'expérience a prouvé que toute tentative ſur cet objet eſt inutile. Suivant ces principes, nous pouvons conclure qu'une meſure de 5 pieds 2 ou 3 pouces, eſt plus que ſuffiſante ; à l'égard de la profondeur IK, elle eſt toujours fixée par l'ouverture BC, ainſi que l'on peut l'appercevoir par l'opération même. Si l'on vouloit tracer un parapet à crémaillere, dont la longueur fût de 20 toiſes, il faudroit porter de l'extrêmité des 20 toiſes, 5 pieds 1 ou 2 pouces; placer, à l'extrêmité de chacune de ces meſures, de petits piquets, & achever le reſte comme nous l'avons dit ci-deſſus. Si la meſure ne ſe trouvoit pas exactement contenue dans la longueur ; c'eſt-à-dire, ſi la longueur propoſée n'étoit pas exactement multiple de l'ouverture que l'on veut donner au redan, il y auroit ſeulement un ou deux redans qui ſe trouveroient inégaux ; mais cela n'apporteroit aucun déſavantage à la crémaillere. Il n'en eſt pas des choſes exécutées ſur le terrein comme de celles qui s'exécutent ſur le papier : ici le deſſein par ſa régularité doit préſenter à l'œil une forme agréable ; & là l'on ne doit s'attacher qu'à l'impor-

tant de la chofe. Nous ne faurions trop le répéter, l'exactitude géométrique ne doit pas fe chercher dans les opérations de pratique ; & une erreur d'un pied, & même de deux, fur 20 à 30 toifes, ne doit point arrêter celui qui fait l'opération ; lorfque l'on veut chercher trop d'exactitude, l'opération devient pénible, longue, & n'en eft pas plus jufte.

C'eft fur-tout dans les opérations qui s'exécutent à la guerre, que l'on doit opérer avec promptitude. L'endroit choifi & le projet conçu, l'on doit procéder au tracé fur le terrein ; opération qui doit fe faire le plus promptement poffible.

Les principaux avantages des crémailleres fur les autres parapets dans les redoutes quarrées, fe réduifent à trois points principaux ; 1.° Les angles fe trouvent mieux défendus ; 2.° Les feux font croifés ; 3.° Les foldats font à couverts des feux de flanc.

L'on fait que le foldat ne tire que directement devant lui ; il arrivera donc que l'ennemi pourra s'avancer fur les angles de la redoute ordinaire, & dans le fecteur 2 A′ 3, fans craindre beaucoup de feu ; il eft vrai qu'on fupplée en quelque façon à ce défaut, en plaçant fur les

angles, de petites pieces, ou des hommes armés de lances. Mais l'aſſaillant craint toujours moins dans l'attaque des angles qu'à celle des faces; l'expérience même le prouve, puiſque c'eſt toujours par les angles que l'on commence l'attaque des redoutes, & en général de tout ouvrage de fortification. Les parapets à crémaillere n'ont point ce défaut; les ſoldats placés ſur les faces des redans, dirigent leur feu vers les angles qui ſont alors aſſez bien défendus. Obſervons de plus que le double redan A qui ſe trouve à l'angle, forme une face ſur laquelle l'on peut placer une petite piece, ou des lanciers.

Nous n'inſiſterons pas davantage ſur la ſupériorité des parapets à crémaillere; cet objet appartient plus à la fortification qu'à cet ouvrage : d'ailleurs nous ne pourrions rien dire de ſatisfaiſant après M. le Chevalier de Clairac & l'Ecole de Fortification de M. de Fallois. L'on peut conſulter ces deux Ouvrages ſur cet objet.

Les plus fameux Ingénieurs ont préféré les redoutes rondes aux quarrées. M. le Chevalier de Clairac, dans ſon Ingénieur de campagne, eſt ſurpris que

l'on ait rarement exécuté ces ſortes de redoutes : ne pourroit-on pas auſſi leur appliquer la crémaillere ? Je laiſſe cette queſtion à décider à MM. les Officiers d'Artillerie & du Génie, bien perſuadé que leur déciſion doit ſervir de regle dans une partie qui leur eſt confiée : d'ailleurs nous croyons que les découvertes dans l'art de fortifier, doivent être faites par des Officiers expérimentés. Il ſeroit à ſouhaiter que les Auteurs ſur cette partie ne ſe trouvaſſent que parmi eux ; cela nous auroit peut-être épargné bien de mauvais ouvrages. Nous ne donnerons donc la conſtruction de la redoute ronde à crémaillere, que comme une opération de plus à faire ſur le terrein ; ce qui exercera toujours les Lecteurs dans la pratique, & leur donnera plus de facilité à opérer.

PROBLÊME VINGT-CINQUIEME.

L'on propoſe de tracer ſur le terrein une redoute ronde à crémaillere.

SOLUTION.

PRENEZ un point H pour le centre de la redoute ronde ; enfoncez un petit piquet FIG. 42.

à ce point ; ayez, comme dans le Problême précédent, deux mesures ; l'une, pour fixer l'ouverture des redans ; & l'autre, pour déterminer leur profondeur. Prenez l'extrêmité du cordeau & la mesure qui fixe l'ouverture des redans ; étendez le cordeau suivant HD ; placez un petit piquet D ; tournez autour de H, en tenant le cordeau également tendu ; présentez la regle qui doit fixer l'ouverture BD ; placez à l'autre extrêmité un petit piquet B ; continuez de marquer les intervalles BN, NM, &c. En plantant de petits piquets B, N, M, &c., revenez à la premiere position ; & appliquant la mesure suivant BD, tendez le cordeau suivant le milieu de BD, prenez sur son prolongement une partie égale à la profondeur que vous voulez donner aux redans ; alors placez un petit piquet C ; répétez la même opération sur toutes les ouvertures, & la crémaillere se trouvera tracée. A l'égard de l'ouverture & de la profondeur des redans, l'on doit leur donner au moins quatre pieds & demi de largeur, & la profondeur doit être telle que les deux faces qui composent le redan, soient perpendiculaires l'une sur l'autre, ou approchent beaucoup de l'angle

droit. En voilà plus qu'il n'en faut pour être en état de tracer ces ſortes d'ouvrages ſur le terrein.

Pour déterminer les intervalles qui doivent fixer la largeur des parapets des talut extérieur, du foſſé, du chemin couvert, &c., il ſuffit de marquer, ſur le prolongement d'un rayon HD, les parties DO, OQ, QR, &c., qui fixent ces différentes dimenſions ; enſuite avec un cordeau l'on tracera les circonférences O, Q, R, &c., en plaçant de petits piquets éloignés les uns des autres de trois ou quatre pieds.

Le plan tracé ſur le terrein de cette maniere, l'on fera ſuivre à la beche tous les traits, fixés par les petits piquets ; enſuite l'on procédera à l'élévation de l'ouvrage. Nous indiquerons la maniere de rapporter le profil de la fortification ; mais auparavant nous donnerons la méthode de tracer les forts à étoile ſur le terrein ; nous choiſirons ceux qui ſont les plus eſtimés des Ingénieurs : ce ſont les étoiles à cinq & à huit pointes ; elles ſe forment ſur le pentagone & ſur l'octogone.

PROBLÊME VINGT-SIXIEME.

L'on propose de tracer sur le terrein un fort à étoile, composée de cinq pointes.

SOLUTION.

Fig. 43. COMME le fort proposé doit être construit sur un pentagone régulier, il faut commencer par décrire le cercle, & déterminer le côté du pentagone régulier qui lui est inscrit.

Ayez quantité de piquets d'un pied & demi ou deux pieds, & d'autres beaucoup plus grands.

Dans l'endroit où le fort doit être construit, choisissez un point E; plantez un petit piquet à ce point; attachez-y l'extrêmité d'un cordeau de douze ou quinze toises de longueur, suivant que vous voulez donner de capacité à l'ouvrage; tracez la circonférence CFLM, en plantant de petits piquets éloignés les uns des autres d'un pied ou deux tout au plus. Pour faire cette opération plus commodément, l'on aura une regle de deux pieds de longueur; & à mesure que l'on tournera autour du point E, l'on aura soin de présenter la regle, &

de planter les petits piquets M, N, O, P, Q, &c., comme nous l'avons déjà dit ci-dessus. Aux extrêmités C & D du diametre, plantez deux grands piquets; du centre E, élevez sur le diametre la perpendiculaire EF, que vous terminerez par un grand piquet placé à la circonférence du cercle; prenez la moitié de ED; & plantez un petit piquet sur le milieu A; attachez l'extrêmité du cordeau à ce piquet A; étendez-le jusqu'à l'extrêmité F de la perpendiculaire marquée par le grand piquet, & portez l'intervalle AF, de A en B, sur le diametre DC; plantez un petit piquet au point B; détachez le cordeau du point A, & prenez l'ouverture BF. Cet intervalle sera le côté du pentagone régulier inscrit dans le cercle. Faites prendre à deux servants les extrêmités du cordeau; placez l'un de ces servants au piquet F, & l'autre, de façon que l'extrêmité du cordeau se trouve au point L de la circonférence; plantez un grand piquet à ce point. Alors le premier servant viendra au point L, & le second se placera dans la position M, de maniere que l'extrêmité du cordeau se trouve toujours sur la circonférence; plantez un

grand piquet au point M, & continuez de même ; ce qui déterminera le pentagone régulier. Cette figure sera bien distinguée sur le terrein, au moyen des grands piquets qui fixent les angles ; ôtez tous les petits piquets, il ne restera alors que le pentagone.

Divisez chaque côté en deux parties égales; ce qui se fera en mesurant le côté, & prenant la moitié de la mesure, mesurant ensuite cette moitié de L; par exemple, en G, sur le côté LF, au milieu I, G, &c., placez de petits piquets.

Cela posé, prenez la sixieme partie du côté du pentagone, & attachez l'extrêmité d'un cordeau au point E; ne donnez de longueur à ce cordeau que l'intervalle EG; mesurez sur le cordeau, en commençant du point G, une partie GH, égale à la sixieme de FL; attachez solidement un ruban au point H, afin de pouvoir toujours reconnoître la position de ce point; prenez l'extrêmité G du cordeau; placez-la contre le milieu G de l'intervalle FL, & plantez un petit piquet au point H à côté du ruban H; transportez-vous au point I; placez l'extrêmité du cordeau contre le milieu I de l'intervalle LM; & à côté du ruban K

attaché au cordeau, placez un petit piquet : continuez de même l'opération ſur les autres côtés ; plantez ſur les faces de petits piquets FH, HL, KL, &c. ; ôtez ceux qui fixoient le milieu des côtés du pentagone ; & alors l'étoile à cinq pointes ſera déterminée.

Nous ne donnons pas la démonſtration de l'opération que nous avons faite pour déterminer le côté du pentagone, il ſuffit de ſavoir le faire. Ce n'eſt point ici un cours de théorie ; d'ailleurs il n'y a guere que cette ſeule opération que nous ne démontrerons point dans cette Géométrie pratique ; toutes les autres appartenant aux propoſitions les plus ſimples des Eléments, nous les donnerons dans notre petit Traité de Géométrie élémentaire ; ouvrage que nous avons ſimplifié & abrégé le plus qu'il nous a été poſſible.

PROBLÊME VINGT-SEPTIEME.

L'on propoſe de tracer un fort à étoile, compoſé de huit pointes, ou octogonal.

SOLUTION.

COMME l'étoile propoſée doit avoir huit pointes, il faut commencer par Fig. 44.

décrire ſur le terrein une circonférence, & inſcrire dans le cercle un octogone. Choiſiſſez, dans l'endroit où vous vous propoſez de tracer l'étoile, un point K; placez-y un petit piquet; ayez un cordeau, dont la longueur ſoit égale au rayon que vous voulez donner à l'étoile projetée; attachez l'extrêmité du cordeau au point K; & par le moyen d'une meſure & de petits piquets, tracez ſur le le terrein la circonférence : à l'extrêmité T & N d'un diametre TN, placez deux grands piquets ; & du point K, élevez ſur TN la perpendiculaire KM, que vous terminerez de part & d'autre à la circonférence par deux grands piquets M & A ; meſurez l'intervalle MT ; prenez la moitié de cette meſure, que vous porterez de M en P, de T en E, &c.; & à ces points, placez de petits piquets; attachez l'extrêmité du cordeau au centre K; prenez l'autre extrêmité, que vous alignerez ſuivant KP ; c'eſt-à-dire que l'extrêmité du cordeau étant ſur la circonférence, le cordeau doit paſſer par le point P; alors placez un grand piquet au point R; répétez cette opération ſur les quatre côtés du quarré MTAN, en plaçant toujours de grands piquets

aux points que l'on fixe fur la circonférence ; alors l'octogone fe trouvera déterminé fur le terrein.

Mefurez un des côtés de l'octogone ; prenez-en la moitié, & portez cet intervalle de T en H, de C en D, &c. ; aux points H, D, &c., placez de petits piquets.

Mefurez un des côtés de l'octogone ; prenez le tiers de cette mefure ; & après avoir fixé l'extrêmité du cordeau au centre K, prenez de l'autre extrêmité une partie GF, telle que HF foit égal au tiers du côté de l'octogone. Pour faire cette opération, tendez le cordeau jufqu'à ce que l'extrêmité foit à la circonférence, & que le cordeau paffe par le point H ; alors placez un ruban au point H ; & de H mefurez une partie HF égale au tiers de TC ; placez un autre ruban en F.

Le cordeau dans cette pofition, placez un grand piquet au point F ; tranfportez-vous dans un point D, de façon que l'extrêmité du rayon étant placée à la circonférence au point Y, le cordeau paffe par le point D : les deux rubans fixés au point D & B fur le cordeau, indiqueront la tenfion qu'il faut lui donner. Placez un grand piquet au point B ; répétez la même

opération ſur les autres côtés de l'octogone, & l'étoile ſe trouvera tracée ; ôtez tous les petits piquets, & plantez-les ſur les faces FC, FT, &c., en les eſpaçant de deux pieds.

Le parapet de ces ſortes d'ouvrages, les foſſés, &c., étant parallele à la premiere ligne de conſtruction, nous nous diſpenſerons d'inſiſter davantage ſur la maniere de former le plan total de l'ouvrage ; nous nous contenterons de terminer les Problêmes de Tactique dans notre Traité des Piquets, par la conſtruction des ouvrages que l'on fait ordinairement pour fortifier les têtes des ponts ; mais ceci doit être précédé d'une remarque ſur la meilleure maniere de diſpoſer les ponts.

REMARQUE.

FIG. 45. LES ponts étant faits pour entretenir les communications, les débouchés doivent être libres. Ainſi ce ſeroit un grand défaut que de placer la tête d'un pont de maniere que l'embarquement ou le débarquement fût gêné par quelque obſtacle, comme ruiſſeau, marais, &c.

Sur la poſition des ponts, nous ferons l'obſervation ſuivante. Suppoſons que

l'armée ſoit dans la poſition A', & qu'elle ſe propoſe de paſſer la riviere B'; cette riviere préſente à l'armée A' deux ſaillants & deux rentrants.

Si l'on vouloit placer le pont dans le rentrant ABCD, l'ennemi pouvant ſe développer à l'autre bord ſur le ſaillant MNOP, ſes feux ſeroient dirigés de la circonférence au centre ; feu, comme l'on ſait, ſupérieur à celui que l'on voudroit oppoſer en tirant du rentrant ABCD ſur le ſaillant MNOP. L'avantage eſt donc abſolument en faveur de l'ennemi, & c'eſt-là une poſition des plus déſavantageuſes.

Au contraire, le pont placé en S' & S, donne la facilité de ſe développer ſur le ſaillant QRST; & tout le déſavantage ſe trouve du côté de l'ennemi; puiſque alors pouvant ſe développer ſur le ſaillant, les feux ſe trouveront dirigés de la circonférence au centre. Ainſi l'ennemi, pour s'oppoſer au paſſage, ſeroit obligé, dans cette poſition, de s'engager dans le rentrant. Les ponts doivent donc être diſpoſés ſur les ſaillants.

Comme les ouvrages que l'on exécute pour fortifier les ponts, doivent être à demeure, & ſervent quelquefois pendant

deux ou trois campagnes, ces ouvrages se font aussi avec plus de solidité à l'égard de leur forme ; elle dépend absolument du terrein sur lequel l'on veut construire la fortification, & du plus ou moins de largeur des rivieres.

Lorsque les rivieres ne sont pas d'une largeur bien considérable, & que la disposition du terrein le permet, l'on tire quelquefois des défenses de la rive opposée : alors les ouvrages se terminent à la rive par des côtés flanqués au moyen des pieces d'Artillerie placées à l'autre bord.

Lorsque les rivieres sont d'une largeur considérable, ou que la disposition du terrein ne permet pas de tirer aucune défense de l'autre bord, l'on y supplée par des puits perdus, des abattis placés en avant des ouvrages. Mais dans l'un & l'autre cas, l'on fera toujours mieux de ne compter, pour les défenses, que sur celles que l'on peut tirer des ouvrages mêmes.

Comme la fortification, dont on veut couvrir la tête d'un pont, ne doit pas s'exécuter avec la même promptitude, dans bien des cas ; alors c'est un projet que l'on peut tracer à l'aise dans le cabinet ; & les principes de la fortification permanente

permanente & paſſagere, doivent concourir à la perfection de l'ouvrage.

Au reſte, MM. les Officiers du Corps-Royal de l'Artillerie ſont pourvus d'excellents Mémoires ſur la Conſtruction des Ponts. Il eſt malheureux que quelques-uns de ces MM. ne prennent pas la peine de publier un ouvrage qui manque encore à la Tactique. Peut-être que ſi nous avions eu un Traité ſur cette partie, l'Encyclopédiſte de Paris ne ſe ſeroit pas permis de croire que lui ſeul eût été en état d'enſeigner à conſtruire des *Ponts militaires?* L'on ne peut lire cet article de l'Encyclopédie, ſans gémir de ce qu'un Ouvrage fait pour tranſmettre à nos neveux les principes ſûrs de toutes les ſciences, renferme cependant des parties auſſi imparfaites. Tel eſt l'article *Ponts militaires*, où l'Auteur, après un grand préambule, qui tend à faire voir que l'on ne ſait point encore conſtruire de Ponts militaires, finit par cette phraſe : *L'on manque de Ponts à l'Armée ; tous ceux que l'on a imaginés, ſont donc mauvais. Voilà qui ſuffit.* Nous renvoyons les lecteurs à cet article & à celui d'*Equipage de pont*, dans l'Encylopédie d'Yverdun. Revenons à notre ſujet.

Nous ne donnerons, dans cet Ouvrage,

que la maniere de tracer deux ſortes de fortifications pour couvrir la tête d'un pont; lorſque l'on ſera en état de rapporter ce plan ſur le terrein, l'on pourra faire aiſément toute autre opération de la même nature.

PROBLÊME VINGT-HUITIEME.

L'on propoſe de tracer ſur le terrein un ouvrage de fortification, pour couvrir la tête d'un pont.

SOLUTION.

FIG. 46. TRACEZ un alignement PNO; plantez un piquet au point N, & meſurez 72 toiſes de droite & de gauche; aux extrêmités de ces deux meſures, plantez deux piquets P & O.

Du point N, élevez ſur PO la perpendiculaire NKA; fixez cette ligne par pluſieurs piquets; meſurez 43 toiſes de N en K; plantez un piquet au point K, & ôtez ceux qui pourroient ſe trouver entre N & K. Du point K, élevez ſur NA une perpendiculaire KL que vous prolongerez de part & d'autre; meſurez ſur cette ligne deux parties KL & KM, chacune de 40 toiſes; placez deux grands

piquets aux points L & M, extrêmité de ces mesures; plantez-en de plus petits sur les deux lignes LP & MO; mesurez sur le prolongement de NK une partie KA de 70 toises; placez un grand piquet au point A, & élevez la perpendiculaire BAE.

Mesurez 60 toises de part & d'autre du point A, sur la perpendiculaire BAE, & plantez de grands piquets aux points B & E; placez-en de petits sur les lignes LB & ME.

Du point A, & sur la perpendiculaire AK, mesurez 20 toises; fixez cette mesure par le grand piquet F; prolongez les alignements BF, EF & des points B & F; mesurez 30 toises de B en C, & de E en D; placez de grands piquets aux points C & D, & d'autres plus petits, pour fixer les faces BC & DE; des points C & D abaissez sur les lignes DG & CH les perpendiculaires CG & DH; les deux flancs & la courtine GH, seront déterminés, & le plan de l'ouvrage sera tracé sur le terrein.

Pour abaisser les perpendiculaires CG & DH, attachez au point C l'extrêmité d'un cordeau; tendez-le par l'autre extrêmité jusqu'au point R de la ligne DG;

placez un petit piquet au point R, & portez l'extrêmité du cordeau à l'autre point S′, où il rencontrera encore le prolongement de DG en décrivant l'arc du cercle RS′; plantez un petit piquet au point S′; meſurez S′R; prenez la moitié de cet intervalle, que vous meſurerez de S′ en G; plantez un grand piquet au point G; faites la même opération, pour déterminer l'autre perpendiculaire; & vous aurez la poſition de deux flancs.

Pour déterminer la contreſcarpe; du point E, élevez ſur DE & EM les perpendiculaires ER′ & ES; faites l'intervalle ER′ de dix à douze toiſes; attachez l'extrêmité du cordeau au point E; tracez ſur le terrein l'arc SR′, & alignez la contreſcarpe à l'angle C de l'épaule; cet alignement rencontrera la perpendiculaire KA au point V; plantez un grand piquet à ce point, & d'autres plus petits pour fixer les contreſcarpes.

Il eſt inutile d'obſerver que le foſſé ne doit ſe tracer qu'après le talut extérieur, qui doit être mené parallelement à la ligne magiſtrale; ce foſſé qui doit régner le long des faces EM & MO, eſt parallele à ces côtés.

PROBLÊME VINGT-NEUVIEME.

L'on propose de tracer sur le terrein un ouvrage de fortification, pour couvrir la tête d'un pont.

SOLUTION.

DÉTERMINEZ l'alignement FBK ; d'un point B de cet alignement, élevez la perpendiculaire BA ; plantez plusieurs piquets sur cette ligne, & mesurez 72 toises de B en A ; mesurez de même 72 toises de B en K & de B en F, plantez les grands piquets K & F ; KF sera la diagonale d'un quarré, dont la moitié est le triangle KAF : ôtez tous les piquets qui ont servi à fixer les alignements, & ne laissez subsister que les grands piquets K, A, F & le petit piquet B ; mesurez le côté AF du quarré ; prenez la moitié de cette mesure, que vous porterez de A en I ; plantez un grand piquet au point I, & ne laissez dans cet alignement que les trois piquets A, I & F. FIG. 47.

Fixez l'alignement BI ; prenez 16 à 17 toises que vous mesurerez de I en L ; plantez un piquet au point L ; prolongez

les alignements AL & FL ; des extrêmités A & F, mesurez 30 toises de A en C & de F en E ; placez des piquets aux points C & E.

De ces points & par la méthode que nous avons donnée dans le Problême précédent, abaissez sur les lignes de défenses les deux perpendiculaires CG & ED, vous aurez la position des deux flancs & de la courtine ; placez des piquets sur les lignes de construction, & achevez de tracer le second côté de la figure.

La largeur du parapet, du talut extérieur, du fossé, &c., se déterminera aisément. A l'égard du fossé, l'on doit aligner les contrescarpes aux angles de l'épaule.

Si l'on vouloit tracer les demi-lunes vis-à-vis les courtines, il faudroit mesurer cinq à six toises sur les faces, en commençant par les angles de l'épaule, & placer des piquets Z & Z', que l'on aura soin de distinguer de ceux qui terminent les lignes de construction.

De l'angle K, que forme la contrescarpe, mesurez 30 à 40 toises de K en H, & la capitale de la demi-lune sera déterminée ; du point H, placez plusieurs

piquets d'alignement aux points Z & Z'; ce qui fixera les faces de la demi-lune; terminez les faces à la contrescarpe par deux grands piquets O & P ; fixez les faces par d'autres plus petits. A l'égard du fossé qui se trace parallelement aux faces , il n'y aura aucune difficulté.

Les deux ouvrages que nous venons de détailler, sont tirés de *l'Ingénieur de Campagne.* Nous nous dispenserons d'indiquer d'autres moyens de fortifier la tête des ponts ; ces sortes d'ouvrages dépendent des circonstances & de la disposition du terrein ; en général l'on aura soin d'embrasser un espace assez grand, pour que l'embarquement se fasse avec aisance & sans désordre : d'ailleurs l'ouvrage ayant plus de développement , sera susceptible d'une plus grande résistance, parce qu'il pourra contenir un nombre de soldats plus considérable. Les autres forts , tels que les triangles bastionnés, ou demi-bastionnés, se tracent sur le terrein ,en suivant les mêmes principes : ainsi nous n'en donnerons pas la construction, d'autant mieux que les bastions disposés sur les triangles , assurent beaucoup moins ces sortes d'ouvrages.

PROBLÊME TRENTIEME.

Le plan d'un ouvrage quelconque étant tracé ſur le terrein, l'on propoſe d'en exécuter le profil.

SOLUTION.

FIG. 48. CHOISISSEZ un terrein uni ; fixez un alignement AP, & portez ſur cette ligne les parties AD, DE, EG, &c., qui expriment le talut intérieur de la banquette, la banquette, &c.; de ces points, élevez ſur AP des perpendiculaires ſur leſquelles vous porterez les différentes dimenſions qui doivent fixer le profil ; plantez des piquets ſur ces lignes, & le profil ſe trouvera tracé ſur le terrein. Alors ayez des regles & des piquets de la longueur des différentes lignes qui terminent le profil ; attachez les piquets ſuivant les perpendiculaires, & fixez les parties AB, BC, &c., par des regles AD, DE, &c. ; attachez ſolidement les regles au piquet ; élevez cet aſſemblage qui formera le profil projeté.

FIG. 41. Planc. 4. Cela poſé, élevez deux perpendiculaires, BI & ZZ', ſur toutes les lignes qui fixent les différentes largeurs tracées ſur le terrein ; placez les profils ſur les

perpendiculaires : si les faces des ouvrages étoient considérables, il faudroit placer les profils de vingt en vingt toises, plus ou moins, suivant la longueur.

Ces profils donnent beaucoup d'aisance pour placer les terres qui proviennent de l'excavation du fossé, & pour élever la fortification. Nous n'insisterons pas davantage là-dessus ; pour peu que l'on ait quelque teinture de la fortification, l'on entendra facilement ce que nous venons de dire.



CHAPITRE II.

DE L'ÉQUERRE D'ARPENTEUR.

NOUS parlerons, dans ce Chapitre, de *l'Equerre d'Arpenteur*, de *l'Equerre brisée*, & d'un nouvel instrument que j'appelle *Linimetre*, qui sert à mesurer les trois côtés d'un triangle horizontal ou vertical, en connoissant un des côtés, & cela sans avoir égard aux angles.

Ce dernier instrument, lorsque je l'imaginai, étoit beaucoup plus composé

qu'il ne l'eſt aujourd'hui : je le ſimplifiai par la ſuite. Au reſte, ce n'eſt pas une découverte dont je doive me glorifier ; toute perſonne qui poſſede les Éléments de la Géométrie, & qui réfléchit ſur les principes, pourroit également trouver différents inſtruments propres au même uſage.

Je ne donne la pratique du *Linimetre* que pour mieux accoutumer les commençants aux autres inſtruments; il peut cependant être utile aux Officiers, dans le cas où ils veulent avoir ſur le champ une diſtance, ou une hauteur quelconque. Au ſurplus l'on ſera le maître d'en laiſſer de côté & la conſtruction & l'uſage: je ne l'ai inſéré dans cet Ouvrage qu'à la ſollicitation de quelques-uns de mes amis, à qui il a paru ſimple & expéditif. Je ne m'étendrai pas beaucoup ſur les différents Problêmes que l'on peut réſoudre par le moyen du *linimetre* ; je me contenterai d'en donner quelques-uns qui mettront, avec un peu de réflexion, en état de trouver la ſolution des autres. Paſſons à l'équerre d'Arpenteur.

Il paroît que l'équerre d'Arpenteur eſt le premier inſtrument dont on s'eſt ſervi pour meſurer les ſurfaces, & en lever le

plan. Il étoit ſimple de rapporter toutes les lignes aux perpendiculaires ; cependant il eſt peut-être le plus imparfait de tous, & ne doit ſon crédit qu'à l'ignorance de ceux qui s'en ſervent. Ce qu'il y a de plus étonnant, c'eſt que quelques Praticiens ont pouſſé les choſes juſqu'à préférer l'équerre d'Arpenteur à la planchette. Mais comme leur autorité n'eſt pas d'un grand poids, nous nous diſpenſerons d'entrer dans aucune diſſertation pour prouver le contraire. Il ne faut que connoître les deux inſtruments, pour décider là-deſſus.

L'équerre d'Arpenteur eſt un cercle évuidé & traverſé par deux lames de cuivre perpendiculaires l'une ſur l'autre ; à leurs extrêmités A, B, F & E, s'élevent deux petites lames de cuivre percées dans leur milieu d'une fente D, étroite & exactement perpendiculaire ſur la ligne AB, qui diviſe la lame en deux parties égales. Cette ligne AB s'appelle *ligne de foi.* FIG. 49.

On laiſſe au centre C un petit cercle de cuivre MPQR, pour donner plus de ſolidité à l'inſtrument, & pour placer en deſſous le genou qui ſert à diſpoſer l'équerre ſur ſon pied. Le genou eſt

composé d'une ſphere ſolide qui tient à un pivot, & d'une ſphere creuſe capable recevoir la ſphere ſolide. A cette derniere ſphere, eſt adaptée une douille qui ſert à poſer l'inſtrument ſur ſon pied. Le pied eſt composé de trois piquets unis à un priſme de bois triangulaire, autour duquel ils tournent par le moyen de trois vis. La hauteur des piquets qui compoſent le pied, eſt telle que l'inſtrument puiſſe ſe porter à la hauteur de celui qui opere.

La figure (50) indique la ſphere ſolide A, fixée au pivot D.

La figure (51) eſt compoſée d'une ſphere creuſe C, qui reçoit la ſphere ſolide A, & d'une forte vis EF, qui ſert à rapprocher les deux demi-ſpheres, & à fixer la ſphere ſolide A, en rendant le frottement plus ou moins conſidérable. Au pivot de la ſphere creuſe, eſt attachée une douille, qui eſt un cylindre creux, fait pour recevoir un cylindre de bois A, fixé ſur le priſme qui joint les trois pieds ſur leſquels tout l'inſtrument eſt porté.

Un coup d'œil ſur la figure A (pl. 5) donnera une idée ſuffiſante du pied de l'inſtrument. PQ eſt un des pieds percés à la tête, pour recevoir une vis K; cette

vis entre dans une des faces du prifme DCMLH. EF eft un à plomb dont on difpofe l'extrêmité au-deffous du prifme & à fon centre. Telle eft en général la conftruction de l'équerre d'Arpenteur. Il feroit facile de rendre cet inftrument beaucoup plus exact; l'on s'en convaincra par les obfervations fuivantes.

La jufteffe de l'équerre dépend en général, 1.° des deux lames perpendiculaires l'une fur l'autre; 2.° de la longueur du rayon.

En effet fi les deux lignes de foi AB & EF ne font pas exactement perpendiculaires l'une fur l'autre, les deux lames ne feront pas difpofées à angle droit; & comme l'objet de cet inftrument eft de lever, par le moyen des perpendiculaires, toutes les opérations faites avec une équerre, dont les deux diametres EF & AB ne feroient pas exactement perpendiculaires, conduiroient à de faux réfultats.

La plus grande partie des équerres d'Arpenteur n'ont que fix à fept pouces de diametre : cette dimenfion n'eft pas la moitié de celle qu'il faudroit donner à cet inftrument, pour opérer avec jufteffe. En effet élevez une perpendicu-

laire avec une équerre d'Arpenteur de ſept pouces de diametre; vérifiez la même ligne avec une autre équerre d'un pied & demi ou deux pieds de diametre; & vous appercevrez que les deux réſultats ſont bien différents. Nous en indiquerons la raiſon, après avoir montré la conſtruction d'une équerre qui rempliroit ces deux objets; elle joindroit à l'exactitude l'avantage d'être peu diſpendieuſe.

Ayez un madrier de bois d'orme, épais de deux pouces & demi, & bien ſec; tracez la circonférence EAFB, dont le rayon ſoit d'un pied; élevez deux diametres perpendiculaires l'un ſur l'autre; vérifiez l'opération deux ou trois fois; vers les extrêmités de ces diametres, c'eſt-à-dire aux points A, E, B, F, faites des mortoiſes d'un pouce & demi en quarré, & de quatre à cinq lignes de profondeur; fixez dans ces quatre mortoiſes un morceau de cuivre de même dimenſion, & écroué en deſſous du madrier. L'écrou doit porter ſur deux lames de fer encaſtrées dans le bois, & répondre aux deux diametres que l'on a menés en-deſſous du madrier. Ces lames auront trois pouces de largeur, & deux lignes d'épaiſſeur; outre les quatre écrous qui

peuvent aſſujettir les quatre morceaux de cuivre à ces lames, elles ſeront arrêtées au bois par pluſieurs vis, placées à égale diſtance les unes des autres.

Sur le milieu des quatre plaques de cuivre, doivent s'élever des pinules percées de fentes étroites & exactement perpendiculaires ſur le plan de l'inſtrument; enfin il faudra donner tous ſes ſoins pour diſpoſer les quatre pinules de maniere qu'étant perpendiculaires ſur les deux diametres, les fentes dont elles ſont percées ſoient auſſi perpendiculaires ſur les lignes de foi; le genou ſera adapté au centre, & en-deſſous du madrier, dans l'endroit où les deux lames de fer ſe rencontrent; le pivot doit être arrêté ſolidement.

Telle eſt l'équerre que j'ai fait exécuter. Il eſt vrai qu'il vaudroit mieux qu'elle fût toute de cuivre, en conſervant les mêmes dimenſions; mais elle deviendroit trop diſpendieuſe pour la plupart de ceux qui ſe ſervent ordinairement de cet inſtrument.

REMARQUE.

RIEN n'eſt plus eſſentiel que de maintenir beaucoup de longueur aux inſtruments de mathématique. En effet ſup- FIG. 52.

poſons que EDCF exprime le diametre de l'équerre, & DC & EF ſoient les deux fentes, à travers deſquelles l'on viſe; ſuppoſons l'œil de l'obſervateur en G.

Quelque étroites que ſoient les fentes, elles auront toujours une certaine largeur; en ſorte que le rayon viſuel paſſant par le milieu de la premiere, raſera les deux côtés D & C de la ſeconde, & par conſéquent l'obſervateur pourra viſer dans tout l'angle IDGCH. Suppoſons maintenant que le diametre de l'inſtrument ſoit double, triple & quadruple de ED; qu'il ſoit, par exemple, BE, l'œil toujours placé à la même diſtance de la premiere fente EF, le rayon viſuel raſera les deux côtés B & A, & l'obſervateur verra dans l'angle LBGAK. Mais l'angle LBGAK eſt plus petit que l'angle IDGCH, parce qu'ils ont tous deux leur ſommet au même point, & que la baſe BA du ſecond, égale à la baſe DC du premier, ſe trouve plus éloignée du ſommet G. Puiſque le ſecond eſpace eſt plus petit que le premier, il ſe trouvera donc moins de points où l'on puiſſe placer des piquets qui paroiſſent être dans le prolongement de la ligne qui paſſe par le milieu des pinules: ainſi l'alignement

gnement sera plus parfait, & cette perfection augmentera à mesure que la base de l'angle sera éloignée du sommet. Il est donc prouvé que plus les instruments dont on se sert pour prendre les alignements, seront longs, plus les opérations seront exactes.

Lorsque dans cet exemple nous nous sommes servis d'un instrument de six à sept pouces de longueur, nous avons supposé que le piquet auquel l'on vise, n'étoit éloigné des pinules que de quatre-vingts à cent toises tout au plus; car si le piquet se trouvoit à deux cents, trois cents toises & davantage, ces alignements pris avec une alidade (On appelle ainsi une regle de cuivre ou de bois, aux extrêmités de laquelle s'élevent deux pinules; c'est, dans l'équerre d'Arpenteur, le diametre EF garni de ses pinules.) de six à sept pouces, conduiroient à des erreurs considérables. Voici, en peu de mots, l'expérience que j'en ai faite plusieurs fois.

L'alidade étant de six pouces, & visant à un piquet éloigné de cent toises; à cette distance l'on peut placer deux autres piquets, éloignés d'un pied de celui auquel l'on vise; c'est-à-dire que l'angle

eſt appuyé ſur une baſe de quatre & même de cinq pieds ; le piquet toujours à la même diſtance, & l'alidade étant de quatorze pouces, la baſe de l'angle eſt à peu près de deux pieds & demi à trois pieds, ainſi de ſuite ; c'eſt-à-dire que ces baſes gardent à peu près le rapport des longueurs des alidades.

Cette erreur paroît peu de choſe à la diſtance de cent toiſes ; mais à celle de deux cents & trois cents, elle ſera beaucoup plus conſidérable en ſuppoſant l'alidade de ſix pouces. L'on verra dans le Chapitre où nous traiterons de la Planchette, quelle ſeroit l'erreur dans les interſections, ſi les baſes ſurpaſſoient trois pieds, &c.

Delà l'on peut conclure que les équerres faites d'un cylindre de bois ou de cuivre, de quatre à cinq pouces de diametre, & percées dans toute leur longueur par des fentes perpendiculaires l'une ſur l'autre, ſont les plus défectueuſes.

Fig. 53. L'équerre briſée eſt un inſtrument compoſé de deux regles de bois BC & AD, pivotant l'une ſur l'autre autour d'un boulon F. A une certaine diſtance EF du centre F, eſt fixé à la regle AD,

un demi-cercle de bois EHG qui traverſe l'épaiſſeur de la regle, & autour duquel elle peut tourner librement.

La regle BC eſt traverſée par une vis, dont la pointe donne ſur le demi-cercle, & ſert à fixer l'ouverture de l'angle que l'on prend; l'inſtrument eſt arrêté ſur un piquet, dans lequel entre le clou M.

Comme les opérations que l'on fait avec l'équerre briſée, ne ſont pas fort étendues, l'on pourra ſe former un inſtrument de cette eſpece, en clouant l'une ſur l'autre, & dans leur milieu, des regles de bois de quatre pouces de largeur, & d'un ou deux pieds de longueur; le clou qui traverſera les deux regles, entrera dans l'épaiſſeur d'un piquet de deux pouces de diametre. Nous n'avons vu nulle part l'uſage de cet inſtrument bien détaillé; cependant les opérations que l'on fait par ſon moyen, s'exécutent facilement, & avec beaucoup de célérité. Nous ne laiſſerons rien à deſirer là-deſſus.

Le troiſieme inſtrument, dont nous donnerons l'uſage dans ce Chapitre, eſt le *Linimetre*, ainſi appellé, parce que l'on peut meſurer les côtés d'un triangle

horizontal ou vertical, en connoissant un des côtés.

Il est composé de deux regles de cuivre B A & B D, formant un angle ABD, dont le sommet B est une charniere ronde; par le moyen de laquelle les deux regles B A, B D, peuvent tourner librement autour du centre B.

La regle B D est deux fois plus épaisse que la regle BA. Dans le milieu de cette regle, regne une rainure d'une ligne de profondeur, creusée dans l'épaisseur du métal.

Dans le dessous de la regle BD, & à six pouces de la tête B, est fixé un demi-cercle de cuivre, dont l'épaisseur traverse la regle BA. Ce demi-cercle s'arrête à cette regle au moyen d'une vis qui traverse l'épaisseur de la regle BA: cette vis sert à fixer l'ouverture d'un angle que l'on aura pris. Le milieu V du demi-cercle est marqué pour pouvoir, dans le besoin, disposer les deux branches à angle droit.

Sur le centre B de la tête de l'instrument, est une pinule qui tourne sur elle-même, autour du point B; aux extrêmités A & D sont deux pinules à charniere, qui peuvent se baisser pour

qu'une troisieme regle LK puisse se mouvoir librement sur toute la surface de l'angle ABD. Cette regle KL est fixée à l'extrêmité d'un parallélipipede creux FEG, dont les rebords entrent dans la rainure que l'on a pratiquée vers le milieu de l'épaisseur de la regle BD. Sur le parallélipipede FEG est placée une vis, qui traverse l'épaisseur de la face FE du parallélipipede, & s'appuie sur la regle BD; de sorte que cette regle étant disposée dans un point quelconque de BD, en serrant la petite vis, le parallélipipede se trouvera fixé.

A l'extrêmité G du parallélipipede, est une charniere ronde, & autour de laquelle la regle LK peut tourner librement; en sorte que cette regle a deux mouvements; l'un suivant BD, en avançant ou reculant le parallélipipede, & l'autre autour du centre G de la charniere, en faisant tourner la regle LK. Aux extrêmités de cette regle, sont deux pinules à charniere L & K.

La regle LK doit déborder la regle BGD de deux pouces.

Les regles BA & BD, sont divisées en parties égales; & les deux lignes sur lesquelles sont marquées les divisions,

partent du centre B, & divisent la largeur des regles en deux également; les chiffres qui désignent le nombre des divisions, doivent être disposés sur le bord des regles, & les transversales en doivent occuper la largeur.

La regle LK sera divisée de même en parties égales; mais les divisions ne doivent commencer que vis-à-vis le centre de la charniere, c'est-à-dire vers G.

Comme les trois regles ne sont pas de même longueur, & que la regle LK doit être plus grande que BA, & celle-ci que BD, elles ne doivent pas contenir un même nombre de parties égales : si BD, par exemple, est divisé en trois cents parties égales, BA en contiendra davantage ; le principal est que toutes les divisions soient égales entr'elles : les opérations seront plus exactes si l'on donne au moins huit pouces à la plus petite, & un pied à la plus grande. Lorsque nous donnerons l'usage de cet instrument, l'on comprendra mieux pourquoi il est plus simple de ne pas maintenir les trois regles de la même longueur.

A cinq pouces de la tête B de l'angle, & en-dessous de la regle BD, doit être fixé un pivot M, à l'extrêmité duquel

ſera une ſphere ſolide M, beaucoup plus conſidérable que celle de l'équerre d'Arpenteur ; & le reſte du genou, abſolument ſemblable à celui de l'équerre, doit être plus grand à proportion : la ſphere ſolide M doit avoir au moins un pouce & demi à deux pouces de diametre. La raiſon en eſt ſimple, tout l'inſtrument eſt porté ſur le genou, les regles ſont fort longues & ont beſoin de beaucoup de force pour les ſoutenir. Or, plus la ſphere ſolide ſera grande, plus elle aura de ſurface, plus le frottement ſera conſidérable, & l'inſtrument aſſuré ſur ſon pied.

USAGE
DE
L'ÉQUERRE D'ARPENTEUR.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propoſe d'élever une perpendiculaire à l'extrêmité de la droite BC.

SOLUTION.

PLANTEZ un piquet à l'extrêmité C de la droite BC ; poſez l'équerre d'Arpenteur à l'autre extrêmité B, de ma- Fig. 55.

niere que le centre de l'inſtrument réponde perpendiculairement au-deſſus du point B. Pour faire cette derniere opération, ayez un poids attaché à l'extrêmité d'un cordeau ; placez l'autre extrêmité du cordeau en-deſſous & au centre du priſme, auquel ſont fixés les trois pieds ; laiſſez mettre en repos le corps ſuſpendu à l'extrêmité du cordeau ; & s'il ſe trouve au-deſſus du point B, c'eſt une marque que le centre de l'inſtrument y répond auſſi.

L'équerre diſpoſée de cette maniere au point B, tournez le cercle juſqu'à ce qu'en viſant au travers des pinules, vous apperceviez le piquet C ; attendez un inſtant pour revérifier l'opération, parce que le frottement cauſé par la ſphere creuſe, ou, ſi l'on ſe ſert d'une équerre ordinaire, celui qui eſt cauſé par le cylindre creux, contre le pivot de bois, occaſionne toujours un petit retour ; en ſorte que ſi l'on ne vérifioit pas l'opération, il y auroit une petite erreur qui deviendroit d'autant plus grande, que le retour ſeroit plus conſidérable. Le rayon viſuel BC étant vérifié deux ou trois fois, viſez le long de l'autre diametre, & au travers des deux pinules ; envoyez un

ſervant avec deux piquets ; attendez qu'il ſoit à trente ou quarante toiſes de l'inſtrument, pour faire placer le premier.

Faites ſigne au ſervant de ſe jeter ſur la droite ou ſur la gauche, juſqu'à ce que le piquet, qu'il aura ſoin de tenir bien perpendiculairement, paroiſſe dans l'alignement des pinules au travers deſquelles l'on viſe; alors levez & abaiſſez la main ou le chapeau, ce ſigne lui marquera de placer le piquet au point où il eſt.

Vérifiez à la fois les deux alignements BC & BA, avant de faire aucun ſigne au ſervant, pour voir ſi l'inſtrument ne s'eſt point dérangé; alors faites-lui ſigne d'aller en avant pour planter le ſecond piquet, que l'on fera placer de la même maniere.

Remarquez ſur le terrein le point qui correſpond au centre de l'inſtrument, & placez-y un petit piquet ; ôtez l'équerre du point B, placez-y un grand piquet; alors l'alignement BA ſera perpendiculaire à l'extrêmité de BC, car les deux diametres de l'équerre ſont perpendiculaires l'un ſur l'autre : donc les alignements pris ſur le terrein, & qui ne ſont autre choſe que les prolongements des deux diametres, ſeront perpendiculaires.

PROBLÊME SECOND.

Une ligne droite HBC *étant donnée ſur le terrein, & un point* A *inacceſſible fort éloigné de cette droite, l'on propoſe d'abaiſſer de ce point une perpendiculaire ſur* HBC ; *c'eſt-à-dire que l'on propoſe de fixer ſur la ligne* HBC *le point* B, *où la perpendiculaire* AB *rencontreroit la ligne donnée* HBC.

SOLUTION.

FIG. 54. FIXEZ par pluſieurs piquets l'alignement HC ; jugez à vue d'œil l'endroit où la perpendiculaire peut tomber. Pour trouver à peu près ce point, marchez ſur cette ligne ; faites face à l'objet, & regardez directement devant vous : ſi la vue porte ſur l'objet, vous êtes près de l'extrêmité de la perpendiculaire ; ſinon il faudra avancer ou reculer ſuivant l'alignement HC, juſqu'à ce que la vue porte directement ſur l'objet.

La raiſon de cette approximation, c'eſt qu'étant de côté ſur une ligne dans une ſituation à peu près perpendiculaire ; ſi l'on regarde devant ſoi, la vue ſuivra une direction perpendiculaire à la ligne ſur laquelle l'on ſe trouve.

Le point où la perpendiculaire doit rencontrer la ligne HC étant à peu près déterminé, l'on y transportera l'équerre; & après l'avoir dispofée de maniere que le centre de l'inftrument réponde à un point de la ligne HC, l'on tournera le cercle jufqu'à ce qu'en vifant à travers les pinules, l'on apperçoive les piquets H & C; l'on regardera à travers les deux autres pinules; & l'on reconnoîtra fi le prolongement du diametre de l'inftrument va rencontrer l'objet A. Si cela arrive, le point B de la ligne HC, qui répondra au centre de l'équerre, fera l'extrêmité de la perpendiculaire.

Si le prolongement de l'autre diametre paffe à droite ou à gauche de l'objet A, l'on remarquera à vue d'œil à quelle diftance le prolongement paffe du point A, & l'on tranfportera l'équerre du côté où il fera néceffaire, & à la diftance que l'on a appréciée.

L'on ne peut à la vérité réfoudre ce Problême que par une efpece de tâtonnement; mais l'on n'a point d'autre méthode en fe fervant de l'équerre, à moins que le point ne fût acceffible; encore, dans cette derniere fuppofition, la méthode que l'on feroit obligé de fuivre

pour fixer la perpendiculaire, deviendroit plus compliquée & plus longue que celle que nous venons d'indiquer : ainsi nous n'en parlerons pas.

L'on ne sauroit trop recommander aux commençants & à ceux qui veulent acquérir de la facilité pour lever à vue, de s'attacher à juger des perpendiculaires. Voici la conduite que nous conseillons de tenir, pour parvenir à cet objet.

Elevez sur le terrein une perpendiculaire sur une ligne donnée ; fixez la ligne & la perpendiculaire par plusieurs piquets ; observez-la exactement ; placez-vous à l'extrêmité de la perpendiculaire ; & regardant en même temps la base & cette ligne, retenez l'impression que fera leur position sur votre vue. Répétez la même opération trois ou quatre fois, jusqu'à ce que vous vous trouviez à peu près sûr du coup d'œil. Alors fixez une ligne quelconque ; placez-vous à un point de cette ligne, & regardant devant vous, rappellez-vous de l'impression que la premiere perpendiculaire a faite sur votre vue ; faites planter plusieurs piquets dans l'alignement que vous soupçonnez être celui de la perpendiculaire, & placez-en un ; au point où vous êtes, vérifiez avec

l'équerre, ou par la méthode que nous avons donnée dans le Chapitre des Piquets, la perpendiculaire que vous avez tracée à vue d'œil, & obſervez ſi vous êtes bien écarté de la vraie poſition.

Cette opération doit être répétée bien des fois ; & ce n'eſt que d'après beaucoup d'expérience que l'on pourra acquérir cette facilité de juger des perpendiculaires.

COROLLAIRE.

LORSQUE l'on eſt en état d'élever une perpendiculaire ſur une ligne, il eſt bien ſimple de mener une parallele à une ligne donnée, & par un point donné; pourvu cependant que le point ne ſoit pas inacceſſible, & que la diſtance qui le ſépare de la ligne donnée, ne ſoit pas bien conſidérable. Suppoſons que l'on veuille mener par le point A une parallele à la ligne HC; du point A, abaiſſez par le moyen du Problême précédent; & avec l'équerre, la perpendiculaire AB. FIG. 55.

Prenez un point quelconque H de la ligne HC; & de ce point, élevez ſur HC la perpendiculaire HM; fixez l'alignement de cette perpendiculaire, par pluſieurs piquets; meſurez exactement

BA; portez cette meſure de H en M; prolongez l'alignement MA : il ſera la parallele demandée; car les deux perpendiculaires étant égales, il ſuit néceſſairement que les deux lignes ſeront à égale diſtance l'une de l'autre, & par conſéquent paralleles. Ainſi l'on aura la ligne demandée.

L'on peut encore réſoudre cette queſtion, de cette maniere : Si la ligne BA eſt acceſſible par les deux extrêmités, il ſuffira d'élever avec l'équerre, des points B & A, les perpendiculaires BH & AM ſur BA; elles ſeront paralleles, puiſque toutes deux ſont perpendiculaires ſur la même ligne.

Il eſt eſſentiel auſſi de s'accoutumer à mener des paralleles au coup d'œil, ſans le ſecours des perpendiculaires, & ſans aucun inſtrument. L'on ſuivra la méthode que nous avons indiquée pour les perpendiculaires; & l'on s'habituera bientôt à ces deux opérations.

Il n'eſt pas moins néceſſaire de s'accoutumer à juger des diſtances au coup d'œil; nous indiquerons les moyens de s'y former, dans le Chapitre où nous traiterons de la Planchette.

PROBLÊME TROISIEME.

L'on propose de déterminer, par le moyen de l'équerre, la distance AB *entiérement inaccessible.*

SOLUTION.

DÉTERMINEZ l'alignement CD ; fixez-le par plusieurs piquets ; suivez la ligne CD avec l'équerre, & abaissez les perpendiculaires AC & BD ; mesurez exactement ces deux lignes, ainsi que la distance CD qui sépare les deux perpendiculaires. FIG. 56.

Formez un croquis de l'opération, & écrivez sur chaque ligne le nombre de toises qu'elle contient. Cela posé, construisez une échelle, & menez une ligne *cd* à laquelle vous donnerez autant de parties que CD contient de toises sur le terrein ; des points *c* & *d*, élevez sur *cd* les deux perpendiculaires indéfinies *ac* & *bd* ; faites-les proportionnelles à leurs correspondantes sur le terrein, ce qui fixera les points *a* & *b* ; menez la ligne *ab*, portez-la sur l'échelle, & le nombre de parties qu'elle contiendra, exprimera le nombre de toises que la ligne AB contient sur le terrein.

Remarque.

Pour faire l'opération précédente avec l'équerre, nous avons ſuppoſé les deux points A & B acceſſibles, quoique la ligne AB fût inacceſſible ; ſi elle l'étoit entiérement, il faudroit toujours abaiſſer les perpendiculaires, & enſuite déterminer le nombre de toiſes de chacune d'elles par quelqu'une des opérations que nous avons données dans le Chapitre des Piquets, & achever le reſte comme dans le Problême précédent. Mais cette opération n'eſt pas plus courte ni plus facile que celle que nous avons indiquée ; ainſi l'on pourra ſe ſervir indifféremment des deux.

L'on peut encore, par le moyen de l'équerre d'Arpenteur, réſoudre la plupart des Problêmes que nous avons inſérés dans le Chapitre des Piquets. Par exemple, ſi l'on propoſe de déterminer la diſtance inacceſſible BA.

Fig. 9. Planc. 1. Placez l'équerre au point B ; tournez le cercle de l'inſtrument, juſqu'à ce qu'en viſant à travers les deux pinules, l'on apperçoive l'objet A ; vérifiez deux ou trois fois cet alignement ; viſez à travers les deux autres pinules, & faites planter trois

trois ou quatre piquets ſur cette nouvelle ligne. Cela poſé, prolongez AB de dix, douze, ou quinze toiſes; placez l'équerre à l'extrêmité D de cette meſure; & élevez de ce point, & en ſuivant le même procédé, la perpendiculaire DE ſur DA; placez pluſieurs piquets ſur cette ligne; fixez les points E & C d'alignement au point A; & déterminez la diſtance BA, en ſuivant le procédé que nous avons indiqué dans la ſolution du même Problême.

Enfin la réſolution de tous les Problêmes dans leſquels il s'agit d'élever des perpendiculaires, pourra s'accélérer avec l'équerre, parce que cet inſtrument une fois diſpoſé, donne ſans aucune opération la direction de la perpendiculaire.

Nous n'inſiſterons pas davantage ſur les Problêmes du premier Chapitre, que l'on peut réſoudre avec l'équerre d'Arpenteur. Il eſt aiſé d'en faire l'application d'après l'exemple que nous venons de donner, & la conſtruction même de l'inſtrument: nous conſeillons cependant à ceux qui veulent apprendre à lever ſur le terrein, de répéter avec l'équerre tous les Problêmes que l'on peut réſoudre par le moyen de cet inſtrument, & qui ſe trouve inſéré dans le Chapitre des Piquets.

PROBLÊME QUATRIEME.

En ſuppoſant l'eſpace AFEDC *acceſſible dans ſon intérieur, l'on propoſe de déterminer le nombre des meſures quarrées qu'il contient, & de former le plan de cet eſpace.*

SOLUTION.

FIG. 57. COMMENCEZ par examiner votre terrein, & en reconnoître les limites; faites enſuite planter des piquets à tous les angles, & choiſiſſez dans cette figure une diagonale, ſur laquelle vous jugez que doivent tomber toutes les perpendiculaires abaiſſées du ſommet des angles. Par exemple, dans la figure propoſée, l'on préférera la diagonale DF à la diagonale AE: ce n'eſt que l'habitude & les obſervations que nous avons faites au ſujet des perpendiculaires, qui peuvent décider, dans l'occaſion, ſur le choix de la diagonale.

Suppoſons, dans cet exemple, que l'on ait choiſi la diagonale DF, il faudra la déterminer par pluſieurs piquets, & marcher ſur cette ligne avec l'équerre, en abaiſſant les perpendiculaires EG,

BA & CH ; cette opération doit ſe faire avec beaucoup d'ordre. Arrivé au point G, extrêmité de la premiere, faites meſurer GF, & la perpendiculaire GE ; formez le croquis de la figure ; orientez-le, & menez dans le croquis la diagonale correſpondante à DF ; notez ſur les premieres lignes GE & GF du croquis, le nombre de toiſes qu'elles contiennent.

Cherchez la ſurface du triangle GFE ; alors écrivez dans le triangle correſpondant du croquis, le nombre des meſures quarrées qu'il contient ; formez dans le triangle & avec le crayon, un ſigne quelconque qui indiquera que la ſurface eſt déterminée.

Continuez à ſuivre la diagonale FD, juſqu'à ce que vous ſoyez arrivé au point B, extrêmité de la ſeconde perpendiculaire ; notez toujours ſur le croquis la valeur des lignes GB & BA : & comme l'on connoît la premiere GF, l'on connoîtra par conſéquent la baſe BF.

Cherchez la ſurface du triangle BFA ; diſpoſez le réſultat de la même maniere que vous avez placé celui du premier triangle, & formez quelque ſigne pour vous rappeller que l'opération eſt faite.

Arrivé à l'extrêmité de la derniere per-

pendiculaire, notez ſur le croquis les diſtances BH, HD, HC, vous connoîtrez par conſéquent GD; cherchez la ſurface des triangles correſpondants du croquis; alors il ne reſtera plus qu'à déterminer la ſurface du trapeze ABHC, par la méthode que nous avons donnée dans nos Éléments de Géométrie; il ſuffira d'ajouter les deux perpendiculaires, de prendre la moitié de leur ſomme, & de multiplier ce dernier réſultat par la baſe HB.

Cette derniere opération finie, l'on ajoutera tous ces différents produits, & leur ſomme ſera la ſurface de l'eſpace propoſé, diviſant cette ſomme par le nombre des meſures quarrées que contient la meſure principale du pays dans lequel l'on opere, l'on aura le nombre de meſures quarrées; & la premiere partie du Problême ſera réſolue. Je dis la premiere partie, car au moyen de l'opération précédente, l'on a la ſurface, & non le plan de l'eſpace propoſé; toutes les meſures priſes & notées ſur le croquis, rien n'eſt plus ſimple que de rapporter l'opération ſur le papier. Formez une échelle, & menez une ligne *df*; portez, par le moyen de

l'échelle, les différentes parties *dh*, *hb*, *bg*, *gf*; c'eſt-à-dire, donnez à chacune de ces lignes autant de parties de l'échelle qu'elles contiennent de toiſes ſur le terrein. Des points *h*, *b* & *g*; & en ſuivant la diſpoſition du croquis, élevez les perpendiculaires *ge*, *ba*, *hc*; donnez à chacune d'elles autant de parties de l'échelle que leurs correſpondantes contiennent de toiſes ſur le terrein; les extrémités *c*, *a* & *e* de ces perpendiculaires étant fixées, menez des lignes en ſuivant les poſitions qu'elles ont dans le croquis, & le plan de la figure ſera déterminé.

L'on auroit pu, par le moyen de l'équerre, fixer les perpendiculaires, meſurer toutes les lignes, rapporter toutes les meſures ſur le croquis, former le plan par le moyen de l'échelle & des obſervations que nous avons faites; alors l'on auroit évalué la ſurface de la figure ſur le plan même; l'on auroit ſuivi dans ce cas le même procédé que nous avons indiqué dans le Chapitre des Piquets, lorſque nous avons traité de l'évaluation des ſurfaces.

REMARQUE.

IL peut arriver que par la diſpoſition

du terrein, il n'y ait point de diagonale ſur laquelle toutes les perpendiculaires puiſſent tomber : mais il arrivera toujours de ces deux choſes l'une ; ou la diagonale étant fixée, toutes les perpendiculaires s'y termineront ; ou bien quelques-unes d'elles tomberont ſur ſon prolongement.

Suppoſons qu'une de ces perpendiculaires tombe ſur le prolongement ; alors il faudra toujours marcher ſur cette ligne, pour fixer le point où cette perpendiculaire doit tomber ; l'on formera le croquis, & l'on meſurera la perpendiculaire, que l'on multipliera par la baſe compriſe dans la figure.

Au reſte ſi nous voulions prévoir tous les cas, il faudroit répéter les mêmes Problêmes une infinité de fois. Tous les eſpaces à meſurer ſont différents les uns des autres ; cependant nous donnerons, dans la ſuite, des figures fort irrégulieres ; nous nous attacherons même à les rendre plus irrégulieres que celles que l'on pourroit trouver ſur le terrein, afin de prévenir toutes les difficultés.

Fig. 58. Pour ne laiſſer aucun doute ſur la difficulté propoſée, ſuppoſons que l'on veuille évaluer le nombre des meſu-

res quarrées contenues dans l'espace ACGFHL, & que l'on ne puisse fixer que la diagonale AG. Déterminez cet alignement par des piquets ; formez le croquis de la figure ; commencez par le point A, & suivez les perpendiculaires BL & GH ; cherchez, par le moyen du Problême précédent, la surface du triangle BLA, celle du trapeze BLHG ; alors l'on aura à évaluer celle du triangle ACO, & celle du quadrilatere GOFH. Prolongez la diagonale AG ; fixez le prolongement par plusieurs piquets, & suivez-le en abaissant les perpendiculaires FE & CD ; notez exactement la valeur de ces lignes.

Pour évaluer la surface du quadrilatere GOFH, cherchez celle du trapeze EFHG, & retranchez-en celle du triangle EFO ; écrivez le reste dans le croquis, & dans l'espace correspondant ; ce reste exprimera la surface du quadrilatere.

Multipliez la partie AO, base du triangle ACO, par la moitié de la perpendiculaire CD ; le produit donnera la surface du triangle.

Telle est la maniere dont il faut opérer, lorsque la figure étant accessi-

ble dans son intérieur, les perpendiculaires tombent sur le prolongement. Cet exemple doit lever toutes les difficultés de cette espece ; & la maniere dont nous avons évalué la surface du quadrilatere GOFH, peut servir de regle. Nous n'insisterons pas davantage sur cet objet; nous croyons d'y avoir pleinement satisfait ; au reste, les Problêmes suivants, en faisant mieux connoître l'usage de cet instrument, apprendront aussi à résoudre des questions plus difficiles.

PROBLÊME CINQUIEME.

L'on propose de déterminer la surface d'un espace, dont l'intérieur n'est pas accessible, & d'en former le plan.

SOLUTION.

Fig. 58. FAITES le tour de l'espace, & plantez des piquets à tous les angles qui le terminent; formez-en exactement le croquis, que vous inscrirez dans un rectangle ; orientez-le & comparez-le deux ou trois fois avec la figure du terrein, pour vous assurer qu'il contient toutes les lignes que vous avez prises. Cela posé, tracez sur le terrein un alignement ABT, qui

passe de ce côté par l'angle le plus saillant de la figure ; fixez cet alignement en plaçant plusieurs piquets sur la ligne ABT.

Observez ensuite l'angle I, qui de ce côté est le plus saillant de l'espace ; & sur l'alignement ABT, abaissez, par le moyen de l'équerre, la perpendiculaire RA ; plantez un piquet au point A ; prolongez l'alignement AT ; suivez cet alignement jusqu'à ce que vous rencontriez l'extrêmité de la perpendiculaire abaissée sur cette ligne, de l'angle E le plus saillant de la figure ; prolongez la perpendiculaire ET, & suivez ce prolongement jusqu'à ce que vous trouviez l'extrêmité S de la perpendiculaire qui passe par l'angle le plus saillant H ; le prolongement de cette perpendiculaire rencontrera l'alignement AIR au point R ; placez-y un piquet.

Distinguez par de grands papiers les quatre piquets A, T, S & R, qui désignent les quatre angles du rectangle ; & ôtez tous ceux qui seroient plantés intermédiairement. Cela posé, revenez à la premiere position A ; suivez l'alignement AT, & abaissez successivement les perpendiculaires KN & LM ; mesurez les perpendiculaires, ainsi que les parties

AN, NM & MB ; menez ſur le croquis les deux perpendiculaires correſpondantes, & écrivez ſur chacune de ces lignes le nombre de toiſes qu'elles contiennent ſur le terrein ; cherchez la ſurface du trapeze ANKI, celle du trapeze NMLK, & enfin celle du triangle BML. Il eſt inutile de rappeller que la ſurface du trapeze ANKI, ſe trouve en multipliant la moitié de la ſomme des deux perpendiculaires AI & KN, par la hauteur AN ; ainſi des autres. Faites ſur une autre feuille de papier une copie du croquis, dans laquelle vous ne repréſenterez que l'eſpace inſcrit dans le rectangle ; ajoutez les différentes ſurfaces qui compoſent celles du polygone ABLKI, & écrivez le réſultat dans le polygone correſpondant du ſecond croquis ; formez un ſigne quelconque dans ce polygone, pour vous rappeller que la ſurface eſt évaluée.

Continuez de ſuivre ſur le terrein la ligne AT, juſqu'à ce que vous ſoyez arrivé au piquet T ; cherchez de même la ſurface des parties extérieures BCET, &c. & écrivez dans les polygones correſpondants du ſecond croquis la ſurface de chacune de ces figures.

Achevez de même l'opération en suivant le côté opposé RS ; ajoutez toutes les parties extérieures, c'est-à-dire celles qui sont terminées par les côtés du rectangle, & le contour du polygone proposé ; retranchez cette somme de la surface du rectangle, & le reste sera celle de la figure proposée ; car la surface du polygone, jointe à celle des parties extérieures, est égale à celle du rectangle : donc si de la surface du rectangle l'on retranche celle des parties extérieures, le reste indiquera la surface de l'espace proposé.

Pour former le plan de l'espace, il faut, comme nous venons de le faire, inscrire l'espace dans un rectangle, abaisser les perpendiculaires, former le croquis, & noter sur chacune des lignes le nombre de toises qu'elles contiennent sur le terrein. Cela posé, comme les côtés du rectangle sont connus, il sera facile de le rapporter sur le papier par le moyen de l'échelle ; portez ensuite toutes les parties qui séparent les perpendiculaires les unes des autres ; c'est-à-dire, marquez sur les deux plus grands côtés du rectangle, les points où ces lignes vont aboutir ; de ces points élevez les perpendiculaires, aux-

quelles vous donnerez autant de parties de l'échelle que ces mêmes lignes contiennent de toises sur le terrein. L'extrêmité de ces lignes étant déterminée, menez les côtés qui doivent renfermer l'espace, & vous en aurez le plan.

Pour évaluer comme sur le terrein la surface du polygone, il faudra, par le moyen de l'échelle, chercher la surface du rectangle, & en retrancher celle des parties extérieures.

Nous supposons dans cet exemple, que l'espace n'est pas extrêmement irrégulier, qu'il n'est pas non plus d'une étendue considérable; dans ce dernier cas, il est rare de ne pas rencontrer sur le terrein des obstacles qui empêchent d'inscrire la figure dans un rectangle. Le Problême suivant levera toutes les difficultés; mais il nous faut auparavant faire quelques observations sur ce que nous venons de dire. Il arrive très-souvent que les figures sont terminées par des lignes courbes; nous verrons dans la remarque suivante la maniere d'évaluer les surfaces de ces sortes de figures.

REMARQUE.

FIG. 59. SUPPOSONS qu'il s'agisse d'évaluer la surface de l'espace VEFGHILM, &c.,

formez-en le croquis, en imitant, autant que vous le pourrez, les contours de la figure.

Transſportez-vous à la convexité K la plus ſaillante, & tracez l'alignement BKA ; inſcrivez enfin la figure dans un rectangle BADC ; diſtinguez les quatre piquets qui fixent les angles de ce rectangle, & ôtez tous les piquets intermédiaires.

Cela poſé, en commençant par le point V, ſuivez la courbe VEFGHIK, & plantez les piquets E, F, G, H, &c., aſſez près les uns des autres, pour que les parties de la courbe, compriſes entre deux piquets, ſoient ſenſiblement droites ; alors vous regarderez la partie VGK comme compoſée de pluſieurs lignes droites.

Suivez avec l'équerre l'alignement AK, & marquez ſur cette ligne l'extrêmité des perpendiculaires ; abaiſſez des points E, F, G, &c. ; prenez toutes les meſures néceſſaires ; rapportez-les ſur le croquis, & cherchez la ſurface de l'eſpace AKIHGFEV ; continuez de même l'opération du côté de AB ; ſuivez les côtés du rectangle, où les perpendiculaires abaiſſées des angles de la figure

viennent ſe terminer ; retranchez enfin toutes les parties extérieures de la ſurface du rectangle, le reſte ſera celle de l'eſpace propoſé.

Pour former le plan de cet eſpace, il faut, après avoir rapporté toutes les meſures ſur le croquis, former le rectangle par le moyen de l'échelle, marquer ſur les côtés l'extrêmité des perpendiculaires, & les faire proportionnelles à celles qui ſont ſur le terrein ; enſuite l'on fera paſſer par tous ces points une ligne courbe, ſemblable à celle du terrein ; opération bien facile, puiſque vous ſerez dirigé par pluſieurs points qui appartiennent aux ſinuoſités. Il eſt inutile d'obſerver que plus les perpendiculaires ſeront rapprochées, plus il ſera facile d'imiter les ſinuoſités du terrein ; mais plus auſſi l'opération ſera compliquée ſans être plus difficile. Cependant lorſqu'il s'agit de trouver exactement la ſurface d'un pareil eſpace, & que l'on veut ſur-tout en avoir un plan aſſez exact, il ne faut pas épargner ſes peines.

L'on rapprochera donc les piquets le plus près qu'il ſera poſſible, pour que les ſinuoſités compriſes entre les deux piquets paroiſſent, & ſoient à peu

de chose près des lignes droites.

Il ne faut pas cependant multiplier mal-à-propos les opérations ; ainsi lorsque l'on pourra placer les piquets éloignés les uns des autres, l'on n'hésitera pas à le faire ; mais auparavant il faut s'assurer que la partie comprise entre les deux piquets, soit sensiblement droite ; pour cela plantez sur la sinuosité plusieurs piquets, très-près les uns des autres ; éloignez-vous de vingt à trente pas du premier ; faites-y placer un servant ; fixez la file des piquets, & faites signe au servant de les suivre les uns après les autres, en plaçant successivement la main contre chacun d'eux ; dès que vous vous appercevrez que le piquet où il se trouve, commence à n'être pas en ligne droite avec ceux qu'il a déjà passés, faites-lui signe de s'y arrêter ; alors transportez-vous aux premiers piquets, & ôtez tous ceux qui sont intermédiaires ; la ligne comprise entre les deux piquets sera sensiblement droite.

PROBLÊME SIXIEME.

L'on propose d'évaluer la surface d'une figure extrêmement irréguliere, & assez considérable, pour ne pouvoir être inscrite dans un rectangle.

Solution.

Fig. 60. Soit la figure O'EFHNPRTXA'', &c., dont on propose de déterminer la surface; après avoir pris toutes les précautions que nous avons indiquées dans le Problême précédent, transportez-vous sur la convexité N; tracez l'alignement NMO : comme des obstacles empêchent de prolonger la ligne MO, l'espace ne pourra pas être inscrit dans un rectangle; alors suivez avec l'équerre l'alignement MNO, & élevez la perpendiculaire ML sur MO; cette ligne rencontrera le côté de l'espace au point L; faites planter un piquet à ce point, & élevez la perpendiculaire LC''. Si quelque obstacle empêchoit encore de prolonger l'alignement LC'', il faudroit de nouveau abaisser une perpendiculaire d'un point quelconque de LC''; cette ligne rencontreroit le côté de l'espace, & de ce

ce nouveau point l'on abaisseroit une perpendiculaire comme précédemment. Supposons qu'aucun obstacle n'empêche de prolonger LC″, suivez cette ligne, & abaissez les perpendiculaires KH, D, A′O′, B, AX′ & C″H. Comme il est impossible d'appercevoir, de l'alignement LC″, le point F du rentrant EGFH, suivez la perpendiculaire KH, & abaissez sur cette ligne les perpendiculaires EI, G′H, &c.; rapportez toutes ces mesures sur le croquis. Cela posé, suivez la ligne MNO, & abaissez du point P la perpendiculaire OPQS, que vous prolongerez autant que le terrein le permettra. Supposons que cet alignement ne peut se prolonger au-delà du point V′; de ce point, abaissez la perpendiculaire V′X, cette ligne rencontrera en X le côté de l'espace; du point X élevez sur XV′ la perpendiculaire XY, & du point Y la perpendiculaire YD″ sur XY; du point D″ élevez une nouvelle perpendiculaire D″F″, &c., que vous terminerez par une autre GEF″ abaissée de l'angle E le plus saillant dans cette partie.

A l'égard du rentrant HG″H″K′H′O′, il sera aisé d'en déterminer la surface, en élevant la perpendiculaire V′I; l'on rap-

portera à cette ligne les perpendiculaires R′F′, Q′G″, H′P′ & IH″ ; & enfin, pour fixer l'angle K′, l'on ſuivra la ligne H′P′, & l'on élevera la perpendiculaire M′K′.

Comme cette opération eſt très-compliquée, il faudra dans un eſpace de cette eſpece, apporter beaucoup de ſoin pour diſtinguer aiſément les perpendiculaires qui fixent les parties extérieures dont il faut déterminer la ſurface.

L'eſpace propoſé n'eſt point, comme on le voit, inſcrit dans un rectangle ; mais nous allons indiquer les moyens de déterminer la ſurface du rectangle qui le renfermeroit ; pour cet effet, ſuivons les perpendiculaires que nous avons abaiſſées. La premiere ligne eſt MNO, ſur laquelle ont été fixées les deux perpendiculaires ML & OPQV′, qui ſe terminent en L & en V′ ; delà partent les deux perpendiculaires LC″ & V′X ; & enfin les autres lignes de même nature ſont YX, D″F″, F″G, & C″G. Imaginons maintenant les côtés MO & OV′ prolongés juſqu'à la rencontre des perpendiculaires extrêmes GF″ & GC″ ; il eſt clair que ces prolongements fixeront le rectangle B″OA″G, puiſqu'il eſt aiſé de s'appercevoir que les lignes de conſtruction ont

toujours été perpendiculaires les unes ſur les autres. Cela poſé, la ſurface du rectangle B''O A''G eſt égale à B''O multiplié par O A''; mais B''O eſt égal à C''L plus M O : & comme l'on connoît ces deux lignes, l'on connoîtra auſſi B''O; de même O A'' eſt égal à O V' plus X Y, plus D''F''; multipliant donc la ſomme de ces dernieres perpendiculaires par C''L + M O, le réſultat ſera la ſurface du rectangle B''O A''G.

Nous avons fixé toutes les lignes qui ſervent à réſoudre la queſtion; pour mieux indiquer l'ordre qu'il faut ſuivre dans les opérations, nous n'avons pas déterminé la ſurface des parties extérieures à meſure qu'elles étoient fixées par les perpendiculaires; nous avons ſuivi cet ordre pour mieux faire appercevoir que l'on pouvoit toujours trouver la ſurface du rectangle, dans lequel un eſpace quelconque peut être inſcrit. Nous allons maintenant indiquer l'ordre qu'il faut ſuivre, pour trouver les parties extérieures. Nous ne ferons nos obſervations que ſur la partie PRTXA''B''D''E'', il ſera aiſé d'en faire l'application ſur le reſte.

Dans cette partie l'on cherchera la

ſurface du triangle PRQ, & celle des trapezes QRTS, TSV′X, XYZA″, A″ZC′B″, & enfin celle du triangle D″C′B″. L'on ajoutera à leur ſomme la ſurface du rectangle XV′D′Y, dont on connoîtra toujours les deux côtés contigus XV′ & XY ; & après avoir déterminé la ſurface du triangle D″F″E, l'on ajoutera celle du rectangle dont on connoîtra les deux côtés contigus D″D′ & D″F″. La ſomme de toutes ces ſurfaces donnera celle de la figure PRTXA″-B″D″E, &c., déterminant de même les autres parties extérieures, auxquelles l'on ajoutera les rectangles, qui joints aux parties fixées, forment l'excès du grand rectangle B″OA″G ; & retranchant la ſomme de ces parties extérieures, de la ſurface du grand rectangle, le reſte ſera celle de l'eſpace propoſé.

Si l'on vouloit rapporter l'opération ſur le papier, c'eſt-à-dire conſtruire le plan de l'eſpace, il ſuffiroit d'en former le croquis, de diſtinguer les perpendiculaires, & de noter exactement les valeurs de toutes les lignes ; alors, & par le moyen de l'échelle, il ſeroit facile de former le plan de l'eſpace.

Telle eſt la maniere dont il faut opérer

pour évaluer les ſurfaces des figures extrêmement irrégulieres : il eſt, je crois, difficile d'en trouver une qui le ſoit plus que celle que nous propoſons ; ainſi il ne doit reſter au lecteur aucune difficulté.

A l'égard de l'ordre qu'il faut ſuivre dans les opérations, il n'en eſt aucun de particulier ; l'on eſt le maître de commencer par telle ou telle ligne de l'eſpace ; l'obſervation qu'il faut ſeulement faire, c'eſt de choiſir la ligne qui peut donner une conſtruction ſimple, par rapport à l'eſpace dont il s'agit.

Si l'on propoſoit de lever le plan d'une continuité de poſſeſſions, il faudroit alors joindre les opérations faites dans le premier eſpace, à celles que l'on projeteroit dans l'eſpace ſuivant ; ce qui ſeroit facile par le moyen d'une droite, qui étant perpendiculaire ſur une ligne de conſtruction du premier eſpace, ſeroit auſſi dans la même ſituation à l'égard d'une autre droite menée dans le ſecond eſpace, & qui ſerviroit dans celui-ci de ligne de conſtruction. Un exemple levera là-deſſus les difficultés qui pourroient ſe préſenter.

PROBLÊME SEPTIEME.

L'on propose de lever, par le moyen de l'équerre, le plan de plusieurs maisons.

SOLUTION.

Fig. 64. Fixez le prolongement AS d'une des faces de la maison, & placez l'équerre dans un point quelconque M de ce prolongement ; du point M élevez sur MS la perpendiculaire MG, que vous terminerez au prolongement de FO ; prolongez aussi les côtés CD & EB, jusqu'à ce qu'ils rencontrent la perpendiculaire GM aux points D′ & H ; plantez un piquet au point L, à peu près dans le milieu de l'intervalle HD′ ; mesurez les parties MA, MD′, D′B, D′L, BL, LC, LH, CH, HG, FC & GF ; écrivez toutes ces mesures sur le tableau des opérations. Cela posé, transportez l'équerre sur un point X du prolongement de AS ; de ce point élevez la perpendiculaire V′X ; cherchez sur cette ligne le point V, où le prolongement de FO la rencontre ; placez un piquet à ce point, & marquez sur le mur SR le point Q d'alignement avec les points P & V ;

mesurez les parties SX, SQ, QR, RP, QP, PO, PV, VO, VX & V′V; du point V′ élevez sur XV′ la perpendiculaire VI; observez toutes les droites qui, étant rapportées à cette perpendiculaire, peuvent fixer le plan des objets avec le moins d'opérations; prenez toutes les différentes mesures, & écrivez-les, suivant l'ordre qu'elles sont mesurées dans le tableau des opérations. Il est inutile que nous nous étendions davantage là-dessus; d'après ce que nous avons dit jusqu'à présent, il est aisé d'achever l'opération & de suivre sur la figure les lignes de construction.

Le tableau des opérations achevé, il s'agit de former le plan de l'espace; pour cela menez une ligne *ms*, sur laquelle vous prendez des parties *ma*, *as*, &c., proportionnelles aux lignes qui les représentent sur le terrein; du point *m* élevez sur *ms* une perpendiculaire *mg*; portez sur cette ligne les parties proportionnelles *md′*, *d′l*, *lh*, *gh*, &c.; des points *d′* & *l*, & avec des ouvertures *d′b* & *lb*, proportionnelles aux lignes mesurées sur le terrein, décrivez deux arcs de cercle, l'intersection de ces deux arcs déterminera le point *b*; menez la ligne *ab*; prolon-

gez bd', & prenez une partie be sur le prolongement proportionnelle à BE; faites la même opération pour déterminer le point c. En suivant ce procédé, l'on formera aisément le plan des trois bâtiments proposé.

Lorsque dans ces sortes d'opérations les bâtiments sont rectangulaires, il suffit de fixer un de leurs côtés quelconques, parce que les autres lignes qui doivent déterminer le plan, sont perpendiculaires réciproquement.

PROBLÊME HUITIEME.

L'on propose de fixer, par le moyen de l'équerre, la capitale d'un ouvrage de fortification.

SOLUTION.

Planch. 5. Fig. 47. PROLONGEZ exactement les faces M'N', O'N', & plantez des piquets P' & B' à des points quelconques de ces prolongements; & des points P' & B', & sur les lignes N'B' & N'P', élevez deux perpendiculaires P'G' & B'F'; mesurez un nombre de toises exact de P' en G', & faites B'F' égal à P'G'; des points F'&G', élevez sur les lignes P'G' & B'F' les per-

pendiculaires G′E′ & F′E′ ; plantez des piquets ſur ces lignes, & cherchez le point E′ de leur rencontre : ce point ſera ſur la capitale.

DÉMONSTRATION.

Du point H imaginons les deux perpendiculaires H′S & H′H ; & prolongeons les côtés I′H′ & KH′, juſqu'à ce qu'ils rencontrent les côtés C′N′ & N′L′ aux points R & O, l'on aura deux triangles rectangles SOH′ & RH′H, qui ſeront parfaitement égaux, car H′S étant perpendiculaire ſur IR, l'angle SH′R eſt droit; de même H′H étant perpendiculaire ſur KO, l'angle HH′O eſt droit: donc HH′O = SH′R, & retranchant la partie commune OH′R, les angles SH′O & HH′R, ſeront égaux : donc les deux triangles rectangles SH′O & RH′H ſont ſemblables; mais par la conſtruction les deux perpendiculaires SH′ & H′H ſont égales : donc les deux triangles SH′O & RH′H ſont parfaitement égaux, puiſqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun : donc H′R = HO : donc enfin OH′RN′ eſt un rhombe ; mais dans cette figure la diagonale diviſe en deux également les

angles opposés : donc N′E′H est la capitale (c. q. f. d.)

REMARQUE.

COMME l'opération précédente ne s'exécute ordinairement qu'à deux cents cinquante ou trois cents toises de l'ouvrage, si l'on ne donnoit que trente toises, par exemple, aux perpendiculaires P′G′ B′F′, leur point d'intersection E′ seroit trop près de l'ouvrage. En effet P′G′ étant de trois cents toises, N′D′ + D′E′ sera de soixante toises, & par conséquent N′E′ sera plus petit que la somme de ces deux lignes, puisque l'on sait que pour que trois lignes renferment un espace, il faut qu'une d'elles soit plus petite que la somme des deux autres : ainsi pour que le point d'intersection ne se trouve pas à peu de distance de l'ouvrage proposé, il faudra donner aux deux perpendiculaires L′K & C′I′, le plus de longueur qu'il sera possible. L'on ne saura apporter trop de soin pour faire les deux perpendiculaires L′K & C′I′ égales.



PROBLÊME NEUVIEME.

L'on propose de diviser en deux également un espace AFEC *par une ligne menée d'un angle* A.

Solution.

Levez exactement le plan du quadrilatere, & tracez-le sur le papier ; menez la diagonale *fc* opposée à l'angle *a*, d'où doit partir la ligne de division ; divisez cette diagonale en deux également, & menez les lignes *ab* & *be*. Fig. 61.

Par cette opération le quadrilatere *aceb* sera égal au quadrilatere *abef* ; menez l'autre diagonale *ae*, & par le point *b* une parallele *bd* à *ae* ; cette ligne rencontrera *ce* au point *d* ; par le point *d* & le point *a*, menez la ligne *ad*, elle sera la ligne de division ; marquez cette ligne plus fortement que les autres, pour la distinguer des lignes de construction ; portez sur l'échelle la ligne *cd* ou *de*, & marquez le nombre des parties que contient l'une d'elles ; mesurez sur le terrein une partie DE proportionnelle à *de*, & le Problême sera résolu.

DÉMONSTRATION.

LA diagonale *fe* ayant été diviſée en deux également, il eſt clair que le triangle *fab* eſt égal au triangle *bac*, & que le triangle *feb* eſt pareillement égal au triangle *bec* : donc le quadrilatere *abec* eſt égal au quadrilatere *abef*, & par conſéquent ce dernier eſt la moitié du quadrilatere propoſé. Cela poſé, *bd* étant parallele à *ae*, les deux triangles *abe* & *ade*, ſont égaux, parce qu'ils ont même baſe & même hauteur : donc ſi à chacun d'eux l'on ajoute le triangle *afe*, les ſommes ſeront égales & donneront le quadrilatere *abef* égal au quadrilatere *adef*; mais le premier eſt la moitié du quadrilatere propoſé : donc le dernier ſera dans le même cas (c. q. f. d.).

REMARQUE.

FIG. 62. SI la figure propoſée étoit terminée par cinq, ſix ou ſept côtés, & que l'on propoſât de réſoudre la même queſtion, l'on commenceroit par mener la diagonale *fb*, & chercher la ſurface du triangle *fab* ; le triangle *fab* ſera ou plus grand ou plus petit que la moitié de la ſurface du polygone propoſé ; s'il eſt plus petit, retranchez la ſurface du triangle

de la moitié du polygone, le reſte ſera la ſurface qu'il faut joindre au triangle *fab*, pour réſoudre la queſtion. Abaiſſez la perpendiculaire *fg* ſur le côté *bc* oppoſé au point *f*, d'où l'on veut faire partir la ligne de diviſion ; portez cette perpendiculaire ſur l'échelle, & diviſez l'excès du demi-polygone ſur le triangle *fab* par la moitié de cette perpendiculaire ; portez le quotient de *b* en *d* ; & par le point *d* & le point *f*, menez la ligne *fd*, elle ſatisfera à la queſtion. Pour rapporter cette opération ſur le terrein, meſurez un nombre de toiſes BD, égal au nombre des parties de l'échelle que contient *bd*, & le point D ſatisfera au Problême.

Enfin ſi l'on vouloit diviſer un eſpace quelconque dans le rapport des nombres 3, 8 & 9, il faudroit premierement en lever le plan, & chercher enſuite la ſurface du polygone. Cela poſé, ajoutez les trois nombres 3, 8 & 9, leur ſomme ſera 20 ; établiſſez les proportions ſuivantes : La ſomme 20 des parties dans leſquelles il faut diviſer le polygone, eſt à ſa ſurface, comme 3, comme 8, & comme 9 eſt à chacune des parties qui diviſeront le polygone dans le rapport donné ; écrivez à part les trois réſultats,

il ne reftera plus qu'à fixer dans le polygone des lignes *gb* & *gd* qui doivent le divifer dans les trois parties énoncées.

Fig. 63. Pour les trouver, l'on fixera une premiere diagonale *gr*; l'on examinera fi le triangle *gar* eft plus grand ou plus petit que le premier réfultat ; s'il eft plus petit, l'on abaiffera la perpendiculaire *gp* fur le prolongement de *ra* ; l'on prendra la furface du triangle *gra*, que l'on retranchera du premier réfultat ; & abaiffant la perpendiculaire *gq* fur le prolongement de *cr*, l'on divifera le refte par la moitié de cette ligne ; ce qui donnera un quotient que l'on portera de *r* en *b* ; l'on tracera fortement la premiere ligne *gb*, pour la diftinguer des autres lignes de conftruction ; l'on obfervera enfuite fi le refte *gbc* eft plus grand ou plus petit que le fecond réfultat ; s'il eft plus petit, l'on abaiffera la perpendiculaire *gq* ; & après avoir retranché le triangle *gbc* du fecond réfultat, l'on divifera le refte par la moitié de *gq*, & l'on portera le quotient de *c* en *d* ; l'on tracera fortement la ligne *gd*, & le Problême fera réfolu. Pour rapporter cette conftruction fur le terrein, rien n'eft plus fimple ; marquez le nombre de parties de l'échelle que contiennent les

lignes *dc* & *br* ; transportez-vous sur le terrein, & mesurez des lignes RB & CD, proportionnelles à celles du plan ; le Problême sera résolu. L'on s'apperçoit sans doute que cette méthode, quoique peu géométrique, est cependant générale ; peu importe que les lignes de division partent d'un angle de la figure, il suffit toujours de prendre les triangles les uns après les autres ; l'on apperçoit aussi que la même question se résout avec autant de facilité, soit que les parties soient égales ou inégales ; ce qu'il est aisé d'appercevoir par le Problême & la Remarque précédente ; d'ailleurs l'on peut consulter là-dessus les questions sur le même sujet, qui sont insérées dans le Traité des Piquets.

Tels sont en général les usages de l'Équerre d'Arpenteur.



USAGE
DE
L'ÉQUERRE BRISÉE.

PROBLÊME TREIZIEME.

L'on propoſe d'abaiſſer d'un point donné hors d'une ligne, une perpendiculaire ſur cette ligne.

SOLUTION.

FIG. 65. IL peut arriver que le point ſoit acceſſible ou inacceſſible. Suppoſons-le premierement acceſſible, mais trop éloigné de la ligne BC, pour pouvoir ſe ſervir de cordeau.

Faites planter pluſieurs piquets ſur la ligne BC d'un point M pris ſur cette ligne, & qui ne ſoit pas à vue d'œil l'extrêmité de la perpendiculaire AN; élevez par le moyen des piquets, & ſuivant les méthodes que nous en avons données, la perpendiculaire MK; ôtez le piquet M que vous remplacerez par un plus petit. Cela poſé, placez l'équerre briſée au point M, de façon que le ſommet de l'inſtrument réponde verticalement

lement à ce point ; dirigez une des branches vers le point A ; & l'autre, suivant la perpendiculaire MK : ce qui fixera l'ouverture de l'angle AMK, sans en donner la valeur.

Ôtez l'instrument du point M, sans déranger l'ouverture que vous venez de prendre ; placez un grand piquet à ce point, & transportez-vous au point A ; disposez le sommet de l'angle de l'équerre verticalement sur le point A ; tournez le pied de l'instrument jusqu'à ce qu'une des regles étant dirigée vers M, l'autre donne une direction tendante vers la base BC ; faites planter sur l'alignement AN plusieurs piquets ; ce qui fixera la perpendiculaire AN sur BC.

Toute l'attention qu'il faut avoir dans l'usage de cet instrument, c'est qu'une fois que l'on a pris l'ouverture d'un angle, il faut avoir soin de ne pas toucher aux branches, de peur que venant à s'ouvrir ou se rapprocher, l'angle que l'on rapporteroit, ne fût pas égal au premier ; ce qui conduiroit à des erreurs considérables.

DÉMONSTRATION.

LES angles KMA & NAM, sont égaux par construction ; donc les lignes

KM & AN ſont paralleles : mais par la conſtruction la ligne MK eſt perpendiculaire ſur BC ; donc auſſi la ligne AN ſera perpendiculaire ſur la même droite BC (c. q. f. d.).

SECOND CAS.

FIG. 66. SI le point A étoit inacceſſible, il faudroit s'y prendre de la maniere ſuivante.

Fixez la ligne BE par pluſieurs piquets ; choiſiſſez un point B quelconque ; placez un petit piquet à ce point, & diſpoſez-y l'équerre de façon que le ſommet de l'angle ſoit verticalement ſur le point B ; dirigez une des branches de l'équerre vers le point C, & l'autre à l'objet A ; ôtez l'inſtrument du point B, ſubſtituez-y un grand piquet, & ſuivez l'alignement BC juſqu'à ce que vous ayiez trouvé un point C, tel qu'une des branches étant vers B, l'autre ſoit dirigée vers A : alors meſurez BC ; prenez la moitié de cette diſtance, que vous meſurerez de C en D ; le point D ſera l'extrêmité de la perpendiculaire.

DÉMONSTRATION.

LES angles ABC & ACB étant égaux par conſtruction, le triangle BAC eſt

isoscele ; mais dans un triangle isoscele, la ligne menée du sommet sur le milieu de la base, est perpendiculaire à cette base ; donc AD sera perpendiculaire à BC (c. q. f. d.).

Remarque.

Cette méthode exige une espece de tâtonnement, qui au premier coup d'œil, paroît très-long ; mais rien n'est plus simple que d'abréger l'opération, en déterminant au coup d'œil la perpendiculaire AD ; pour cela il faudra mesurer au pas la distance BD, partir du point D, & mesurer de D en E un égal nombre de pas : alors vous serez peu éloigné de la position C. L'usage met bientôt au fait de ces sortes d'opérations, il suffit d'avoir l'œil sur l'équerre, & de prendre garde que l'ouverture ne se dérange : cette pratique sert, par exemple, à déterminer la plus courte largeur d'une riviere, un point étant fixé à l'autre bord.



PROBLÊME QUATORZIEME.

Suppoſons qu'un boſquet, une maiſon, ou tout autre obſtacle, ſe trouve entre les deux points A & B *; l'on propoſe de trouver un troiſieme point* O *d'alignement avec les points* A & B.

SOLUTION.

FIG. 67. CHOISISSEZ un point M, duquel vous puiſſiez appercevoir les deux points A & B ; diſpoſez l'équerre au point M, de façon que le ſommet de l'angle de l'inſtrument réponde verticalement ſur le point M ; dirigez les deux branches vers les points A & B ; ce qui fixera l'ouverture de l'angle AMB ; ôtez l'inſtrument du point M, ſubſtituez-y un piquet, & tranſportez-vous au point B, où vous placerez l'inſtrument ſans déranger l'ouverture que vous avez priſe ; faites-le tourner juſqu'à ce qu'une des branches ſoit dirigée vers le point M, & placez des piquets ſur le prolongement de l'autre branche ; ils fixeront une ligne BD parallele à AM. Cela poſé, meſurez AM ; prenez-en la moitié ou le tiers ; portez cette diſtance de B en D:

ſi AM eſt égal à la moitié de BD, l'on meſurera MD de D en O, & le point O ſera d'alignement avec les points A & B.

L'on pourroit, ſans prendre BD égal à un demi ou à un tiers de AM, faire BD plus petit que AM ; & après avoir meſuré MD, établir cette proportion AM − BD : BD :: MD : DO ; le quatrieme terme étant calculé, l'on meſurera le réſultat de D en O.

Puiſque AM − BD : BD :: MD : DO, l'on aura AM : BD :: MO : DO ; donc les lignes AM & BD ſont paralleles : mais ces lignes ſont proportionnelles aux lignes OD & OM ; donc les points A, B & O ſont dans une même ligne droite (c.q.f.d.).

Remarque.

Plus le point O eſt éloigné des points A & B, plus il faut augmenter la grandeur de la ligne BD. Si l'on propoſoit de mener à BA une parallele par le point M, il faudroit, après avoir fait la conſtruction précédente, meſurer AM, & porter cette diſtance ſur BD ; alors la ligne menée du point M, & terminée par la meſure portée ſur BD, feroit parallele à AB, puiſque ces deux lignes ſont terminées par deux lignes paralleles & égales.

Cette opération peut servir à mener une parallele à une ligne accessible par l'une de ses extrêmités, pourvu cependant que le point M, duquel doit partir la parallele, ne soit pas considérablement éloigné de la ligne AB.

PROBLÊME QUINZIEME.

L'on propose de mener une parallele à la ligne inaccessible AB.

SOLUTION.

Fig. 68. Si c'est par le point H que doit passer la parallele, placez un piquet à ce point, & prolongez l'alignement AHE; placez un piquet au point E, & fixez un alignement quelconque CEG; mesurez deux parties égales CE & EG; placez deux piquets C & G. Cela posé, disposez l'équerre au point C; dirigez une des branches vers le point A, & l'autre au point E; ce qui fixera l'ouverture ACE; transportez l'instrument le long de CE, jusqu'à ce que vous ayiez trouvé un point D, tel qu'en tournant le pied de l'instrument, jusqu'à ce qu'une des branches soit dirigée vers le point E, l'autre se trouve dirigée au piquet H; alors HD

ſera parallele à AC, puiſque par conſtruction l'angle ACD eſt égal à l'angle HDE; meſurez la ligne DE; portez cet intervalle de E en F; placez un piquet au point F; tranſportez l'équerre au point G, & prenez l'ouverture de l'angle BGE; ôtez l'inſtrument du point G, ſubſtituez-y un piquet, & placez-le au point F, ſans déranger l'ouverture que vous venez de prendre; diſpoſez une des branches vers E, & faites planter pluſieurs piquets ſur le prolongement de l'autre; ôtez l'inſtrument du point F, placez-y un piquet, & faites-en mettre un autre K, qui ſoit en même temps dans les deux lignes EB & KF; la ligne terminée par les piquets H & K, ſera parallele à l'inacceſſible AB.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE les lignes AC & HD ſont paralleles, l'on aura EH : EA :: ED : EC; mais les lignes EC, ED, EF & EG étant égales chacune à chacune, nous donnent ED : EC :: EF : EG; & les lignes KF & BG étant paralleles, donnent encore EF : EG :: EK : EB. Donc ces rapports étant égaux, nous aurons EH : EA :: EK : EB; donc HK eſt parallele

à AB, puiſque les côtés EA & EB ſont coupés proportionnellement aux points H & K.

REMARQUE.

FIG. 69. NOUS avons ſuppoſé que la diſpoſition du terrein permît de meſurer deux parties égales CE & EG ; mais il peut arriver qu'un obſtacle X empêche de prolonger AC, & de la faire égale à CE ; pour lors, après avoir mené au point M la parallele BM, il faudra meſurer les parties AC, BC & CE, & établir cette proportion AC : BC :: CE : CD ; ce quatrieme terme calculé, l'on en portera la valeur de C en D, & l'on achevera le reſte comme dans le Problême précédent.

Pour déterminer ſans tâtonnement la parallele MB (fig. 69.), ou la parallele HD (fig. 68.), voici la méthode que l'on pourroit ſuivre. Le point A étant fixé à volonté, prenez l'ouverture de l'angle LAM ; tranſportez l'inſtrument au point M, & dirigeant l'une des branches vers A, l'autre donnera la poſition de la parallele MB ; marquez le point B, où cette ligne rencontre la ligne AC. Cette méthode, comme on le voit, eſt

fort expéditive. Enfin, ſi deux obſtacles X & Y empêchoient de faire l'opération, l'on pourroit réſoudre le Problême de la maniere ſuivante.

Fixez une ligne DF dans la poſition la plus favorable, par le point E : menez une parallele EF à AG ; ce qui eſt très-facile ; prenez avec l'équerre l'ouverture de l'angle DGB ; & par le point F, menez la parallele FC à GB ; marquez par un piquet le point C, où cette parallele rencontre la ligne BD : alors la ligne terminée par les deux piquets E & C, ſera parallele à la ligne inacceſſible ; car EF étant parallele à AG, l'on aura DE : DA :: DF : DG ; mais DF : DG :: DC : DB, donc DE : DA :: DC : DB, & par conſéquent EC ſera parallele à AB. Fig. 70.

Corollaire.

Cette Remarque & le Problême précédent, donnent la maniere de mener, par un point donné, une parallele à une ligne inacceſſible : il eſt aiſé de conclure de ces méthodes, que la parallele fixée, l'on aura la diſtance entiérement inacceſſible ; car les trois premiers termes de la proportion DF : DG :: DE : DA, feront connoître la diſtance inacceſſible DA ;

& le quatrieme terme de la proportion suivante DE : EC :: DA : AB, donnera la valeur de la ligne entiérement inaccessible. Ce que nous venons de dire pour la figure 70, doit s'appliquer aux autres ; il est facile de s'en appercevoir.

PROBLÊME SEIZIEME.

L'on propose de mener par un point donné une parallele à une ligne inaccessible, sans rien mesurer.

SOLUTION.

FIG. 71. TRANSPORTEZ-vous au point C, & prenez avec l'équerre brisée l'ouverture de l'angle ACB ; ôtez l'instrument du point C, substituez-y un piquet ; & sans déranger l'ouverture ACB, cherchez un point D, tel que l'angle ADB soit égal à l'angle ACB ; c'est-à-dire que l'instrument placé au point D, & une des branches dirigée vers le point A, l'autre soit dirigée au point B, extrêmité de la ligne inaccessible. Placez un petit piquet au point D, qui réponde verticalement au centre de l'instrument.

Cela posé, l'équerre brisée étant toujours disposée au point D, dirigez une

des branches vers le piquet C, & l'autre vers le point A ; ce qui fixera l'ouverture de l'angle ADC ; ôtez l'instrument du point D ; placez-y un grand piquet, & retournez au point C ; disposez une des branches de l'équerre vers le point B, & l'autre CE donnera la direction de la parallele.

DÉMONSTRATION.

LES angles ACB & ADB étant égaux & appuyés sur la même corde AB, il en résulte que les quatre points A, B, D & C sont à la même circonférence ; donc l'angle ABC sera égal à l'angle ADC, puisqu'ils ont leur sommet à la circonférence, & qu'ils sont appuyés sur la même corde : mais par construction l'angle BCE est égal à l'angle ADC ; donc BCE sera égal à ABC : mais par leurs positions les deux angles ABC & BCE, sont alternes internes ; donc les deux lignes AB & CE sont paralleles (c. q. f. d.).

REMARQUE.

LA position du point D ne s'est trouvée que par une espece de tâtonnement, nous allons donner la maniere de déterminer ce point avec moins de difficulté. L'ou- FIG. 72.

verture de l'angle ADB étant prife, & ayant ôté l'inftrument du point D, pour déterminer la pofition C, il faudra néceffairement ou que l'on entre dans le cercle, ou que l'on fe trouve fur la circonférence, ou bien que l'on foit hors du cercle.

Si l'on fe trouve fur la circonférence, alors le Problême eft réfolu, puifque fans déranger la premiere ouverture, les deux branches répondront aux points A&B; car les trois points A, B & D étant donnés, il doit paffer par ces points une circonférence ABD : donc tous les points de cette circonférence feront tels qu'en menant des cordes aux extrêmités de la corde AB, les angles que l'on formera auront leur fommet à la circonférence, & appuyés fur le même arc; donc ils feront égaux entr'eux, & par conféquent égaux à l'angle ACB : ainfi fi l'on trouve une pofition telle que les deux branches étant dirigées vers les deux premiers points, l'ouverture foit abfolument la même que celle de l'angle ADB, alors c'eft la vraie pofition, & le Problême eft réfolu. Si l'on fe trouve audedans de la circonférence, par exemple au point E; de ce point l'on peut tou-

jours imaginer une ligne menée au point A, & cette droite AE prolongée, doit néceſſairement rencontrer la circonférence au point C ; en ſorte qu'à ce point l'angle ACB ſera égal à l'angle ADB : mais par conſtruction l'angle AEF a été fait égal à l'angle ADB ; donc l'angle ACB ſera égal à l'angle AEF ; donc la ligne FE ſera parallele à BC : mais cette derniere ſe termine à l'extrêmité B de AB ; donc la premiere doit ſe terminer à la même ligne entre les points A & B ; donc ſi l'on poſe l'inſtrument à un point E, tel qu'ayant dirigé une des branches vers A, le prolongement de l'autre tombe entre A & B, l'on peut être aſſuré que la poſition dans laquelle l'on ſe trouve, eſt dans le cercle ; alors il faudra ôter l'inſtrument du point E, placer un piquet à ce point, & s'éloigner ſuivant le prolongement de AE, puiſque étant dans le cercle, en ſuivant une ligne droite, l'on doit néceſſairement rencontrer la circonférence.

Si l'on ſe trouve hors du cercle, l'on peut toujours imaginer une ligne FA, menée du point où l'on eſt, à l'extrêmité de la ligne. Comme l'on ſuppoſe la poſition F hors du cercle, néceſſairement la FIG. 73.

ligne FA coupera la circonférence en ce point : ſuppoſons que ce ſoit au point E, & menons la ligne EB, alors l'angle AEB ſera égal à l'angle ADB : mais par conſtruction l'angle ADB eſt égal à l'angle AFC ; donc l'angle AEB doit être égal à l'angle AFC ; donc enfin BE ſera parallele à FC : mais la ligne BE eſt menée à l'extrêmité B de la ligne AB ; donc la parallele FC doit ſe terminer ſur le prolongement de AB.

Toutes les fois donc que l'on ſe trouvera dans une poſition, où ayant dirigé une des branches vers l'extrêmité A, l'autre rencontre le prolongement de la ligne donnée, l'on ſera hors du cercle ; ainſi il faudroit ôter l'inſtrument du point F, y ſubſtituer un piquet, & s'approcher de la ligne AB, ſuivant l'alignement AF ; l'on ſera donc dans tous les cas ſûr de trouver la poſition que l'on cherche, en ſuivant une ligne droite. Au premier coup d'œil le Problême pourroit paroître très-difficile & fort long dans l'application ; c'eſt tout le contraire, & nous ne l'avons inſéré dans notre Traité que parce qu'il abrege beaucoup les opérations ; d'ailleurs il ne faut meſurer aucune ligne, ce qui aſſure bien plus le réſultat. Nous termi-

nerons l'uſage de l'équerre briſée par un Problême, où l'on détermine par approximation la capitale d'un baſtion.

PROBLÊME DIX-SEPTIEME.

L'on propoſe de déterminer la capitale d'un baſtion, ou de tout autre ouvrage; c'eſt-à-dire qu'il s'agit de fixer ſur le terrein un point de la ligne qui diviſe l'angle propoſé en deux également.

SOLUTION.

L'OPÉRATION que nous allons faire pour réſoudre cette queſtion, eſt une ſimple approximation : cependant ſi l'on eſt habitué à juger à vue d'œil des diſtances, le réſultat ſera ſuffiſamment juſte pour la pratique; d'ailleurs cette méthode n'exige aucune meſure dans les lignes de conſtruction, elle n'exige pas non plus que l'on prolonge les faces; opérations très-difficiles par les principes que nous avons donnés juſqu'à préſent; il n'y a que la planchette avec laquelle l'on puiſſe exactement prolonger une face, ou une ligne donnée, à une diſtance conſidérable; encore faut-il que cette ligne, ſi elle contient cinquante ou ſoixante toiſes, FIG. 74.

paroiſſe de la poſition où l'on ſe trouve en avoir au moins dix à vingt. Revenons à la queſtion propoſée. Adaptez à l'équerre briſée une troiſieme regle FI ; faites les deux regles DG & GE égales ; fixez par une petite regle DE les deux regles DK & EH ; diviſez ED en deux parties, & marquez le milieu F ; & à ce point, fixez la regle FI, au moyen d'un petit clou.

Cela poſé, choiſiſſez un point quelconque G, & tournez l'inſtrument juſqu'à ce que la regle du milieu FI ſoit dirigée au ſommet B de l'angle ; viſez alors le long de la regle KD, le prolongement ſe terminera ſur la face en quelque point C : viſez le long de la regle HE ; & ſi le prolongement EV ne rencontre pas l'autre face AB, ôtez l'inſtrument du point G, & placez-le à un autre point O ; dirigez la regle du milieu au ſommet B ; viſez le long des deux regles QN & PL, & voyez ſi le prolongement ſe termine aux faces, & en même temps ſi à vue d'œil la partie BC eſt égale à BS : ſi cela eſt ainſi, le point O où l'on ſe trouve, eſt préciſément un des points de la capitale.

DÉMONSTRATION.

L'ON a démontré, dans la Géométrie, qu'en

qu'en ſuppoſant deux lignes OC, OS, & une ligne OT qui diviſe l'angle COS en deux également ; ſi l'on fait paſſer par les points C, B & S, une circonférence, la ligne OT paſſera par le centre. Cela poſé, ſoit dans cette hypotheſe le centre au point T, ſi l'on mene les rayons TC & TS, l'on aura l'angle TSC = TCS ; d'ailleurs, à cauſe de BC = BS, l'on a BSC = BCS ; donc la ſomme BCT ſera égale à la ſomme TSB : mais l'angle BTS = BTC, parce qu'ils ſont appuyés ſur des arcs égaux ; donc la ſomme des angles BCT + CTB ſera égale à BST + BTS ; donc les ſuppléments CBT & TBS de ces deux ſommes, ſeront auſſi égaux ; donc la ligne BT, & par conſéquent la ligne OT diviſe l'angle CBS en deux également (c. q. f. d.).

REMARQUE.

L'ANGLE EGD que forment les deux regles, doit être plus ou moins ouvert, ſuivant que l'on eſt plus ou moins éloigné de l'objet : effectivement, ſi l'on ſe trouve à la diſtance de quatre cents toiſes d'un angle, dont les côtés n'ont que ſoixante toiſes, & que l'angle formé par les deux regles ſoit un peu ouvert, l'on com-

prend aiſément que le prolongement des deux regles DG & EG, ne pourra pas ſe terminer ſur les côtés de l'angle inacceſſible; ainſi l'on n'auroit aucune ligne ſur laquelle l'on pût ſe fixer : il faudra donc diminuer l'angle juſqu'à ce qu'ayant dirigé au ſommet la regle du milieu, le prolongement des deux regles ſe termine ſur les côtés de l'angle.

Si l'angle que l'on propoſe de diviſer en deux également, eſt revêtu, l'opération devient plus facile ; parce qu'en étudiant la ſituation des différents ouvrages, l'on reconnoîtra facilement les deux côtés de l'angle ; mais ſi les ouvrages ne ſont pas entiérement revêtus, il faudra faire l'opération ſur l'angle que forment les branches du chemin couvert, en avant de celui que l'on veut diviſer en deux également.

Lorſque l'on eſt fixé au point O ; par exemple, il ne faut pas ſe contenter de regarder une ſeule fois le long des deux regles NO & LO, pour reconnoître ſi les parties BS & BC, que leur prolongement détermine ſur les faces, ſont égales ; cette derniere opération doit ſe réitérer deux ou trois fois.

Après avoir jugé que le point O appar-

tient à la capitale, ôtez l'inſtrument de ce point, & placez-y un piquet; tranſportez-vous en d'autres, & cherchez-en, ſuivant ce que nous venons de dire, trois ou quatre qui appartiennent à la capitale.

Si les piquets placés à ces points ſont dans une même ligne droite, l'on peut être aſſuré de l'opération; mais ſi les trois ou quatre piquets ne ſont pas dans le même alignement, ce qui arrivera toujours, obſervez d'abord s'ils s'en écartent conſidérablement; dans ce cas les deux parties égales BC & BS, n'auroient pas été bien appréciées, & il faudroit recommencer l'opération; mais ſi les trois ou quatre piquets approchent d'une ligne droite, fixez une ligne moyenne qui diviſe en deux également l'intervalle que laiſſent entr'eux les piquets; & cette nouvelle ligne ſera la capitale. Au reſte, quoique l'on fût obligé de répéter deux ou trois fois la même opération, le Problême ſe réſoudroit toujours très-facilement, puiſque, ſuivant cette méthode, l'on n'a égard à aucune meſure.

Paſſons maintenant à l'uſage du Linimetre; nous ſuppoſons que l'on ait la conſtruction de cet inſtrument bien préſente,

USAGE
DU
LINIMETRE.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propoſe de déterminer une diſtance inacceſſible BA.

SOLUTION.

Fig. 52. DISPOSEZ le linimetre au point B, de maniere que le ſommet de l'angle ſe trouve verticalement au-deſſus du point B, & que les regles qui le compoſent ſoient dans une ſituation horizontale ; ce qui eſt très-facile, au moyen d'une petite lame de cuivre qui ſe trouve placée perpendiculairement ſur la regle qui ſert de baſe : ainſi avec un poids ſuſpendu à l'extrêmité d'une ſoie, il ſera aiſé de placer le linimetre horizontalement ; meſurez une baſe BC d'un nombre exact de toiſes, & plantez un piquet à l'extrêmité C de cette baſe ; dirigez une des branches de l'angle vers le point C, & l'autre à l'objet A ; ce qui fixera l'ouverture EBC; ſerrez la petite vis qui appuie ſur le quart

de cercle ; ôtez l'inſtrument du point B ; placez-y un grand piquet, & tranſportez-vous au point C ; faites gliſſer l'alidade mobile le long de la regle qui ſert de baſe à l'inſtrument, juſqu'à ce que cette regle marque ſur la baſe autant de diviſions que vous avez trouvé de toiſes dans BC ; diſpoſez enſuite l'inſtrument de maniere que l'extrêmité C ſoit verticalement ſur le point C ; placez-le horizontalement. Alors dirigez la baſe de l'inſtrument au point B, & tournez l'alidade mobile juſqu'à ce que vous apperceviez à travers les pinules l'objet A. Cette alidade rencontrera la premiere en un point M ; & le nombre de diviſions contenues dans les parties MC & MN, ſeront le nombre de toiſes que contiennent les lignes AB & AC ſur le terrein.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE le ſommet B de l'angle ABC, répond au ſommet de l'angle de l'inſtrument, & que les côtés de cet angle ont été dirigés aux points A & C ; néceſſairement l'angle ABC du terrein, ſera égal à l'angle EBC de l'inſtrument : par la même raiſon l'angle MCC eſt égal à l'angle ACB ; donc les deux triangles

CNM & CBA, font femblables : mais NC, fur l'inftrument, contient autant de parties que BC contient de toifes fur le terrein ; donc auffi les parties MN & MC, contiendront autant de parties égales que les lignes AB & AC contiennent de toifes.

Remarque.

Puisque le triangle NMC eft femblable au triangle BAC, la regle MN fera parallele à AB ; donc fi l'on fait placer plufieurs piquets fur le prolongement de la regle MN, les piquets détermineront fur le terrein une parallele à la ligne AB.

Si au lieu de mefurer BC avec la toife, l'on eût cherché combien cette ligne contenoit de pas, les deux parties MN & MC auroient indiqué le nombre de pas contenus dans les deux lignes BA & AC ; & fi l'on s'eft habitué à régler fes pas à deux pieds & demi ou trois pieds, il ne reftera plus qu'à multiplier les deux réfultats que donnent les lignes MN & MC, par le nombre de pieds dont eft compofé le pas ; & divifant le produit par fix, l'on aura le nombre de toifes que contiennent les deux lignes inacceffibles.

Il eſt tres-utile, ſur-tout aux Officiers, de s'accoutumer à opérer au pas, pour déterminer les diſtances. Pour peu d'habitude que l'on ait acquiſe, l'on peut être aſſuré de ne pas s'écarter du vrai réſultat ; cela ſert quelquefois dans des occaſions où il s'agit de trouver ſur le champ une diſtance, & l'on n'a pas toujours une chaîne avec ſoi pour faire les opérations.

L'on pourroit ſubſtituer le pas à la chaîne dans toutes les queſtions que nous avons réſolues juſqu'à préſent ; mais ce ne doit être que dans des cas preſſés où l'on n'auroit point de chaîne avec ſoi ; encore exigeons-nous que l'on ſoit aſſuré du nombre de pieds dont eſt compoſé le pas de celui qui opere.

Si le point A étoit le ſommet d'un angle inacceſſible, par exemple celui de l'angle flanqué d'un baſtion, & que l'on proposât de le diviſer en deux également, prolongez les deux côtés AH & AL, & fixez les prolongements par des piquets B & C ; cherchez la diſtance BA & AC, ſuivant la méthode que nous avons donnée dans le Problême précédent ; établiſſez enſuite cette proportion $BA + AC : BA :: BC : BR$; calculez le quatrieme terme

dont vous connoiſſez les trois premiers; meſurez cette diſtance de B en R, & le point R ſera un des points de la capitale. L'on pourroit encore réſoudre cette queſtion de pluſieurs autres manieres, par le moyen de cet inſtrument; nous nous contentons de donner la plus ſimple.

COROLLAIRE.

FIG. 76. RIEN ne ſeroit plus facile d'après le Problême précédent, que de déterminer la grandeur d'une perpendiculaire abaiſſée d'un point inacceſſible A ſur une ligne donnée EC; il faudroit diſpoſer l'alidade mobile dans une ſituation perpendiculaire ſur la regle qui ſert de baſe; la fixer dans cette poſition, en ſerrant les deux petites vis; diſpoſer enſuite l'inſtrument ſur le point E, extrêmité de la perpendiculaire AE. Cette opération ſe fait de la même maniere que dans l'équerre d'Arpenteur; meſurez une partie EC qui contienne un nombre exact de toiſes; ôtez l'inſtrument du point E, placez-y un piquet, & tranſportez-vous en C; avancez l'alidade mobile que vous avez fixée perpendiculairement, juſqu'à ce qu'elle marque, ſur la regle qui ſert de

baſe, un nombre de parties égal au nombre de toiſes contenues dans CE: à ce point de diviſion, diſpoſez l'alidade mobile perpendiculairement, & placez le ſommet C de l'angle du linimetre verticalement ſur le point C du terrein; diſpoſez l'inſtrument horizontalement, & dirigez la baſe au piquet E; alors tournez l'autre branche vers l'objet A: cette derniere regle rencontrera la premiere au point B; & DB ſur l'inſtrument exprimera par le nombre de parties qu'il contient le nombre de toiſes contenues dans la perpendiculaire EA.

Dans l'uſage de cet inſtrument, il peut ſe préſenter une difficulté, que nous allons réſoudre; il eſt néceſſaire de s'en rappeller.

Les regles qui compoſent le linimetre, ne ſont diviſées qu'en un certain nombre de parties égales: ſuppoſons, par exemple, que chacune d'elles ne ſoit diviſée qu'en trois cents parties, il s'enſuit que ſi l'on ſe trouve à une très-grande diſtance de l'objet, les deux regles ne pourront point ſe rencontrer; dans ce cas, on pourra réſoudre la queſtion en cette maniere: Suppoſons que l'on ſoit à huit cents toiſes de l'objet, & que

l'on se serve d'une base de deux cents; pour que les deux regles puissent se couper, au lieu de fixer l'alidade mobile à la division deux-centieme, on la fixera à la division vingtieme ou cinquantieme, qui sont le dixieme & le quart de deux cents; alors l'intersection de l'alidade sur l'autre regle, donnera quatre-vingts ou deux cents; multipliez le résultat par dix ou par quatre, & le produit sera la vraie distance.

Il faudra donc, après avoir mesuré la base, observer à vue d'œil si la distance proposée surpasse le nombre de divisions, en regardant chaque division comme une toise; alors l'on divisera le nombre de toises contenues dans la base, par un nombre quelconque, & l'on multipliera par le diviseur le nombre de parties que l'on aura trouvées : le produit sera la vraie distance.

Nous croyons devoir observer que lorsqu'il s'agit de mesurer une distance un peu plus considérable, il faut que la base soit très-grande; car dans cet instrument, comme dans la planchette, si les bases ne sont pas grandes, les points d'intersection seront difficiles à découvrir. Nous nous étendrons un peu plus là-dessus au Chapitre de la Planchette.

PROBLÊME DEUXIEME.

L'on propose de déterminer la distance AB *entiérement inaccessible.*

SOLUTION.

CHOISISSEZ un point quelconque, & mesurez une base GH d'un nombre exact de toises; placez un piquet au point H; disposez le sommet de l'angle du linimetre verticalement sur le point G, & mettez l'instrument dans une situation horizontale; dirigez une des branches au piquet H, & l'autre à l'objet A; fixez cette ouverture; ôtez le linimetre du point G, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point H; placez le linimetre verticalement sur ce point; disposez-le horizontalement; dirigez la base vers G, & tournez l'alidade mobile jusqu'à ce que vous apperceviez l'objet A. Cette premiere opération donnera les deux distances AG & AH. Fig. 77.

Sans déranger l'instrument de la position H, prenez l'ouverture de l'angle BHG; fixez cet angle; ôtez le linimetre de ce point, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point G.

Dirigez la baſe vers le point H, & tournez l'alidade mobile juſqu'à ce que vous apperceviez l'objet B: par ces deux opérations, vous aurez les deux diſtances GB & BH.

Sans déranger l'inſtrument de la poſition G, dirigez les deux regles qui forment l'angle vers les objets A & B; faites gliſſer l'alidade mobile, & fixez-la aux deux points C & D, qui repréſentent ſur l'inſtrument le nombre de parties que contiennent les deux lignes AG & BG que les deux premieres opérations ont fait connoître.

Les deux branches étant dirigées vers les deux objets A & B, & l'alidade mobile aux deux points C & D qui expriment le nombre de parties contenues dans les deux lignes AG & GB, le nombre de parties contenues dans l'alidade mobile, & terminées par les deux regles GC & GD, fera le nombre de toiſes contenues dans AB.

L'on pourroit être embarraſſé pour fixer le nombre de parties contenues dans CD, parce que cette ligne étant par ſa poſition ſur l'angle variable, l'on ne voit d'interſection qu'au-deſſous de l'alidade mobile, & ſur les deux regles

qui forment l'angle du linimetre ; alors ayez une ſoie que vous appliquerez ſur la ligne de foi de l'une des regles inférieures : cette ſoie, en paſſant par-deſſus l'alidade mobile, fera connoître le point où la ligne de foi de la regle inférieure rencontre celle de la premiere ; faites la même opération ſur l'autre regle, & vous connoîtrez le nombre de parties contenues dans CD qui exprime le nombre de toiſes contenues dans la ligne inacceſſible AB.

Démonstration.

L'angle CGD du linimetre eſt égal à l'angle AGB ſur le terrein ; mais les côtés GC & GD ſont proportionnels aux lignes AG & GB, puiſque par nos opérations les premieres contiennent autant de parties égales que les dernieres contiennent de toiſes ſur le terrein ; donc le triangle CGD eſt ſemblable au triangle AGB, puiſqu'ils ont un angle égal compris entre côtés proportionnels chacun à chacun. Ces deux triangles étant ſemblables, CD contiendra autant de parties égales que AB contient de toiſes ſur le terrein.

Remarque.

Pour peu de réflexion que l'on faſſe ſur le Problême précédent, l'on s'appercevra que rien ne feroit plus ſimple que de déterminer une parallele à la ligne entiérement inacceſſible AB; car le triangle GCD étant ſemblable au triangle AGB, il ſuit évidemment que les lignes CD & AB ſont paralleles: il ne reſte donc qu'à fixer ſur le terrein le prolongement de l'alidade mobile CD.

PROBLÊME TROISIEME.

L'on propoſe de déterminer la hauteur d'une tour inacceſſible par ſon extrêmité b.

Solution.

Fig. 78. Mesurez une ligne *b*D; fixez un papier au point *b* de la tour; placez le linimetre au point D; mettez l'angle CAB de l'inſtrument dans le même plan vertical; c'eſt-à-dire, placez l'alidade mobile perpendiculairement ſur AB; alors mettant l'extrêmité d'un à plomb à l'extrêmité de l'alidade mobile, la ſoie indiquera lorſque la baſe AB ſera horizontale; avancez l'alidade mobile juſqu'à ce qu'elle

marque ſur la baſe une partie proportionnelle au nombre de toiſes que contient A*b*; vérifiez ſi l'inſtrument eſt toujours dans le même plan vertical; alors dirigez l'alidade mobile AC à l'extrêmité *a* de la tour.

L'interſection de cette regle & de l'alidade perpendiculaire BC fixera une partie BC qui contiendra autant de parties égales que A*b* contient de toiſes.

DÉMONSTRATION.

LE triangle *a*A*b* eſt ſemblable au triangle ABC; car la baſe AB de l'inſtrument étant horizontale, ſera parallele à D*b* que nous ſuppoſons horizontale; & comme nous avons diſpoſé BC perpendiculaire ſur AB, néceſſairement BC ſera parallele à *ab*: mais l'angle A eſt commun à l'un & à l'autre triangle; donc les deux triangles ſont ſemblables: mais AB contient ſur l'inſtrument autant de parties égales que A*b* contient de toiſes; donc BC contiendra autant de parties égales que *ab* contient de toiſes; la hauteur de la tour eſt donc déterminée. (c. q. f. d.)

REMARQUE.

SI la diſtance A*b* étoit inacceſſible, il

faudroit premierement la déterminer, comme nous l'avons indiqué dans le premier Problême. Nous ſuppoſons toujours que le terrein ſur lequel on opere eſt horizontal, autrement il n'y auroit qu'à meſurer avec la double toiſe & le niveau de Maçon, ou bien en ſe ſervant de la méthode que nous avons indiquée dans le Chapitre des Piquets.

Ce qu'il faut ſur-tout obſerver en opérant avec le linimetre, c'eſt de placer la baſe de l'inſtrument dans une poſition horizontale ; en effet, la moindre erreur que l'on commet dans la poſition de cette baſe, en occaſionne une conſidérable, & qui devient d'autant plus grande que l'objet ſe trouve éloigné.

PROBLÊME QUATRIEME.

Suppoſons une Tour ſituée ſur le penchant d'une montagne, & que le pied K *de cette Tour ſoit toujours acceſſible.*

SOLUTION.

FIG. 79. DISPOSEZ le linimetre dans une poſition telle que la baſe AB étant horizontale ; le prolongement paſſe par le ſommet E de la tour, en ſuppoſant que l'on ſoit placé

placé dans une position supérieure au pied de la tour.

Le point D qui répond à la position précédente, étant déterminé, mesurez les horizontales DC, *gh*, *ik*, &c., qui composent l'horizontale AE, & avancez l'alidade mobile BC, jusqu'à ce qu'elle marque sur la base de l'instrument, un nombre de parties égales au nombre de toises contenues dans AE, ou dans la somme des horizontales DC, *gh*, *ik*, &c. Vérifiez si la base est horizontale; alors dirigez l'autre regle AC au pied K de la tour : cette regle fixera sur la perpendiculaire BC une partie BC, qui contiendra autant de parties égales que EK contient de toises sur le terrein.

Comme la démonstration de cette Proposition & des suivantes, est absolument fondée sur la similitude des triangles formés sur le terrein & sur l'instrument, & qu'elle se rapporte à la démonstration du Problême précédent, nous nous dispenserons de la répéter.

REMARQUE.

Le Problême précédent peut devenir difficile dans bien des cas; mais les observations que nous allons faire, leveront toutes les difficultés. Fig. 80.

Suppoſons que nous ne puiſſions pas meſurer à la chaîne la diſtance horizontale qui ſe trouve depuis l'inſtrument juſqu'à la tour; ſuppoſons de plus qu'il ſoit impoſſible de ſe placer dans un des points du prolongement de l'horizontale qui paſſe par le ſommet de la tour, & que l'on propoſe de déterminer la hauteur de cette tour: placez l'inſtrument dans un point quelconque; diſpoſez-le dans une ſituation horizontale; meſurez dans l'endroit le plus commode une baſe SK; & ayant dirigé une des branches vers le piquet K, dirigez l'autre vers la tour. Il arrivera, dans ce Problême, que le prolongement des regles ne rencontrera point les objets auxquels l'on viſe; mais il eſt toujours poſſible de les diſpoſer dans le plan vertical qui paſſe par ces objets; pour cela, il ſuffit de diriger les rayons viſuels de bas en haut; c'eſt-à-dire viſer du ſommet de la pinule placée en S, par l'extrêmité de la pinule placée au bout de l'alidade SP. Si les pinules ne ſont pas aſſez hautes pour prendre les rayons viſuels, l'on peut ſe ſervir d'une ſoie, à l'extrêmité de laquelle l'on a placé un à plomb; l'on tiendra le fil de maniere qu'il paſſe par la ligne de foi de la

pinule, & l'on visera comme à l'ordinaire. Le premier angle étant pris, l'on se transportera à l'autre extrêmité de la base; l'on disposera toujours le linimetre dans une situation horizontale; & après avoir avancé l'alidade jusqu'à ce qu'elle marque sur la regle qui sert de base à l'instrument, un nombre de parties égales au nombre de toises que contient la base, l'on dirigera cette alidade vers l'objet, & l'intersection donnera la distance horizontale SM.

Transportez-vous au point S; disposez le linimetre dans une position verticale, & placez la regle SP horizontalement; avancez l'alidade mobile PR jusqu'à ce qu'elle marque sur la base un nombre de parties égales au nombre de toises que contient l'horizontale SM; disposez cette alidade verticalement, & dirigez l'alidade SR à l'extrêmité H de la tour. Cette regle fixera sur l'alidade PR une partie PR qui contiendra autant de parties égales que MH contient de toises; écrivez à part ce résultat, & vérifiez si la base SP est toujours dans une position horizontale; alors dirigez l'alidade SR au sommet N de la tour; elle fixera sur PR une partie PO qui contiendra

autant de parties égales que MN contient de toiſes; retranchez ce dernier réſultat du premier, le reſte donnera la hauteur NH de la tour.

Fig. 81. Si au lieu d'être dans une ſituation ſupérieure à la tour, l'on étoit dans une poſition inférieure, par exemple au point H; au moyen d'une baſe HK, & des remarques que nous venons de faire, l'on détermineroit la diſtance horizontale GC : alors diſpoſant le linimetre verticalement, l'on placeroit la baſe FG horizontalement; & avançant l'alidade juſqu'à ce qu'elle fixât ſur la baſe une partie FG proportionnelle à GC, l'on viſeroit au ſommet A de la tour, & l'on écriroit à part le réſultat; viſant enſuite à l'extrêmité B, & retranchant ce dernier réſultat du premier, le reſte donneroit la hauteur de la tour.

Toute la juſteſſe de cette opération conſiſte à diſpoſer la baſe de l'inſtrument dans une poſition horizontale. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que l'on pourroit découvrir le pied de la tour; ſuppoſons maintenant que l'on n'apperçoive point l'extrêmité de la verticale.

PROBLÊME CINQUIEME.

L'on propose de déterminer la hauteur BD *d'une montagne.*

SOLUTION.

MESUREZ une base AC d'un nombre de toises exact; placez le linimetre au point A; disposez-le horizontalement, & visez au sommet B de la montagne; l'alidade sera dirigée vers l'extrêmité D de la verticale; fixez l'ouverture de cet angle, & transportez-vous à l'extrêmité C de la base; avancez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle marque sur la base de l'instrument une partie proportionnelle au nombre de toises contenues dans AC. L'instrument placé horizontalement, visez de nouveau au sommet B de la montagne; l'intersection des deux regles donnera la distance horizontale AD. FIG. 82.

Transportez-vous au point A; disposez l'instrument dans une situation verticale, en sorte que la base soit horizontale; avançez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle marque sur la regle horizontale une partie AE proportionnelle à AD; visez au sommet B de la montagne; & la par-

tie FE que fixe fur l'alidade perpendiculaire la regle dirigée à ce fommet, exprimera par le nombre de fes parties la valeur de la perpendiculaire BD.

DÉMONSTRATION.

Nous avons obfervé qu'en vifant au fommet de la montagne, la regle AE feroit dirigée vers l'extrêmité D de la verticale: la raifon en eft fimple; le linimetre étant vertical, & la regle AF étant dirigée au fommet de la montagne, il eft clair que le plan de l'inftrument fe trouve dans le plan ABD; par la même raifon, le plan de l'inftrument à l'autre pofition C, fe trouve dans le plan BDC: l'interfection de ces deux plans fe fait fuivant la verticale; donc les bafes AD & DC de ces plans fe couperont à l'extrêmité D de la verticale; d'où nous concluons que l'interfection des deux regles donnera la diftance horizontale, quoique l'on ait vifé au fommet B de la montagne. Le refte de la démonftration s'apperçoit aifément, fi l'on réfléchit que les angles étant égaux, & les côtés proportionnels, les triangles formés fur le terrein & fur l'inftrument feront femblables.

PROBLÊME SIXIEME.

L'on est sur le bord d'un précipice, dont l'autre bord est beaucoup plus élevé ; & l'on voudroit déterminer de combien le point H *du bord opposé est élevé au-dessus du fond* C *du précipice.*

SOLUTION.

CHOISISSEZ une base AB, des extrêmités de laquelle vous puissiez appercevoir le point C ; mesurez exactement cette base, & fixez-en la position par deux piquets. FIG. 83.

Disposez l'instrument au point D, & dirigez la base de l'instrument vers l'extrêmité A, & l'autre regle vers le point C; l'instrument aura une position oblique, & semblable à celle de l'angle ABC formé sur le terrein ; sans déranger cette ouverture, transportez-vous à l'autre extrêmité A de la base ; dirigez celle de l'instrument vers B, & l'autre regle vers le même point C; l'intersection des deux alidades donnera un triangle semblable au triangle ABC du terrein, peu importe la situation de ce triangle ; l'on connoît donc la distance DC.

Otez l'instrument du point A ; placez-y un piquet, & transportez-vous au point B ; fixez l'alidade mobile perpendiculairement sur la base de l'instrument ; placez cette base horizontalement, & dirigez la troisieme regle vers le fond C du précipice ; alors avancez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle fixe sur la regle dirigée vers C, une partie qui contienne autant de parties égales que BC contient de toises ; alors la regle dirigée vers C, fixera sur l'alidade perpendiculaire, la hauteur à laquelle l'on se trouve au-dessus du fond C du précipice ; c'est-à-dire que l'on aura la distance CK, ou son égale LM. Cela posé, déterminez avec la même base la distance BL, en visant au sommet H, comme dans le Problême précédent ; cherchez la hauteur HL, suivant ce que avons dit.

Remarque.

Il est aisé d'appercevoir, d'après ce que nous venons de dire, qu'il seroit facile de trouver la hauteur à laquelle on se trouve, par rapport à tel ou à tel point donné dans la plaine, pourvu que l'on connût la distance horizontale de chacun de ces points à l'extrêmité de la

verticale ſur laquelle l'on eſt ſitué.

L'on peut auſſi réſoudre par ces mêmes propoſitions la queſtion ſuivante. Par exemple, deux points A & B ſont donnés dans une montagne ; & l'on veut déterminer, de la poſition E, la diſtance oblique qui ſépare ces deux points, & de combien le point A eſt élevé au-deſſus du point B. Fig. 84.

Pour cela meſurez une baſe EF d'un nombre exact de toiſes des deux extrêmités de cette baſe ; déterminez les diſtances obliques EA & EB ; tranſportez l'inſtrument au point E ; dirigez les deux regles vers A & B, & faites gliſſer l'alidade mobile, juſqu'à ce qu'elle fixe les deux parties EC & ED, proportionnelles aux diſtances EA & EB ; alors le nombre de parties que contiendra CD, ſera le nombre de toiſes contenues dans la diſtance oblique AB.

Enfin du point E, & ſuivant les principes que nous avons établis, déterminez les hauteurs des objets A & B ; retranchez la plus grande de la plus petite : le reſte exprimera de combien le point A eſt élevé au-deſſus du point B.

L'on pourroit encore, avec le même inſtrument, déterminer la pente qu'il fau- Fig. 85.

droit ſuivre pour arriver au point F, fixé perpendiculairement au-deſſous d'un autre point E donné, en partant d'un point D auſſi donné.

Meſurez la diſtance DE; placez l'inſtrument dans une poſition verticale, & avancez l'alidade perpendiculaire BC, juſqu'à ce qu'elle fixe ſur AB un nombre de parties égales au nombre de toiſes que contient DE; dirigez la regle AB vers l'objet E, & baiſſez la regle AC juſqu'à ce qu'elle fixe ſur la perpendiculaire une partie BC qui contienne autant de parties égales que l'on veut que le point F ſoit éloigné du point E; alors le prolongement de AC ſera la direction qu'il faut ſuivre; & le nombre de parties égales qu'il contiendra, ſera le nombre de toiſes que l'on aura à parcourir, pour arriver au point F.

Nous terminerons l'uſage du linimetre par la méthode de lever le plan d'un eſpace quelconque.



PROBLÊME SEPTIEME.

L'on propoſe de lever le plan de l'eſpace ABCDEF.

SOLUTION.

FAITES planter des piquets à tous les angles de la figure ; déterminez une diagonale FC ; diſpoſez l'inſtrument au point F ; dirigez une des branches vers A, & l'autre vers C ; tranſportez-vous au point C ; & après avoir dirigé la baſe vers le piquet F, dirigez l'autre regle vers A ; notez les deux diſtances FA & AC, ainſi que les diſtances FB & BC ; faites la même opération à l'égard des points E & D. Pour rapporter cette figure ſur le papier, menez une ligne *fc*, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'échelle que FC contient de toiſes ſur le terrein. Des points *f* & *c*, avec des ouvertures *fa* & *ac* égales au nombre de toiſes que contiennent les mêmes lignes ſur le terrein, décrivez deux arcs dont l'interſection donnera la poſition du point A : l'on répétera la même opération ; & les points *a*, *b*, *c* & *d* fixeront les angles de l'eſpace propoſé. FIG. 86.

L'on peut encore opérer de la maniere ſuivante. Diſpoſez les deux regles qui forment l'angle de l'inſtrument, perpendiculaires l'une ſur l'autre; fixez cet angle, en ſerrant la vis pour aſſujettir l'une de ces regles ſur le quart de cercle.

Fig. 87. Plantez des piquets aux angles de la figure, & déterminez l'extrêmité des perpendiculaires abaiſſées de ces angles ſur la diagonale KC; placez des piquets aux points I, H, F & E, extrêmités de ces lignes.

Meſurez les diſtances IC, HC, FC & EC; formez le croquis de l'eſpace, & écrivez les différentes meſures: poſez l'inſtrument au point C; faites gliſſer l'alidade mobile, juſqu'à ce qu'elle marque ſur la baſe de l'inſtrument un nombre de parties égales au nombre de toiſes que contient IC; dirigez cette baſe ſuivant KC, & l'autre regle au point A; l'interſection de la derniere regle & de l'alidade perpendiculaire, fixera ſur cette derniere un nombre de parties égales au nombre de toiſes que contient AI; écrivez ce réſultat ſur le croquis.

Avancez l'alidade perpendiculaire juſqu'à ce qu'elle marque ſur la baſe un nombre de parties égales au nombre de

toiſes contenues dans HC; dirigez l'autre regle vers L, & l'interſection de cette derniere & de l'alidade perpendiculaire fixera le nombre de toiſes contenues dans la perpendiculaire; notez ce dernier réſultat, & continuez de même juſqu'à ce que vous ayiez la valeur des perpendiculaires. Pour rapporter cette opération ſur le papier, il ſuffit de mener une ligne, de marquer ſur cette ligne les points I, H, F & E, & d'élever de ces points les perpendiculaires IA, FB, &c., que l'on fera proportionnelles à celles du terrein.

L'on pourroit, en opérant de cette maniere, trouver la ſurface de l'eſpace propoſé, puiſque l'on connoît les perpendiculaires, & les baſes des triangles & des trapezes.

L'uſage de cet inſtrument dans ces ſortes d'opérations, peut être utile lorſque l'eſpace propoſé eſt conſidérable, & que les perpendiculaires ne peuvent pas être meſurées à cauſe des obſtacles que le terrein peut préſenter.

REMARQUE.

SI les regles qui compoſent le linimetre, étoient d'une longueur conſidérable, l'on pourroit peut-être lever la carte

d'une Province auſſi exactement qu'avec le graphometre ; mais alors il ſeroit néceſſaire que le quart de cercle fût diviſé en parties égales ; ce qui ſerviroit à fixer l'ouverture des angles, pour n'être pas obligé de revenir deux fois aux extrêmités de la baſe.

Il faudroit alors déterminer des baſes conſidérables, & aller de triangle en triangle, qu'il ſeroit aiſé de rapporter ſur le papier.

L'on pourroit adapter des lunettes à ces alidades, de même que celles que l'on met au graphometre ; au reſte, ce n'eſt que pour indiquer les opérations que l'on pourroit faire avec cet inſtrument, que nous en étendons l'uſage à la levée des cartes ; nous avouerons que nous ne nous en ſommes ſervis que pour meſurer les diſtances, & lever quelques étendues de terrein.

Tel eſt en général l'uſage du linimetre ; la conſtruction de cet inſtrument, jointe au Problême que nous venons de donner, mettront le lecteur en état de le développer, & d'appercevoir ou ſes défauts, ou ſon utilité.

CHAPITRE III.

USAGE DU GRAPHOMETRE.

Le graphometre eſt un inſtrument connu de tout le monde ; il ſert à indiquer ſur ſon *limbe* la valeur des angles que l'on prend : c'eſt cette derniere propriété qui lui a donné le nom de *graphometre*.

Les Ingénieurs-Géographes ſe ſervent d'un graphometre dont le rayon eſt conſidérable ; quelquefois ils adaptent aux alidades des lunettes, afin d'appercevoir les objets plus diſtinctement.

Il ſeroit à deſirer que tous les graphometres fuſſent aſſez grands pour prendre les angles au moins de trois ſecondes ; mais la plus grande partie de ceux dont on fait uſage, ne peuvent guere donner que la valeur des angles de trois minutes ; delà le peu de juſteſſe que l'on retire des petits graphometres.

Un autre défaut non moins eſſentiel, c'eſt que les pinules objectives ſont traverſées par des lames de cuivre. Quel-

que minces qu'elles puiſſent être, elles ont toujours aſſez d'épaiſſeur pour cacher une étendue aſſez conſidérable, à une diſtance de deux à trois mille toiſes.

J'ai eſſayé de prendre la hauteur d'une montagne fort élevée, & de laquelle j'étois éloigné de deux mille cinq cents toiſes : le graphometre dont je me ſervois étoit de ces inſtruments ordinaires, c'eſt-à-dire que je ne pouvois qu'eſtimer les angles de trois minutes ; auſſi les réſultats furent tous différents. J'apportai tous les ſoins poſſibles, ſoit à meſurer une baſe très-grande, ſoit à vérifier pluſieurs fois les angles dont j'avois beſoin : toujours je trouvai de l'erreur. Sur une hauteur de cinq cents vingt-deux toiſes, la premiere opération donna cinq cents dix-neuf ; la ſeconde, cinq cents vingt-ſept ; la troiſieme, cinq cents vingt-quatre. En prenant un terme moyen, je conclus que la hauteur étoit de cinq cents vingt-trois toiſes, à peu de choſe près. Quelque temps après, du même endroit, je refis l'opération avec l'altimetre de mon pere. La premiere fois, je trouvai cinq cents vingt-une ; & l'index déſignoit une petite partie de la diviſion ſuivante : la ſeconde fois, cinq cents vingt-deux ; & l'index prenoit

prenoit une partie de la division suivante : enfin la troisieme fois, je trouvai un peu moins de cinq cents vingt-deux : d'où je conclus que la hauteur étoit de cinq cents vingt-deux toises. Peu de temps après, quelques-uns de MM. les Officiers du Corps-Royal refirent la même opération avec l'altimetre : même résultat, & nous conclumes que le défaut de la premiere opération venoit bien moins de nos soins que de l'instrument. Et en effet choisissez, en tâtonnant avec le graphometre, une position où vous puissiez reconnoître exactement, ou à très-peu de chose près, la valeur des angles ; alors l'opération sera aussi juste qu'en opérant avec l'altimetre : d'où l'on peut conclure que l'erreur où conduisent les sinus des angles sont très-peu de chose, & que la vérité des résultats dépend absolument de la grandeur de l'instrument.

Puisque l'expérience prouve que les opérations ne sont justes avec le graphometre qu'autant que cet instrument est considérable, il faudroit donc de deux chose l'une ; ou l'abandonner totalement, pour lever le plan d'un espace quelconque ; ou avoir un graphometre dans lequel on pût au moins reconnoître un

angle d'une demi-minute. Mais un instrument de cette derniere espece coûteroit considérablement ; & il se trouve très-peu de ceux qui veulent lever sur le terrein, qui soient en état de s'en procurer. Nous concluons donc qu'il faut laisser le graphometre à ceux qui sont chargés de lever les cartes ; ce n'est qu'à des opérations considérables & de cette nature, que le graphometre doit être consacré ; & tous les petits instruments doivent être rejetés.

Mais, répondra-t-on peut-être, il peut arriver que l'on veuille déterminer une hauteur, dans le cours d'une opération ; & pour cette opération, qui n'arrivera que très-rarement, doit-on mettre un prix considérable à un graphometre ? Il est vrai ; mais nous proposons, dans notre Ouvrage, trois instruments très-peu dispendieux, & avec lesquels, à des distances considérables, l'on opere avec beaucoup plus de justesse qu'en se servant de petits graphometres.

Quoique cet Ouvrage ne regarde absolument que la Géométrie Pratique qui regarde la levée des plans dans le détail (Ouvrage, je crois, qui manquoit encore dans cette partie), nous nous arrêterons

un peu ſur la maniere de lever les cartes des Royaumes. Les avis que nous avons reçus de M. *de Montanel*, ancien Ingénieur-Géographe, nous ont conduit aux réflexions ſuivantes. L'on ne craint pas de s'égarer lorſque l'on eſt guidé par de tels maîtres.

La plus grande partie des Ingénieurs-Géographes, levent leurs cartes en allant de triangle en triangle ; & delà, lorſque les côtés ſe trouvent calculés, ils ſont forcés de les rapporter par interſection ; les erreurs conſidérables que l'on peut faire, jointes à celles que le compas peut donner en rapportant, menent quelquefois à confondre des eſpaces de trois à quatre lieues. Je connois même une carte dans laquelle les poſitions étoient tellement fauſſes, qu'une vallée aſſez grande diſparut dans la carte. L'on fut obligé, après l'opération, de retrancher & d'ajouter des poſitions pour faire reparoître cette vallée ; opération qui fut faite dans le cabinet. L'on voit par-là combien l'on doit faire fonds ſur la plus grande partie des cartes. En effet, que l'on entoure une Province de triangles ; lorſque l'on ſera arrivé aux dernieres opérations qui doivent terminer la carte de ce côté, pour

peu d'erreurs que l'on ait commiſes dans les commencements, elles ſe manifeſtent conſidérablement dans cette derniere opération ; joignez à cela que quelquefois les interſections avec le compas ne ſont pas aſſez nettes pour appercevoir diſtinctement les points de ſection. D'après ces obſtacles, n'avouera-t-on pas que cette façon de lever les cartes eſt abſolument vicieuſe ?

Voici en général la méthode qu'il faudroit ſuivre, pour lever les cartes avec plus de juſteſſe.

Suppoſons que l'on veuille avoir la carte d'une Province : commencez par fixer une méridienne dans l'endroit où voulez commencer l'opération ; rapportez à cette méridienne tous les triangles.

Pour rapporter les triangles, à meſure que les opérations ſe feront, tracez ſur le papier une ligne droite qui repréſente la méridienne ſur le terrein. Vous avez obſervé l'angle formé par la méridienne, & la ligne menée au premier objet ; vous avez de plus un côté.

Fig. 88. Par exemple, la baſe AB étant meſurée, ſuppoſons que la méridienne ſoit AD, & que le premier triangle ſoit ACB, dans lequel l'on connoît les angles CAB

& CBA; calculez le côté CA: alors imaginons la perpendiculaire BR abaissée sur la méridienne AD dans le triangle rectangle ARB; l'on connoît l'angle RAB & le côté AB, il sera facile de connoître le côté AR & la perpendiculaire RB; portez le premier résultat de A en R; du point R, élevez la perpendiculaire RB, sur laquelle vous porterez le second résultat; & le point B sera fixé. Opérez de même pour le point C; continuez de suivre la méridienne par une chaîne de triangles, & rapportez, par le secours de la trigonométrie, & par le moyen des perpendiculaires abaissées sur la méridienne, toutes les positions que vous voulez déterminer. Comme les méridiennes sont toutes paralleles, il sera aisé de diviser l'opération en plusieurs parties, en suivant chaque méridienne, & les fixant ensuite, par le moyen du calcul, sur le papier, lorsque l'on a suivi la méridienne pendant un espace considérable, & que l'on prévoit qu'il est utile de suivre une nouvelle chaîne de triangles du levant au couchant; alors l'on éleve une perpendiculaire sur la méridienne qui doit rencontrer la seconde en quelques points; l'on suit cette

perpendiculaire de la même maniere que l'on a ſuivi la méridienne ; c'eſt-à-dire que l'on rapporte tous les points, au moyen des perpendiculaires abaiſſées de ces points ſur cette ligne.

Il eſt aiſé d'appercevoir qu'en opérant de cette maniere, l'on ſuit les quatre côtés d'un rectangle ; c'eſt-à-dire que la carte totale ſera diviſée en quarrés ou en rectangles, dans l'intérieur deſquels l'on a pris différents points. Le détail de ces opérations eſt, comme l'on ſait, un ouvrage à part, & s'exécute avec la planchette.

Telle eſt en général la méthode dont il ſeroit à ſouhaiter que les Ingénieurs-Géographes ſe ſerviſſent pour lever les cartes ; c'eſt celle de M. *de Caſſini* : elle eſt ſuivie par pluſieurs Ingénieurs célebres ; mais malheureuſement ce n'eſt que par le petit nombre ; & ſans doute l'on ne peut accuſer le défaut de nos cartes qu'à la mauvaiſe maniere de les lever. Au reſte l'étendue & l'objet de notre Ouvrage ne permettent pas de nous étendre ſur cette partie ; un jour peut-être nous nous efforcerons de traiter cette opération, d'une maniere ſatisfaiſante. Mais dans cette partie, comme dans celle

qui regarde la Géométrie Pratique, ce n'eſt qu'après avoir fait quantité d'expériences, que l'on peut ſe hazarder de mettre au jour ſes idées; & j'attendrai ce temps, pour ne pas m'expoſer ou à redire ce que les autres ont déjà traité, ou à l'expoſer d'une maniere moins lumineuſe.

Venons maintenant à l'uſage du graphometre, par rapport aux opérations qui regardent la Géométrie Pratique Élémentaire, c'eſt-à-dire pour déterminer des diſtances, des hauteurs, & à la méthode de lever des plans par le moyen de cet inſtrument.

Il y a deux manieres d'opérer avec le graphometre; ou en rapportant les opérations ſur le papier, par le moyen d'un inſtrument appellé *rapporteur*; ou bien en ſe ſervant des Tables des ſinus.

Cette derniere méthode exige quelques principes de Trigonométrie; nous en donnerons ſuffiſamment, pour que l'on ſoit en état de faire les opérations contenues dans le tableau qui terminera ce Chapitre, & qui renferme toutes les queſtions que l'on peut faire, ſoit ſur les triangles rectangles, ſoit ſur les triangles obliquangles.

Le rapporteur eſt un demi-cercle ordinairement en cuivre ou en corne; il eſt diviſé en cent quatre-vingts parties égales; c'eſt-à-dire que l'on ne peut tout au plus eſtimer que les angles de quinze minutes, encore faut-il une habitude que peu de perſonnes ont.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propoſe de déterminer la diſtance inacceſſible BA.

SOLUTION.

Fig. 89. FAITES meſurer ſur le terrein une baſe BC d'un nombre exact de toiſes; tracez cette ligne ſur un papier, & placez à vue d'œil la poſition du point A; menez les lignes *ab* & *ac*, & tracez de petits arcs *b* & *c*; ce tableau ſera le croquis de l'opération ſuivante.

Faites planter un piquet à l'extrêmité C de la baſe, & tranſportez le graphometre à l'autre extrêmité B; diſpoſez-le horizontalement, & faites convenir, par le moyen de l'à-plomb, le centre de l'inſtrument verticalement ſur le point B; dirigez le diametre de l'inſtrument vers le point C, en viſant à travers les deux

pinules qui sont à ces extrêmités ; tournez l'alidade mobile vers le point A ; ce qui fixera l'ouverture de l'angle ABC ; observez sur le limbe de l'instrument le nombre de dégrés & minutes que les deux alidades fixent, & écrivez le résultat sur le petit arc de l'angle *abc* du croquis ; ôtez l'instrument du point B, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point C ; placez de même le graphometre horizontalement, & faites convenir son centre verticalement sur le point C ; dirigez le diametre vers le piquet B, & tournez l'alidade mobile vers l'objet A ; observez sur l'instrument la mesure de l'angle ACB, & écrivez le résultat sur le petit arc de l'angle *acb* du croquis.

Cela posé, formez une échelle, & tracez sur le papier une ligne *bc*, à laquelle vous donnerez autant de parties que cette ligne contient de toises sur le terrein ; posez le rapporteur au point *b*, de maniere que son centre soit sur le point *b*, & la moitié du diametre suivant *bc* ; comptez, en commençant par la ligne *bc*, autant de dégrés & à peu près de minutes que vous en avez trouvé pour la valeur de l'angle *abc* :

à l'extrêmité de cette meſure, formez un petit trait ſur le papier ; ôtez le rapporteur ; & du point que vous venez de fixer à l'extrêmité *b* de *bc*, menez une ligne que vous prolongerez indéfiniment; poſez le rapporteur au point *c*, & diſpoſez-le de la même maniere ; comptez depuis cette ligne autant de dégrés & à peu près de minutes que vous en avez trouvé pour la valeur de l'angle *acb* : marquez ce point ſur le papier; ôtez l'inſtrument; & par le point que vous avez fixé, & l'extrêmité *c* de *bc*, menez une ligne qui rencontrera la premiere au point *a* ; ce point ſera ſemblablement diſpoſé ſur le papier à l'égard de *bc*, de même que le point A ſur le terrein par rapport à BC; prenez l'intervalle *ba*, portez-le ſur l'échelle ; & le nombre de parties qu'il contiendra, exprimera le nombre de toiſes contenues dans AB.

Démonstration.

Les angles B & C du terrein ſont égaux à leurs correſpondants *b* & *c* ſur le plan; donc le troiſieme angle A ſur le terrein ſera égal au troiſieme angle *a* ſur le papier; donc les deux triangles BAC & *bac* ſont ſemblables : mais *bc*

contient autant de parties de l'échelle que BC contient de toises sur le terrein; donc les lignes *ba* & *ac* seront aussi proportionnelles à leurs correspondantes sur le terrein.

Remarque.

Il peut arriver que la ligne BC soit donnée sur le terrein, & qu'il faille déterminer la distance d'une perpendiculaire abaissée du point A sur cette ligne, ou sur son prolongement; alors disposez l'alidade mobile à la division 90; ce qui formera un angle droit. Marchez sur l'alignement BC, jusqu'à ce que vous ayiez fixé sur cette ligne ou sur son prolongement l'extrêmité B de la perpendiculaire; opération qui est absolument la même que celle que nous avons indiquée dans le Chapitre qui traite de l'Equerre d'Arpenteur. Fig. 90.

Ce point B étant fixé, ôtez l'instrument, & substituez-y un piquet; mesurez un nombre exact de toises de B en C, & transportez le graphometre au point C; formez le croquis de la figure; prenez l'ouverture de l'angle C, & écrivez toutes les mesures sur le croquis; formez une échelle; menez sur le papier une

ligne que vous ferez proportionnelle à BC; d'une des extrêmités de cette droite, élevez ſur elle une perpendiculaire; enfin, de l'autre extrêmité de la ligne, & par le moyen du rapporteur, formez un angle égal à l'angle C: le prolongement du côté de cet angle rencontrera la perpendiculaire au point demandé.

FIG. 91. Enfin ſi ſans vouloir rapporter la figure ſur le papier, l'on vouloit déterminer la diſtance perpendiculaire BA, l'on s'y prendroit de la maniere ſuivante. Fixez, comme nous venons de l'indiquer, l'extrêmité B de la perpendiculaire BA; placez un piquet au point B; diſpoſez l'alidade mobile à la diviſion 45; c'eſt-à-dire formez ſur le graphometre un angle de quarante-cinq dégrés; ſuivez la ligne BC, juſqu'à ce que vous trouviez un point C, tellement ſitué que le diametre de l'inſtrument étant dirigé vers B, l'alidade mobile fixée à la diviſion 45 ſe trouve dirigée vers A; alors diſpoſez l'extrêmité de l'à-plomb en-deſſous & au centre de l'inſtrument, & marquez le point correſpondant ſur le terrein; meſurez BC; & le nombre de toiſes qu'il contiendra, ſera la valeur de la ligne BA.

Si quelques obſtacles empêchoient de

mesurer cette ligne, l'on pourroit, après avoir fixé le point C de la maniere précédente, diriger le diametre vers D, & faire planter plusieurs piquets sur le prolongement DC de l'alidade fixée à quarante-cinq dégrés; alors déterminant le point D, où le prolongement DC rencontre le prolongement BA, la partie BD seroit égale à BA.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE le triangle ABC est rectangle, & que l'angle ACB est de quarante-cinq dégrés, son complément BAC sera aussi de quarante-cinq dégrés; donc le triangle ABC est isoscele, & par conséquent AB est égal à BC. Par la même raison, puisque BA est perpendiculaire sur BC, son prolongement BD le sera aussi; & comme l'angle BCD par construction est de quarante-cinq dégrés, l'angle BDC sera dans le même cas; donc BD égal BC égal BA. (c. q. f. d.)



PROBLÊME DEUXIEME.

L'on propoſe de déterminer la ligne AB *entiérement inacceſſible.*

Solution.

Fig. 92. Mesurez une baſe CE ; faites planter un piquet à l'extrêmité E de CE ; formez le croquis de l'opération, & diſtinguez les angles par des arcs que vous tracerez ſur ce croquis. Cela poſé, placez le graphometre horizontalement au point C ; dirigez le diametre vers E, & prenez l'ouverture des angles ACE & BCE ; écrivez ſur le croquis & ſur les arcs correſpondants le nombre de dégrés & minutes qu'ils contiennent ; ôtez l'inſtrument du point C, ſubſtituez-y un piquet, & tranſportez le graphometre au point E ; diſpoſez-le horizontalement, & prenez l'ouverture des angles BEC & AEC ; écrivez les valeurs ſur les arcs correſpondants.

Cela poſé, menez ſur le papier une ligne qui contienne autant de parties de l'échelle que CE contient de toiſes; des point *c* & *e*, extrêmités de cette ligne, marquez, par le moyen du rapporteur,

des points qui terminent la valeur de ces angles; de ces points, & par les extrêmités de *ce*, prolongez des lignes qui se rencontreront aux points *a* & *b*: menez la ligne *ab*; portez cet intervalle sur l'échelle, & le nombre de parties qu'il contiendra; exprimera le nombre de toises que contient la ligne AB sur le le terrein.

Il est essentiel d'observer que plus les distances que l'on propose de déterminer seront grandes, plus les bases doivent être considérables. En effet, si la distance proposée est de douze à quinze cents toises; en se servant d'une base de cinquante à soixante toises, les angles du sommet seront très-aigus: ainsi en rapportant les opérations sur le papier, il arriveroit que l'intersection des lignes se confondroit dans un espace, qui proportionnellement à l'échelle, seroit très-considérable. L'on est obligé, comme nous l'expliquerons par la suite, d'observer le point où les lignes paroissent à l'œil se rencontrer, & le point où elles semblent se séparer: l'on divise cet intervalle en deux également, & le milieu est la vraie intersection. Pour éviter cet inconvénient, l'on aura soin de se fixer des bases con-

ſidérables. Par exemple, ſur quinze cents toiſes d'éloignement, il faudroit au moins une baſe de quatre cents toiſes; mais alors comment diſtinguer à cette diſtance un piquet? L'on eſt obligé de placer un papier très-grand; & il eſt pour ainſi dire impoſſible de diriger exactement le diametre au point réel où ſe trouve le piquet. Nous nous arrêterons ſur cette difficulté, dans le Chapitre où nous traiterons de la Planchette.

L'on peut encore placer pluſieurs piquets dans cet alignement de quatre cents toiſes; mais le temps que l'on emploie pour faire cette opération, eſt fort conſidérable.

Si le terrein eſt uni, l'on peut meſurer les quatre cents toiſes; s'il préſente des irrégularités, alors l'on déterminera cette baſe comme ſi elle étoit inacceſſible, en ſe ſervant d'une autre baſe de cent cinquante toiſes, & opérant comme ci-deſſus.

REMARQUE.

Il ſeroit aiſé, par le moyen du Problême précédent, de mener une parallele à la ligne inacceſſible AB.

Prenez la meſure des angles, & la valeur de la baſe CE; plantez un petit piquet

piquet au point C; rapportez la figure ſur le papier, & reconnoiſſez, au moyen du rapporteur, la valeur de l'angle ABC; écrivez ce réſultat. Tranſportez-vous au point C; diſpoſez le graphometre horizontalement; dirigez le diametre ſuivant CB, & tournez l'alidade mobile juſqu'à ce qu'elle marque ſur le limbe un nombre de dégrés & de minutes égal à la meſure de l'angle ABC. L'alidade mobile fixée dans cette poſition, vérifiez ſi le diametre ne s'eſt point dérangé de la direction BC; alors faites planter des piquets, ſuivant le prolongement de l'alidade CD, & qui déterminera la poſition de la parallele, puiſque par conſtruction l'angle BCD eſt égal à l'angle ABD, & que d'ailleurs ils ſont, par leur poſition, alternes internes.

Le défaut de cette méthode, c'eſt qu'il eſt difficile d'avoir, par le moyen du rapporteur, la meſure exacte de l'angle ABC.



PROBLÊME TROISIEME.

L'on propose de déterminer une ligne qui divise l'angle inaccessible ABC *en deux également ; c'est-à-dire, en termes de fortification, l'on propose de fixer la capitale d'un bastion* ABC.

SOLUTION.

FIG. 93. PROLONGEZ exactement les faces BC & BA, & plantez des piquets à des points quelconques D & F de ces prolongements ; disposez le graphometre horizontalement au point D ; dirigez le diametre vers l'objet B, & l'alidade mobile vers F ; observez sur l'instrument la valeur de l'angle BDF, & écrivez le résultat sur un croquis : ôtez le graphometre du point D, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point F : prenez de même l'ouverture de l'angle BFD ; ajoutez les deux angles BDF & BFD ; prenez la moitié de leur somme, & écrivez ce dernier résultat sur le croquis. Transportez-vous au point D ; disposez le graphometre horizontalement ; dirigez le diametre vers B ; tournez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle marque sur le limbe

un angle égal à la moitié de la ſomme des deux angles BDF & BFD; vérifiez ſi le diametre ne s'eſt point dérangé de la poſition BD, & faites planter, ſuivant la direction de l'alidade mobile, pluſieurs piquets : ce qui fixera ſur le terrein l'alignement DGE; marquez le point E où cet alignement rencontre le prolongement BF: meſurez DE; prenez la moitié de ce réſultat, que vous meſurerez de D en G; & le point G ſera un des points de la capitale.

Le défaut de cette opération conſiſte, 1.° Dans la difficulté de fixer exactement le prolongement des faces : 2.° Comme l'on eſt obligé d'opérer à trois cents toiſes au moins du corps de la place, la diſtance DE devient d'autant plus grande que l'angle flanqué eſt obtus; & alors il eſt difficile de déterminer le point E, & de meſurer exactement DE.

Démonstration.

D'après la conſtruction précédente, il faut démontrer que le triangle DBE eſt iſoſcele ; c'eſt-à-dire, que l'angle BDE = BED. Pour le démontrer :

Les trois angles du triangle DBE valent deux droits, de même que ceux

du triangle DBF : puisque ces deux quantités sont égales à une troisieme, elles seront égales entre elles ; donc DBE + BDE + BED = DBF + BDF + BFD, mais DBE = DBF, donc BDF + BFD = BDE + BED. Cela posé, puisque par construction $BDE = \frac{BDF + BFD}{2}$, l'on aura 2BDE, ou BDE + BDE = BDF + BFD : mais le second membre de cette derniere équation est égal à BDE + BED ; donc le premier membre BDE + BDE sera aussi égal à la même quantité ; donc BDE + BED = BDE + BDE : & retranchant de chaque membre la même grandeur BDE, il restera BED = BDE ; donc le triangle DBE est isoscele. Mais dans un triangle de cette nature, la droite menée du sommet sur le milieu de la base, divise l'angle du sommet en deux également ; donc BG est la capitale (c. q. f. d.).

Remarque I.

D'APRÈS le Problême précédent, il est facile de mener, par le point F, une parallele à la face BC ; car connoissant les deux angles de la base du triangle, en retranchant leur somme de 180 dé-

grés, le reste donnera l'angle DBF du sommet. Si donc au point F, & avec le graphometre, l'on fait un angle BFH égal à l'angle DBF; comme ils seront, par leur position, alternes internes, les lignes FH & BC seront nécessairement paralleles.

Il peut arriver qu'à la distance de trois cents toises, l'on ne puisse pas prolonger une des faces du bastion; alors le Problême précédent ne se résoudroit pas, en suivant le procédé que nous venons d'indiquer. Supposons, par exemple, qu'un obstacle X empêche de prolonger la face BC. Fig. 94.

Prolongez exactement la face BA; fixez ce prolongement par un piquet H; de ce point, & par la méthode que nous avons indiquée dans le Chapitre de l'Equerre brisée, menez une ligne HE parallele à la face BC; fixez cette ligne par des piquets; disposez le graphometre au point H; prenez l'ouverture de l'angle BHE; divisez ce résultat en deux également; prolongez vers L la parallele EH; fixez sur le graphometre un angle égal à la moitié de l'angle BHE, & suivez LH jusqu'à ce que vous arriviez à un point L tellement situé que le diametre

de l'inſtrument étant dirigé vers H, l'alidade mobile qui fixe un angle égal à la moitié de BHE, ſoit dirigée au ſommet B de l'angle propoſé; alors le point L ſera un des points de la capitale.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE HE eſt parallele à BC, l'angle BHE eſt égal à l'angle ABC; mais ſur la parallele LE, l'angle BLH eſt égal à la moitié de BHE ou de ſon égal ABC; donc le prolongement de LM diviſera l'angle inacceſſible en deux également; donc enfin le point L, fixé par cette opération, ſera un des points de la capitale.

REMARQUE II.

IL eſt aiſé d'appercevoir que le triangle BHL eſt iſoſcele, puiſque BLH = $\frac{1}{2}$ ABC, égal par conſéquent HBL. Or ce triangle étant iſoſcele, le côté BH eſt égal au côté HL; donc la parallele HE étant menée, l'on peut, ſans le ſecours du graphometre, fixer le point qui appartient à la capitale: il ſuffit pour cela de déterminer la diſtance BH, & de meſurer, de H en L, une partie HL égale à BH; alors le point L appartiendra à la capitale.

Comme l'objet de la parallele HE eſt de placer des batteries dont le tir ſoit perpendiculaire ſur la face BC, il eſt clair que ſi l'on diſpoſe les pieces perpendiculairement ſur HE, le tir le ſera auſſi ſur la parallele BC.

Enfin s'il ne s'agiſſoit que de battre un point B de la ligne BL, il ſuffiroit de fixer ſur la parallele AC le point H, extrêmité de la perpendiculaire BH. Pour cela, jugez à vue d'œil de la perpendiculaire, & tranſportez-vous ſur la droite ou ſur la gauche de cette ligne, par exemple au point A; placez le graphometre à ce point, & prenez l'ouverture de l'angle BAC : ôtez l'inſtrument du point A, ſubſtituez-y un piquet, & ſuivez l'alignement AC juſqu'à ce que vous trouviez le point C où l'angle ACB ſoit égal à l'angle BAC; alors le triangle ABC étant iſoſcele, la moitié de AC ſera l'extrêmité H de la perpendiculaire. Fig. 95.

L'opération feroit abſolument la même, s'il s'agiſſoit d'abaiſſer d'un point donné une perpendiculaire ſur une ligne donnée.

PROBLÊME QUATRIEME.

De la position C, un bosquet X empêche d'appercevoir le point G; & l'on voudroit du point G disposer une batterie dont le tir fût dirigé vers le point H: l'on demande quelle seroit la direction qu'il faudroit donner aux pieces pour résoudre cette question.

SOLUTION.

Fig. 96. CHOISISSEZ deux points A & L, desquels vous puissiez appercevoir le point H; placez des piquets aux points A & L; disposez le graphometre au point A, & fixez un angle BAL quelconque: transportez-vous au point L, & faites l'angle FLH égal à l'angle BAH; fixez la ligne LF, elle sera parallele à AB; prolongez ces lignes jusqu'à cê que vous puissiez placer deux piquets B & F d'alignement avec le point H; mesurez exactement AB & LF.

Cela posé, déterminez de l'autre côté de AL une droite AM; donnez-lui la position la plus avantageuse par rapport à l'objet de l'opération; prolongez cette ligne jusqu'à ce qu'une partie CM soit

abſolument couverte par le boſquet dont vous voulez profiter; meſurez AC, & établiſſez cette proportion AB : LF :: AC : LE; calculez-en le quatrieme terme que vous meſurerez de L en E; prolongez AC, & établiſſez une batterie ſur le prolongement CM, en faiſant les lignes de tir paralleles à CE, les boulets iront frapper ſur HD; & la piece pointée en C, ſuivant CE, portera ſon boulet (toute choſe égale d'ailleurs) au point H.

DÉMONSTRATION.

SUPPOSONS pour un inſtant que le prolongement CE rencontre la droite AH en tout autre point N, & voyons ce qui réſultera de cette hypotheſe. Les triangles BHA & FHL étant ſemblables, donnent AH : LH :: AB : LF; mais par conſtruction AB : LF :: AC : LE; & à cauſe des triangles ſemblables ANC & LNE, l'on a AC : LE :: AN : LN. Concluant du premier de ces rapports égaux au dernier, l'on aura AH : LH :: AN : LN; donc AH − LH, ou AL : LH :: AN − LN, ou AL : LN. Or AL = AL, donc LN = LH; c'eſt-à-dire que les points N & H ne ſont qu'un ſeul & même point; donc la piece diſ-

poſée en C, & pointée ſur le piquet E, portera ſon boulet au point H.

Remarque.

Nous nous ſommes ſervis du graphometre, pour mener les paralleles AB & LF; cependant l'opération auroit été auſſi facile, quoique un peu plus longue, en opérant par le moyen des piquets.

Pour cela, fixez la poſition de la premiere ligne AB; d'un point I quelconque de AL, élevez ſur cette ligne la perpendiculaire IK; meſurez AI & IK. Cela poſé, meſurez une partie LO égale à AI; du point O, élevez ſur AL la perpendiculaire OP que vous ferez égale à IK; plantez un piquet au point P, & les piquets L & P fixeront la parallele LP à AB. Après avoir déterminé, tant pour ſa longueur que pour ſa poſition, la ligne AC, on lui menera de la même maniere une parallele LE, & l'on achevera l'opération comme nous l'avons indiqué.

Il n'arrive preſque jamais que l'on ait beſoin de battre un ſeul point; les objets que l'on veut ruiner avec le canon, ont toujours une certaine largeur: ainſi en établiſſant la batterie ſur CM, & dirigeant le tir ſuivant des lignes paralleles

à CE, l'on ſera ſûr que les boulets frapperont ſur un objet d'une longueur égale au moins à celle de la batterie. Pour fixer les lignes de tir, il ſuffit de placer ſur le prolongement de LE des petits piquets M′N′O′, qui ſerviront à diriger les pieces; au reſte, il faut avoir égard à la ſituation de l'objet, à l'emplacement de la batterie, & à l'élévation de l'objet ſur la batterie.

PROBLÊME CINQUIEME.

L'on propoſe de lever le plan de l'étendue ABCDE, *&c.*

SOLUTION.

Nous ſuppoſerons, dans ce Problême, que l'on peut ſe porter ſur tous les angles de la figure. FIG. 97.

Faites planter des piquets aux angles; formez le croquis de l'eſpace : tranſportez le graphometre à l'angle A ; dirigez les alidades vers K & vers B ; obſervez ſur le limbe la valeur de l'angle A ; écrivez le réſultat ſur l'arc correſpondant du croquis : meſurez les côtés AK & AB ; écrivez ces meſures ſur les côtés correſpondants du croquis : ôtez le graphometre du point A, ſubſtituez-y un piquet;

tranſportez-vous à l'angle B, & prenez l'ouverture de l'angle ABC ; meſurez BC ; ôtez le graphometre du point B, & continuez de même à prendre la valeur des angles & des côtés qui terminent l'eſpace propoſé.

Pour rapporter cette figure ſur le papier, déterminez une ligne *ak*, à laquelle vous donnerez autant de parties de l'échelle que AK contient de toiſes ſur le terrein ; à l'extrêmité *a* de *ak*, & par le moyen du rapporteur, faites l'angle *kab* égal à l'angle KAB du terrein ; donnez à *ab* autant de parties de l'échelle que AB contient de toiſes ſur le terrein ; au point B, faites l'angle *abc* égal à l'angle ABC, & *bc* proportionnel à BC : continuez ainſi à rapporter les angles & les côtés proportionnellement à l'échelle & au rapporteur, & vous aurez le plan de l'eſpace propoſé. Pour vérifier cette opération, il ſuffit de reconnoître ſi le côté qui termine la figure ſur le plan, & qui eſt fixé par les côtés extrêmes, contient autant de parties de l'échelle que la ligne correſpondante contient de toiſes ſur le terrein.

DÉMONSTRATION.

LES angles de la figure propoſée, ſont

égaux par conſtruction aux angles du plan; d'ailleurs les côtés de l'eſpace rapporté contiennent ſur le plan autant de parties de l'échelle que ces mêmes lignes contiennent de toiſes ſur le terrein; d'où il ſuit que le polygone ſur le plan, eſt ſemblable au polygone ſur le terrein, puiſqu'ils ont les angles égaux, & les côtés homologues proportionnels (c. q. f. d.).

REMARQUE.

L'ON peut auſſi réſoudre la même queſtion, en opérant ſur les diagonales; dans ce cas, il ſuffit de mener, d'un même point, des lignes à tous les angles de la figure, de meſurer les angles & les côtés, & de rapporter la figure ſuivant les principes que nous avons indiqués dans le Problême précédent.

Il eſt aiſé de s'appercevoir combien il eſt difficile de lever exactement le plan d'un eſpace quelconque avec le graphometre, puiſque l'on ne peut jamais rapporter exactement les angles; d'ailleurs l'on eſt obligé de meſurer les côtés, & plus les meſures ſont multipliées, plus les erreurs augmentent, ſur-tout ſi le terrein ſur lequel l'on opere n'eſt pas uni.

Il peut arriver que l'eſpace propoſé

ſoit terminé par des lignes courbes ; dans ce cas, il faudra diviſer les courbes en lignes ſenſiblement droites, & opérer ſuivant les principes précédents.

Au reſte, comme l'objet de cet Ouvrage eſt d'apprendre à lever dans le détail, & que nous devons prévenir ſur les opérations qui pourroient être défectueuſes, nous conſeillons de ne ſe ſervir du graphometre que dans le cas où l'on n'aura pas de planchette : l'on peut être aſſuré que dans les opérations de grand détail les petits graphometres conduiront toujours à des erreurs conſidérables.

FIG. 98. Suppoſons maintenant que l'on ne puiſſe pas tranſporter le graphometre ſur les angles, & que l'eſpace ſoit inacceſſible dans ſon intérieur.

Prolongez le côté KA d'un nombre de toiſes quelconque AB ; placez le graphometre au point B, diſpoſez-le horizontalement, & viſez aux piquets A, M & C ; ce qui donnera la valeur des angles ABM & MBC ; meſurez les côtés de l'angle, prolongez MC d'une quantité quelconque CD ; prenez la valeur de l'angle D ; meſurez DE ; enfin continuez à prolonger les côtés, & à prendre la valeur des angles terminés

par le prolongement des côtés. Il eſt inutile d'obſerver que l'on doit prévoir les opérations qui conduiront à rapporter la figure ſur le papier, par le procédé le plus ſimple. L'on aura ſoin de diſpoſer ſur le croquis les meſures priſes ſur le terrein, de maniere qu'il n'y ait aucune confuſion lorſqu'il s'agira de former le plan de l'eſpace. Pour faire cette derniere opération, menez une ligne *k a b*; prenez un intervalle *ba* qui contienne autant de parties de l'échelle que AB contient de toiſes ſur le terrein; au point *b*, & par le moyen du rapporteur, faites l'angle *abm* égal à l'angle ABM; du même point *b*, formez auſſi l'angle *mbc* égal à l'angle MBC, & faites *bm* & *bc* proportionnels à leurs correſpondants ſur le terrein; ce qui fixera les points *a*, *m* & *c* : menez les lignes *am* & *mc*; prolongez *mc* d'une quantité égale à *cd*; au point *d*, formez l'angle *cde* égal à l'angle CDE, & prenez ſur *de* une partie *de* proportionnelle à DE; menez *ec*; continuez de même à rapporter les angles & les côtés, & vous aurez le plan de l'eſpace propoſé.

Telle eſt en général la maniere de

lever les plans par le moyen du graphometre. L'on voit que les opérations doivent varier à mesure que les figures deviennent plus ou moins irrégulieres, & plus ou moins considérables ; mais il faudra toujours dans tous les cas former le croquis de l'espace proposé, prendre la valeur des angles, & mesurer les côtés qui puissent fixer le sommet des angles de l'espace.

De même le plan d'un espace étant donné, s'il s'agissoit de le rapporter sur le terrein, l'on reconnoîtroit les angles que forment les lignes du plan ; l'on écriroit ces valeurs sur le plan même, l'on évalueroit les côtés qui entourent les angles, par le moyen de l'échelle, & l'on écriroit ces résultats sur les côtés correspondants du plan. Alors partant d'un point fixe & reconnu sur le terrein & sur le plan, l'on feroit à ce point, par le moyen du graphometre, un angle égal à celui du plan ; l'on fixeroit par des piquets les côtés, & l'on mesureroit sur chacun d'eux autant de toises qu'ils contiennent de parties de l'échelle sur le plan.

PROBLÊME

PROBLÊME SIXIEME.

L'on propoſe de déterminer la hauteur AB *d'une tour.*

SOLUTION.

MESUREZ une baſe BC; diſpoſez le graphometre verticalement dans le plan qui paſſe par le ſommet A de la tour; ce que l'on fera aiſément, par le moyen d'un à plomb : car dans tous les graphometres, il y a ſur le revers de l'inſtrument une ligne tracée ſur le cuivre qui eſt exactement perpendiculaire ſur le diametre; de ſorte que lorſque le fil de ſoie répond à cette ligne, c'eſt une preuve qu'elle eſt dans la verticale, & que le diametre eſt horizontal. Cela poſé, tournez l'alidade mobile juſqu'au ſommet de la tour, & vérifiez ſi l'inſtrument eſt toujours dans la même ſituation; la meſure de l'angle ACB étant priſe, écrivez-la ſur le croquis. FIG. 99.

Menez une ligne *bc* qui contienne autant de parties de l'échelle que BC contient de toiſes ſur le terrein. Au point *c*, faites l'angle *acb* égal à l'angle ACB; du point *b*, élevez ſur *bc* la

S

perpendiculaire *ba* qui rencontrera le côté *ac* au point *a*; & *ab* ſera la perpendiculaire demandée. La démonſtration de cette propoſition eſt abſolument la même que celle des précédentes.

REMARQUE.

L'ON pourroit encore réſoudre cette queſtion de la maniere ſuivante. Tracez ſur le terrein un alignement BC; diſpoſez le graphometre verticalement, & l'alidade mobile à la diviſion 45; c'eſt-à-dire, formez ſur l'inſtrument un angle de quarante-cinq dégrés. Cela poſé, ſuivez l'alignement BC, juſqu'à ce que vous trouviez un point C, où l'angle ACB ſoit de quarante-cinq dégrés, ce que l'inſtrument fera aiſément reconnoître; alors meſurez BC, & le nombre de toiſes que cette ligne contiendra, ſera la valeur de la perpendiculaire AB; car le triangle ABC ſera rectangle & iſoſcele.

Si l'extrêmité de la tour étoit inacceſſible, l'on pourroit, par le moyen des propoſitions précédentes, meſurer la diſtance BC que l'on regarderoit comme inacceſſible, & l'on opéreroit enſuite, comme nous venons de l'indiquer.

PROBLÊME SEPTIEME.

L'on propose de déterminer la hauteur d'une montagne.

SOLUTION.

FIXEZ sur le terrein un alignement qui soit dans le plan qui passe par le sommet de la montagne; mesurez une base CD d'un nombre exact de toises; placez le graphometre au point C; disposez-le verticalement, & observez l'ouverture de l'angle ACD; transportez l'instrument à l'autre extrêmité de la base; disposez-le de même verticalement au point D, & prenez l'ouverture de l'angle ADC. Cela posé, menez sur le papier une ligne *cd* qui contienne autant de parties de l'échelle que CD contient de toises sur le terrein; aux points *c* & *d*, formez des angles *acd* & *adc* égaux aux angles ACD & ADC: les deux côtés se rencontreront au point *a* qui sera le sommet de la montagne; ce qui est aisé à démontrer. Pour fixer la perpendiculaire, prolongez *cd* vers *b*; & du point *a* & d'un intervalle *am*, décrivez l'arc *nm*; enfin des points *n* & *m*, & avec des ouvertures égales, fixez FIG. 100.

S 2

le point *f*; par le point *a* & le point *f*, menez la ligne *ab*; portez-la ſur l'échelle, & le nombre de parties qu'elle contiendra ſera le nombre de toiſes que contient la hauteur demandée.

Remarque.

Dans l'opération précédente, nous ſuppoſons que le terrein eſt libre dans la poſition de la baſe; nous ſuppoſons auſſi que cette baſe eſt conſidérable; ſans cela l'angle du ſommet A devenant trop aigu, l'interſection des deux côtés AC & AB conduiroit à des erreurs, & ces erreurs deviendroient d'autant plus conſidérables que la baſe ſeroit petite & plus éloignée de la montagne. L'on ne doit meſurer la baſe, ſuivant cette direction, que lorſque l'on ne peut la diſpoſer en face de la montagne; ainſi lorſque la poſition du terrein le permettra, l'on ſe ſervira toujours de la méthode ſuivante.

Fig. 101. Meſurez une baſe DC en face de la montagne dont vous voulez avoir la hauteur; plantez un piquet à l'extrêmité C de la baſe, & diſpoſez le graphometre au point D; placez-le horizontalement; dirigez une des branches vers C; & ſi les pinules n'ont pas aſſez de hauteur,

pour que l'on puiſſe viſer au ſommet A de la montagne, ayez un à plomb; tenez-le ſuſpendu, de maniere que le fil de ſoie ſoit dans le plan qui diviſe les pinules en deux également; tournez l'alidade, juſqu'à ce que le fil, que vous tenez ſuſpendu, le milieu des deux pinules, & le ſommet A de la montagne, ſoient dans le même plan; obſervez l'angle que donne l'ouverture des deux alidades, & écrivez le réſultat ſur le croquis des opérations: ôtez le graphometre du point D, ſubſtituez-y un piquet, & tranſportez-vous au point C; diſpoſez le graphometre horizontalement; dirigez le diametre vers D, & l'autre alidade, de façon que le fil de ſoie, le milieu des pinules de l'alidade mobile, & le ſommet A de la montagne, ſoient dans le même plan; obſervez l'angle que forment les deux alidades, & écrivez le nouveau réſultat ſur le croquis des opérations. L'inſtrument toujours au point C, diſpoſez-le verticalement, en ſorte que le demi-cercle ſoit dans le plan qui paſſe par le ſommet A de la montagne; placez le diametre horizontalement, & tournez l'alidade mobile, juſqu'à ce que vous apperceviez le ſommet A de la montagne;

écrivez ſur le croquis la valeur de l'angle que vous a donné cette opération.

Pour tracer la figure ſur le papier, menez une ligne *dc* qui contienne autant de parties de l'échelle que DC contient de toiſes ſur le terrein; aux points *d* & *c*, formez des angles égaux aux angles pris ſur le terrein : l'interſection *a* des côtés *ad* & *ac* donnera ſur le papier la poſition de l'extrêmité de la verticale. Cela poſé, menez une ligne *bc* que vous ferez égale à *ac*; du point *b*, élevez la perpendiculaire *ba*; & au point *c*, faites un angle égal à l'angle ACB ; l'interſection de la ligne *ac*, & de la perpendiculaire *ba*, fixera le ſommet *a* de la montagne. Portez *ab* ſur l'échelle; & le nombre de parties qu'elle contiendra, exerimera le nombre de toiſes contenues dans la hauteur demandée.

L'on peut encore réſoudre cette queſtion de la maniere ſuivante. Meſurez toujours une baſe DC en face de l'objet; tranſportez le graphometre au point D, diſpoſez-le de maniere que le plan de l'inſtrument ſoit dirigé au ſommet A de la montagne; viſez au piquet C. Peu importe la ſituation des pinules, qui dans ce cas ſera oblique par rapport au piquet.

L'alignement DC étant pris, vérifiez si la surface de l'instrument est dans le plan qui passe par le sommet A de la montagne ; alors tournez l'alidade mobile jusqu'à ce que vous apperceviez le sommet A; observez la valeur de l'angle, & écrivez le résultat sur le croquis des opérations; ôtez l'instrument du point D, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point C; disposez le graphometre à ce point, de la même maniere qu'il l'étoit au point D; observez l'angle ACD, & écrivez le résultat sur le croquis des opérations ; sans déranger l'instrument de la position C, disposez-le verticalement, & prenez la valeur de l'angle ACB. Cela posé, fixez, au moyen de la base *dc* & des angles *adc* & *acd*, la position du point *a*; alors le triangle *acd* sera semblable au triangle qui a son sommet au sommet A de la montagne, & dont la base est DC; portez *ac* sur l'échelle ; ce qui donnera la distance oblique AC; formez un angle *acn* égal à l'angle ACB; prenez sur le côté *ac* une partie égale à *ac*; & du point *a*, abaissez sur *nc* la perpendiculaire *ab* : le nombre de parties de l'échelle de cette ligne donnera la valeur de la per-

pendiculaire; & *cb* sera la distance horizontale de l'extrêmité de la base au pied de la verticale.

Pour peu que l'on ait suivi jusqu'à présent les opérations que nous avons enseignées, l'on s'appercevra sans doute de la supériorité de ces deux méthodes sur celle du Problême septieme.

Il est encore un choix à faire entre les deux dernieres méthodes ; la premiere est préférable à la derniere, parce que l'usage apprendra qu'il est pour ainsi dire impossible de disposer le graphometre de maniere que la surface soit dans le plan qui passe par le sommet A de la montagne, sur-tout en se servant de graphometres qui n'ont que six à sept pouces de rayon.

Si le pays dans lequel l'on opere est coupé de beaucoup de montagnes, l'on disposera le graphometre de maniere que les pinules placées aux extrêmités des alidades, soient à vis, & que l'on puisse en substituer d'autres de sept à huit pouces de hauteur, dont l'intervalle sera partagé, non par une lame de cuivre, mais par un fil de soie très-délié ; alors toutes les opérations se rapporteront aux projections horizontales, & l'on fera beau-

coup plus assuré de leur justesse. Telles sont en général les opérations que l'on peut faire avec le graphometre, en se servant du rapporteur. Venons maintenant à celles dans lesquelles il est besoin de recourir aux tables des sinus. Comme cette derniere méthode exige quelques principes de Trigonométrie, nous allons nous en occuper, en resserrant cependant nos propositions; nous nous contenterons de donner les principes indispensables pour l'usage du graphometre, & nous laisserons de côté ceux dont il faudroit être prévenu pour la construction des tables, &c.

PRINCIPES
DE
TRIGONOMÉTRIE.

Nous avons déjà observé que la circonférence du cercle est divisée en trois cents soixante parties égales, appellées *dégrés*; chaque dégré, en soixante parties égales, appellées *minutes*; chaque minute, en soixante parties égales, appellées *secondes*, &c.

Fig. 102. Une partie AB de la circonférence, eſt appellée *arc*, & ſert de meſure, ainſi que nous l'avons obſervé dans notre Géométrie, à l'angle ACB. Les dégrés, minutes & ſecondes que contient un arc, s'écrivent de cette maniere. Suppoſons que l'arc ſoit de cinquante dégrés quarante-deux minutes cinquante-quatre ſecondes, l'on écrira $50^{d}\ 42'\ 54''$.

La différence d'un arc à 90^{d}, s'appelle *complément*, & celle d'un arc à 180, ſe nomme *ſupplément*. La corde eſt une ligne droite tirée de l'extrêmité d'un arc à l'autre extrêmité : ainſi la ligne BE eſt la corde ou ſous-tendante de l'arc BAE.

Le ſinus d'un arc, eſt une ligne droite menée de l'extrêmité de cet arc perpendiculairement ſur le diametre qui paſſe par l'autre extrêmité : ainſi BF eſt le ſinus de l'arc AB.

Le ſinus verſe d'un arc, eſt la partie du diametre compriſe entre le ſinus & l'extrêmité de l'arc : ainſi AF eſt le ſinus verſe de AB ; & DF eſt le ſinus verſe de DB.

Le coſinus d'un arc, eſt la partie du diametre compriſe entre le centre & le ſinus ; il eſt égal au ſinus du complément de l'arc : ainſi CF eſt le coſinus de l'arc

AB, & eſt égal à BI, ſinus du complément HB.

La tangente d'un arc, eſt une ligne menée de l'extrêmité de l'arc perpendiculairement ſur le rayon, & terminée par la ligne qui paſſe par l'autre extrêmité de l'arc : ainſi AG eſt la tangente de l'arc AB.

La cotangente & la coſecante d'un arc, ſont la tangente & la ſecante du complément de cet arc : ainſi HK & CK ſont la cotangente & la coſécante de AB. Les tables des ſinus expriment la longueur des ſinus, tangente & ſecante de chaque dégré & minute du quart de cercle, par rapport au rayon que l'on ſuppoſe pour cet effet diviſé en cent mille parties égales. Par le moyen de cette table & des triangles ſemblables, l'on réſout toutes les queſtions de la Trigonométrie plane.

Obſervons encore que le ſinus d'un arc A*b* plus grand que 90 ^{d}, eſt égal au ſinus du ſupplément de cet arc ; ainſi BF eſt le ſinus de BA, de même que celui de BD.

Obſervons de plus que le coſinus *cf*, la tangente A*g*, la ſecante C*g*, ſont auſſi égaux à la tangente, coſinus & ſécante du ſupplément AB ; toute la différence, c'eſt que les lignes tombent de l'autre côté AC,

où eſt l'origine des arcs : tout cela eſt clair, par les définitions que nous avons données.

THÉORÊME PREMIER.

Dans un triangle rectangle ABC, *l'on aura : L'hypothénuſe eſt à la perpendiculaire comme le rayon des tables eſt au ſinus de l'angle à la baſe.*

DÉMONSTRATION.

Fig. 103. PRENONS AE ou AF pour le rayon des tables ; décrivons l'arc EF, & abaiſſons la perpendiculaire ED, qui ſera le ſinus des tables, correſpondant à l'arc EF ; alors les triangles AED & ACB étant ſemblables, donnent AC : CB :: AE : ED (c. q. f. d.).

THÉORÊME SECOND.

Dans un triangle rectangle ABC, *l'on aura : La baſe* AB *eſt à la hauteur* BC *du triangle comme le rayon des tables eſt à la tangente de l'angle à la baſe.*

DÉMONSTRATION.

Fig. 103. SOIT pris AE ou AF pour le rayon des tables, décrivez l'arc EF ; du point F,

élevez sur AF la perpendiculaire FG; alors les deux triangles AFG & ABC étant semblables, donneront AB : BC :: AF : FG; c'est-à-dire, la base est à la hauteur du triangle comme le rayon des tables est à la tangente de l'angle à la base.

THÉORÊME TROISIEME.

Dans un triangle ABG, *les côtés sont entr'eux comme les sinus des angles qui leur sont opposés.*

DÉMONSTRATION.

SOIT pris sur BG une partie GF = AB; & des points F & B, abaissons sur la base AG les perpendiculaires BD & FE; en prenant AB & GF pour les rayons, BD & FE seront les sinus des angles A & G. Or les triangles semblables BGD & FEG, donnent GB : GF :: BD : FE, ou GB : AB = GF :: sinus A : sinus G; c'est-à-dire que les côtés AB & BG, sont entr'eux comme les sinus des angles A & G qui leur sont opposés. FIG. 104.

THÉORÊME QUATRIEME.

Dans tout triangle ABC, *l'on aura : La base* AC *est à la somme des deux côtés* AB + BC *comme la différence des mêmes côtés* AB − BC *est à deux fois la distance de la perpendiculaire au milieu du côté* AC, *c'est-à-dire à* 2ED.

DÉMONSTRATION.

FIG. 105. Du sommet B comme centre, & d'un rayon égal à BC, décrivez la circonférence CMLC ; prolongez AB jusqu'à ce qu'il rencontre la circonférence au point M ; alors l'on aura AC : AM :: AL : AK ; ou bien AC : AB + BC :: AB − BC : AK. Or AK = 2DE ; car AE = EC, & KD = DC, donc AE − KD = EC − DC = ED, donc 2AE − 2KD = 2DE ; mais 2AE = AC, & 2KD = KC : or AC − KC = AK, donc 2ED = AK, donc enfin AC : AB + BC :: AB − BC : 2DE (c. q. f. d.).

THÉORÊME CINQUIEME.

Dans un triangle quelconque, l'on aura : La somme des deux côtés est à leur différence comme la tangente de la moitié de la somme des deux angles opposés est à la tangente de la moitié de leur différence.

DÉMONSTRATION.

SUPPOSONS le triangle BAC, dans lequel l'on connoît les deux côtés AB & AC, & l'angle compris BAC.

Du point B comme centre, & de l'intervalle BA, décrivez la circonférence BDF; prolongez CA jusqu'au point F de la circonférence; menez BF; & par le point D, une parallele DE à BF; enfin, tirez BD. Cela posé, les deux triangles CBF & CDE étant semblables, donnent CF : CD :: FB : DE; mais CF = CA + AF = CA + AB, & CD = CA − AD = CA − AB. Cela posé, FB étant perpendiculaire sur BD, devient tangente de l'angle BDA = Tang. BDA; & DE étant parallele à BF, est aussi perpendiculaire sur BD, & devient tangente de l'angle DBC = Tang. DBC. Substituant ces valeurs dans la proportion CF : CD :: FB : DE, l'on aura BA + AC : AC − AB :: Tang. BDA : Tang. CBD; FIG. 106.

c'eſt-à-dire, la ſomme des deux côtés eſt à leur différence comme la tangente de l'angle BDA eſt à la tangente de DBC. Si nous prouvons donc que les angles BDA & DBC ſont égaux à la moitié de la ſomme des angles inconnus, & à la moitié de la différence des mêmes angles inconnus ABC & BCD, il ne reſtera plus qu'à ſubſtituer dans la proportion ces dernieres valeurs; & la propoſition ſera démontrée.

Obſervons que le triangle BAD étant iſoſcele, l'angle $BAF = 2ABD$, donc $2ADB = ABD + ADB$; mais l'angle BDC étant extérieur, eſt égal à $BAD + ABD$, donc $DCB + CBD = BDA$, donc $DCB + CBD + ABD = BDA + BDA = 2BDA$, donc enfin $ABC + BCA = 2BDA$; & par conſéquent $\frac{ABC + BCA}{2} = BDA$; ainſi BF tangente de BDA, eſt la tangente de la moitié de la ſomme des deux angles inconnus.

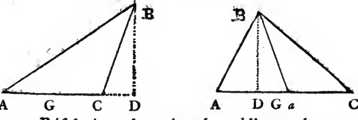
Puiſque $ABC = ABD + DBC$, & que $BCA = ABD - DBC$; ſi l'on retranche la ſeconde égalité de la premiere, l'on aura $ABC - BCA = ABD + DBC - ABD + DBC = 2DBC$; donc $DBC = \frac{ABC - BCA}{2}$; donc enfin la tangente

de DBC sera la tangente de la moitié de la différence des deux angles inconnus. Substituant les valeurs dans la premiere proportion, l'on aura: La somme des deux côtés connus est à leur différence, comme la tangente de la moitié de la somme des deux angles inconnus est à la tangente de la moitié de leur différence.

Fondés sur ces principes, nous donnerons deux Tables qui comprendront toutes les questions de Trigonométrie Pratique que l'on peut demander. Nous joindrons à plusieurs cas essentiels des exemples, afin que les commençants ne soient pas arrêtés dans l'application sur le terrein.

Nous nous contenterons des principes ci-dessus pour la Trigonométrie; les autres propriétés ne servant qu'à la construction des tables, ou à d'autres objets qui n'ont point de rapport à l'usage du graphometre pour déterminer les distances & les hauteurs; objet seul que nous avons en vue dans la pratique de cet instrument.

L'inspection seule des Tables suivantes en fera comprendre l'usage : les différents cas, l'hypothese, ce que l'on cherche, & la solution, sont distingués & placés dans des cases.



Résolution des triangles obliquangles.

CASE	DONNEZ.	CHERCHEZ.	SOLUTION.
1	Les angles, & un côté A B.	Le côté B C.	Sinus C : AB :: ſinus A : BC (*par le Théorème III.*)
2	Deux côtés AB & BC, & un angle C oppoſé à l'un d'eux.	Les autres angles A & A B C.	AB : ſinus C :: BC : ſinus A (*par le Théorême III.*) ; l'angle A étant trouvé, on l'ajoutera à l'angle C ; & la ſomme ſouſtraite de 180, donnera l'autre angle ABC.
3	Deux côtés AB & BC, & un angle oppoſé C.	L'autre côté A C.	Cherchez l'angle A B C (*par la caſe 2*) ; & alors ſinus C : AB :: ſinus A B C : A C (*par le Théorême III.*)
4	Deux côtés AC & AB, & l'angle compris A.	Les autres angles C & A B C.	AC + AB : AC − AB :: tang. de la moitié de la ſomme des angles A B C & C : tang. de la moitié de leur differ. Cet angle retranché ou ajouté à la moitié de la ſomme, donnera les deux autres angles.
5	Deux côtés AC & AB, & l'angle compris A.	L'autre côté B C.	L'on cherchera les angles (*par la caſe 4*), & l'on trouvera BC (*par la caſe 1.*re)
6	Les trois côtés.	Un angle A.	Soit abaiſſée une perpendiculaire BD oppoſée à l'angle cherché ; alors AC : AB + BC :: AB − BC : 2DG ; AD étant auſſi connu, l'on trouvera l'angle A (*par la caſe 2.*) du triangle rectangle.

Nous ne ferons l'application des principes précédents, que sur deux ou trois exemples ; une fois en état de les résoudre, le reste est absolument la même chose.

Exemple I.

Des triangles rectangles (case 3).

Supposons AC = 500 toises, & BC = 300, & déterminons, suivant cette hypothese, de combien doit être le côté AB. L'on commencera par chercher les angles, en disant AC : BC :: rayon : sinus A ; ou en substituant les valeurs, 500 : 300 :: 100000 : 60000 dont le sinus le plus approchant dans les tables, est 59995 qui répond à 36° 52′, dont le complément ou la valeur de l'angle A sera de 53° 8′. Maintenant, sinus A : sinus C :: BC : BA ; ou 60000 : 80003 :: 300 : 400 toises 0 pieds 1 pouce.

Exemple II.

Des triangles obliquangles (case 2).

AB = 500, BC = 300, & l'angle BCA = 130 dégrés. Le sinus de 130 dégrés est le même, suivant les définitions, que celui de 50, supplément de 130. Cela

posé, AB : BC :: sinus C : sinus A; ou en substituant les valeurs, 500 : 300 :: 76604 : 43962 pour le sinus de l'angle A. Le sinus le plus approchant dans les tables est 43967, qui répond à 26 dégrés 5 minutes; ajoutant cet angle C, la somme sera 156° 5', qui, retranchée de 180, donne, pour la valeur de l'angle ABC, 23° 55'.

EXEMPLE III.

Des triangles obliquangles (case 4).

Supposons AB = 500, AC = 300, & l'angle BAC = 30° 16', & proposons-nous de chercher les deux autres angles C & ABC. La solution donne AB + CB : AB − BC :: Tang. $\frac{ABC + C}{2}$: Tang. $\frac{ABC - C}{2}$; ou en substituant les valeurs, 800 : 200 :: Tang. 74° 52', moitié de la somme des deux angles inconnus; car l'hypothese donne la valeur de l'angle BAC. Si l'on retranche cet angle de 180, le reste donnera évidemment la somme des deux angles de la base ACB & CBA, dont la moitié est 74° 52'; la tangente qui répond à cet angle est 36976. Il s'agit donc de déter-

miner le quatrieme terme 92440, qui eſt la tangente de la demi-différence dont la plus approchante, cherchée dans les tables, eſt 92439, qui répond à 42° 45′ pour la moitié de la différence des deux angles. Mais la figure 106 démontre clairement qu'en ajoutant l'angle BDA ou ABD qui eſt la moitié de la ſomme, à l'angle CBD qui eſt la moitié de la différence, la ſomme donne le plus grand angle ABC; & qu'en retranchant de l'angle BDA qui eſt la moitié de la ſomme, l'angle CBD qui eſt la moitié de la différence, le reſte donne l'angle BCA qui eſt le plus petit angle; & cela, parce que l'angle extérieur BDA = CBD + BCD; donc ſi à 74° 52′ moitié de la ſomme, l'on ajoute 42° 45′ moitié de la différence, la ſomme 117° 37′ ſera la valeur du plus grand angle; & ſi l'on retranche de 74° 52′ moitié de la ſomme, 42° 45′ moitié de la différence, le reſte 32° 7′ ſera le plus petit angle. En effet les trois angles 117° 37′, 32° 7′, & 30° 16′, forment 180, valeur des trois angles d'un triangle.

D'après cet exemple & le Théorême cinquieme, il ſera facile de réſoudre la queſtion ſuivante.

PROBLÊME.

L'on propose de déterminer la distance CD *entiérement inaccessible.*

SOLUTION.

MESUREZ une base AB de 400 toises ; FIG. 107. disposez le graphometre horizontalement à l'extrêmité A ; dirigez le diametre de l'instrument vers B, & tournez l'alidade mobile vers C ; observez la valeur de l'angle CAB. Supposons que cet angle soit de 92° 17′ ; vérifiez si le diametre du graphometre est toujours dirigé vers B ; tournez l'alidade mobile vers D, & observez l'ouverture de l'angle DAB. Supposons que la valeur de cet angle soit de 41° ; ôtez l'instrument du point A, substituez-y un piquet, & transportez-vous au point B ; disposez le graphometre horizontalement, & prenez la valeur des angles DBA & CBA que nous supposons être de 130° 15′, & 63° 40′. Cela posé, écrivez ces différentes mesures sur le croquis.

Dans le triangle ACB, l'on connoît la base AB ; elle est de 400 toises, & les angles CAB & CBA ; en les ajoutant &

retranchant leur somme de 180°, le reste 24° 3′ sera la valeur de l'angle ACB; alors, comme dans un triangle, les côtés sont entr'eux comme les sinus des angles qui leur sont opposés; l'on aura, Sinus ACB : AB :: sinus CBA : CA; ou en substituant les valeurs de ces quantités, 40753 : 400 :: 89622 : AC. Le quatrieme terme de cette proportion étant calculé, donnera, à très-peu de chose près, 879 toises 4 pieds pour la valeur du côté AC.

Dans le triangle DBA, l'on connoît la base AB & les deux angles; retranchant leur somme de 180 dégrés, le reste 8° 45′ sera la valeur de l'angle ADB; donc sinus ADB : AB :: sinus DBA : AD. Substituant les valeurs, l'on aura 15212 : 400 :: 76323 : AD; le quatrieme terme de cette proportion donnera 2006 toises 4 pieds, à très-peu de chose près.

Cela posé, l'angle CAD étant égal à CAB − DAB, & la valeur de ces deux derniers angles étant connue, nous en conclurons la valeur de l'angle CAD. L'on connoît les côtés AC, AD, & l'angle compris CAD; l'on déterminera donc aisément la valeur de CD: car en suivant

la caſe de la table des triangles obliquangles, l'on aura AC + AD : AD − AC :: Tang. $\frac{ACD+CDA}{2}$: Tang. $\frac{ACD-CDA}{2}$. Déterminant le quatrieme terme de cette proportion, l'on aura la tangente de la demi-différence. Cherchant le réſultat dans les tables, l'on reconnoîtra à quel angle appartient cette tangente; & cet angle ſera la moitié de la différence qui exiſte entre les deux angles propoſés. Ajoutant le réſultat à la moitié de la ſomme des deux angles inconnus, & le retranchant de la moitié de la même ſomme, l'on aura dans la premiere opération le plus grand angle, & dans la ſeconde le plus petit, connoiſſant l'angle ACD. Par exemple, l'on cherchera dans les tables le ſinus qui lui correſpond ; & le quatrieme terme de cette proportion ſinus ACD : AD :: ſinus CAD : CD, donnera la valeur de CD, l'angle CDA étant connu; ſi du point A & ſur le côté AD, l'on fait un angle égal à CDA, la ligne qui ſera terminée par cette ouverture, ſera parallele à la ligne inacceſſible, puiſque ces deux angles, par leur poſition, ſeront alternes internes.

REMARQUE.

LES propofitions que nous avons réfolues jufqu'à préfent, mettroient fans doute en état de lever avec le graphometre les fortifications d'une place, & de rapporter le plan d'une fortification fur le terrein. Cette remarque aura ces deux objets en vue ; il eût été inutile de multiplier les figures : nous infifterons davantage fur le même Problême, lorfque nous traiterons de la Planchette, parce que c'eft le feul inftrument avec lequel l'on puiffe opérer exactement, fur-tout dans les opérations de grand détail.

Si la fortification eft inacceffible, c'eft-à-dire fi l'on ne peut parcourir les ouvrages qui la compofent, l'opération devient pour ainfi dire impoffible avec le graphometre, & le deviendroit même avec la planchette, fi l'on ne connoiffoit pas le fyftême que l'on propofe d'attaquer. Confultez fur cela ce que nous avons dit au Chapitre qui traite de la Planchette.

Si l'on peut parcourir les parties de la fortification, pofez le graphometre aux angles faillants & rentrants ; obfervez la valeur de ces angles, & mefurez les côtés ; rapportez la figure fur le papier,

ſuivant les méthodes preſcrites ci-deſſus. Comme l'on ne peut diſpoſer le graphometre au ſommet d'un angle ſaillant, il faudra le placer dans la ligne qui diviſe cet angle en deux également; cette ligne eſt toujours diſtinguée : il ſera d'ailleurs très-facile de la fixer dans le cas où l'on ne l'appercevroit pas. Pour cela, du ſommet de l'angle ſaillant ou rentrant, prenez deux parties égales ſur les deux côtés de l'angle ; diviſez la corde en deux également, & plantez un piquet ſur le milieu de cette meſure ; alignez-en pluſieurs autres ſur la ligne, fixés par le piquet qui vient d'être placé, & par le ſommet de l'angle. Diſpoſez le graphometre en un point quelconque de cette ligne ; de ce point, abaiſſez ſur les deux faces deux perpendiculaires ; meſurez une de ces lignes, & faites planter un piquet à l'extrêmité de la face dans un point qui ſoit en même temps éloigné de la face d'une quantité égale à la perpendiculaire que l'on vient d'abaiſſer, & dans la ligne qui diviſe l'angle qui ſe trouvera à l'autre extrêmité de la face, en deux également. Par exemple, après avoir diviſé ſur le parapet l'angle flanqué en deux également; d'un point de cette ligne, l'on abaiſſera

ſur une face une perpendiculaire, & l'on cherchera ſur la ligne qui diviſe l'angle de l'épaule en deux également, un point qui ſoit éloigné de la même face d'une quantité égale à la perpendiculaire ; l'on y plantera un piquet, & l'on diſpoſera le graphometre au premier point, marqué ſur la ligne qui diviſe l'angle flanqué en deux également ; l'on placera de même un piquet ſur l'autre angle de l'épaule, & l'on prendra la valeur de l'angle formé par ces deux nouvelles lignes qui ſont paralleles aux faces, & qui forment par conſéquent un angle égal à l'angle flanqué ; l'on meſurera ces deux faces depuis le ſommet de l'angle flanqué, juſqu'au ſommet de l'angle de l'épaule.

L'on voit, par cette opération, que le graphometre, diſpoſé ainſi, donne le même réſultat que s'il étoit placé au ſommet des angles. Cette attention de diſpoſer le graphometre, eſt des plus eſſentielles.

Les angles & les côtés qui forment la ligne magiſtrale, étant évaluée, rien n'eſt plus ſimple que de rapporter cette ligne ſur le papier. A l'égard des demi-lunes, l'on fixera ſur les faces les points où les prolongements des faces de la demi-lune les rencontrent ; l'on meſurera les

diſtances qui ſe trouvent depuis l'angle de l'épaule juſqu'aux points où les prolongements des faces de la demi-lune rencontrent celles du baſtion ; l'on marquera ces points ſur la ligne magiſtrale déjà tracée : alors diſpoſez le graphometre ſur le prolongement d'une des faces de la demi - lune (Nous ſuppoſons toujours que l'on opere ſur le parapet.) ; faites planter un piquet ſur le parapet & dans un des points du prolongement de l'autre face : dirigez le diametre du graphometre à un piquet placé à l'angle ſaillant de la demi-lune, & l'autre alidade au piquet placé ſur le parapet & dans le prolongement de l'autre face : rapportez cet angle ſur le plan ; tranſportez - vous à l'autre extrêmité ; rapportez de même la valeur de l'angle que vous avez pris à ce dernier point ; & l'interſection des deux lignes ſur le plan, donnera l'angle ſaillant de la demi-lune ; meſurez les faces de la demi-lune, & les angles de l'épaule de cet ouvrage ſeront fixés.

A l'égard de la contreſcarpe & des ouvrages extérieurs, il ſuffit, pour les rapporter ſur le papier, de connoître les angles, & de meſurer les côtés. Si la fortification étoit irréguliere, il faudroit

ſe tranſporter à tous les angles, & meſurer tous les côtés ; ce qui deviendroit plus long, mais non pas plus difficile.

Lorſqu'une fois l'on eſt en état de lever le plan d'une fortification quelconque, l'on doit aiſément rapporter le plan d'une fortification ſur le terrein. Pour cela, évaluez ſur le plan les angles & les côtés ; enſuite partant d'un point reconnu ſur le terrein, l'on opérera en rapportant les angles & les côtés, comme nous l'avons expliqué dans pluſieurs Problêmes. Par exemple, lorſque l'on ſe propoſe de fortifier une Place, l'on doit lever le plan de la Ville & de ſes environs à quatre à cinq cents toiſes. L'on ne doit rien négliger dans ce plan ; juſqu'à la moindre haie, juſqu'au plus petit ruiſſeau, tout doit y être détaillé. L'on ſe ſervira d'une grande échelle, pour lever le plan de la Ville & des environs.

Ayez ſoin de prendre la poſition de quelque point remarquable dans la Ville ou dans les environs ; diſtinguez ces points ſur le plan ; tracez le ſyſtême & l'ouvrage prêt à rapporter ; reconnoiſſez ſur le terrein les points dont vous avez pris la poſition : nous les nommerons *points de repair.*

Une fois la position d'un angle saillant ou rentrant déterminée, le reste de l'opération est fort simple. Pour rapporter un de ces points, choisissez sur le plan deux de repair qui ne soient pas considérablement éloignés d'un des angles saillants ou rentrants de la fortification ; évaluez l'angle formé par la ligne qui se termine à l'angle de la figure : transportez le graphometre à ce point ; dirigez une des branches vers l'autre repair, & avancez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle marque sur l'instrument un angle égal à l'angle observé : faites planter plusieurs piquets sur le prolongement de l'alidade ; ce prolongement passera nécessairement par l'angle correspondant que vous voulez fixer ; mesurez depuis le repair, sur la ligne que vous venez de déterminer, un nombre de toises égal au nombre de parties de l'échelle qui se trouve depuis le repair sur le plan à l'angle de la fortification.

Le sommet de cet angle étant fixé, transportez-y le graphometre ; observez l'angle formé par la face de l'ouvrage & l'alignement au repair ; dirigez une des branches de l'instrument vers le repair, & l'autre jusqu'à ce qu'elle fixe sur

le limbe un angle égal à l'angle obſervé : meſurez ſur le prolongement de l'alidade un nombre de toiſes égal au nombre de parties de l'échelle que contient la même ligne ſur le terrein.

La poſition d'un flanc ou d'une face étant déterminée, ſuivez l'opération, en rapportant les angles & les côtés. En même temps qu'un des côtés de la fortification eſt fixé, plantez des piquets, pour pouvoir reconnoître toutes les lignes : voyez d'ailleurs le détail de cette opération, au Chapitre de la Planchette.

Nous terminerons ce que nous avons à dire ſur le graphometre, par une nouvelle méthode pour évaluer les ſurfaces avec cet inſtrument.

Principe.

Dans un triangle rectiligne quelconque, ſi l'on connoît deux côtés & l'angle compris, l'on aura toujours cette proportion : Le double du ſinus total eſt au produit des côtés connus comme le ſinus de l'angle compris eſt à la ſurface du triangle.

Démonstration.

Fig. 108. Supposons le triangle ABC, dans lequel l'on connoît les côtés AB & AC,

&

& l'angle BAC; appellons S le sinus de l'angle BAC; imaginons la perpendiculaire BD, & nommons T le sinus total. Cela posé, dans le triangle BDA, l'on a T : AB :: S : BD, donc $BD = \frac{S \times AB}{T}$; mais la surface du triangle ABC est égale à la base multipliée par la moitié de la hauteur, donc $ABC = \frac{AC \times BD}{2}$. Substituant, dans cette équation, $\frac{S \times AB}{T}$ à la place de BD, l'on aura $ABC = \frac{AC \times S \times AB}{\frac{T}{2}} = \frac{AC \times S \times AB}{2T}$. Mettant cette équation en proportion, l'on aura 2T : AC × AB :: S : ABC; c'est-à-dire, le double du sinus total est au produit des côtés connus comme le sinus de l'angle compris est à la surface du triangle (c. q. f. d.).

REMARQUE.

L'APPLICATION de ce principe est très-simple. Proposons-nous de déterminer la surface du polygone ABCD, &c.; placez le graphometre au point C; prenez la valeur de l'angle ACB; mesurez les côtés BC & AC; alors 2T : BC × CA :: FIG. 109.

ſinus BCA : ABC. Cherchez de même la ſurface des autres triangles ; ajoutez ces différents réſultats, & leur ſomme donnera la ſurface de l'eſpace propoſé.

Il eſt aiſé de voir que toute figure pouvant ſe diviſer en triangle, quelle que ſoit l'irrégularité de l'eſpace propoſé, l'on parviendra aiſément à déterminer ſa ſurface.

Tels ſont en général les uſages les plus eſſentiels du graphometre, lorſque l'on fait avec cet inſtrument les opérations de grand détail.



CHAPITRE IV.

Uſage de la Planchette, & celui d'un nouvel Inſtrument, de l'invention de mon pere, appellé ALTIMETRE, *parce qu'il ſert à déterminer les hauteurs.*

AVANT d'entrer dans le détail des opérations que l'on veut faire avec la Planchette, nous allons donner la conſtruction de cet Inſtrument dont le pied a été corrigé par mon pere. Comme cette conſtruction differe bien peu de celle d'une Planchette avec laquelle l'on prend

les hauteurs, nous renfermerons tous ses avantages dans le même instrument. Sa dépense pour le faire exécuter n'est pas considérable.

Ayez une planche rectangulaire ABCD de bois tendre, & dont les dimensions n'excedent pas celles des plus grands papiers ; pratiquez dans l'épaisseur de la planche & sur les bords une entaille ABCD : cette entaille recevra quatre verges de fer AB, BC, CD, DA. Fig. 110.

Les deux grandes verges AB & DC, doivent avoir quatre tenons, dont la longueur surpassera l'épaisseur de la planche.

Les deux autres verges AB & BC, n'auront que trois tenons chacun, de même dimension que les précédents.

La figure 111 représente en même temps le dessous de la Planchette & les crochets qui entrent dans les trous pratiqués sur les bords de cet instrument. *a* est un morceau de bois d'un pouce d'épaisseur, fixé au milieu de la planche ABCD, sur laquelle est arrêtée solidement une plaque de cuivre ; sur le milieu de cette plaque s'éleve un pivot de cuivre, portant une sphere solide du même métail ; les dimensions du pivot & de la sphere dépendent du plus ou moins de solidité

que l'on veut donner à l'inſtrument.

La figure 112 repréſente le profil de la lame de cuivre, du pivot & de la ſphere; AB eſt la lame de cuivre qui doit être fixée ſur le morceau de bois *a* de la figure 111 : voila toutes les parties qui appartiennent à la Planchette. Voici maintenant la conſtruction du pied de cet inſtrument.

La figure 113 repréſente une ſphere creuſe, portée ſur un pivot E qui eſt ſoudé ſur une lame de cuivre GH; cette ſphere creuſe eſt partagée en deux parties égales, qui ſe réuniſſent par le moyen d'une forte vis F; la ſphere creuſe D reçoit la ſphere ſolide C (fig. 112); & la vis F réuniſſant les deux demi-ſpheres D (fig. 113), le frottement qu'occaſionne cette preſſion contre la ſurface de la ſphere ſolide, ſert à fixer la planchette ſur le pied, & lui donner un mouvement en tout ſens.

D'après cela il eſt clair que la ſphere ſolide doit avoir un diametre un peu plus grand que celui de la ſphere creuſe. La ſphere creuſe & ſon pivot ſont fixés ſur le milieu d'une planche ABCD, de dix

Fig. 114. pouces de longueur ſur autant de largeur, & un pouce & demi d'épaiſſeur.

Cette planche doit être d'un bois dur & bien ſec ; aux quatre extrêmités A, B, C & D, & à un pouce & demi des bords, l'on pratiquera des mortaiſes d'un pouce de dimenſion ; ces mortaiſes perceront la planche de part en part, & recevront quatre écrous de même dimenſion & ſolidement fixés au bois ; ces quatre écrous porteront quatre vis HM de ſept à huit pouces de hauteur. L'on voit que montant & deſcendant les vis, leurs extrêmités M ſerviront de quatre points d'appui à la planchette. La planche ABCD eſt fixée abſolument ſur un cylindre de huit pouces de diametre, ſur huit à neuf pouces de hauteur : l'on pratique à ce cylindre trois mortaiſes, qui ſerviront à recevoir les trois pieds ſur leſquels eſt poſée la planchette. BCEFD (fig. 115.) eſt la vue en face du cylindre garni de ſes pieds ; l'on apperçoit auſſi dans la même figure un écrou F, qui ſert à fixer un des pieds au cylindre ; la longueur des piquets dépend de la hauteur de celui qui opere. Pour peu d'attention que l'on faſſe à la conſtruction que l'on vient d'indiquer, il ſera aiſé de faire exécuter ſoi-même un pareil inſtrument.

Voici maintenant le changement que j'ai fait dans la construction du pied, pour pouvoir mesurer les hauteurs (fig. 113). Sur le milieu de la lame GH, est soudée une piece de cuivre I d'un pouce de largeur sur quatre lignes d'épaisseur ; cette piece de cuivre entre dans une mortaise pratiquée vers le milieu de la planche ABCD (fig. 114.) ; cette mortaise se termine à un pouce & demi du bord *cd*; de sorte qu'il est facile de mouvoir la planchette suivant la longueur de l'entaille. La plaque GH (fig. 113.) s'appuie sur la planche, & est maintenue dans une rainure pratiquée aux extrêmités de deux lames de cuivre *ac* & *bd* (fig. 114). Ces lames sont fixées à la planche par des écrous, chacune en porte trois. Veut-on arrêter la planchette dans le milieu de ABCD, c'est-à-dire dans la position *aben* ? Il n'y a qu'à serrer les écrous *a*, *b*, *e* & *n*. Veut-on l'arrêter dans la position *ncde* ? On desserre les écrous, & l'on fait glisser la planchette jusqu'à ce que la plaque GH (fig. 113.), soit arrivée à la position *ncde* (fig. 114.); alors l'on serre les écrous, l'on tourne la planchette, & elle prend une situation verticale. J'imaginai cet expédient, pour réunir

à la planchette l'avantage de trouver, par le moyen du même inſtrument, la hauteur d'une montagne. L'on en verra l'uſage dans la ſuite de ce Chapitre.

Pour mieux faire comprendre le méchaniſme de cet inſtrument, nous l'avons repréſenté en perſpective. Nous devons avertir que nous avons placé la planche ABC ſous ce point de vue, afin de faire appercevoir tout le pied de la planchette. FIG. 116.

ABC eſt la planche dont le deſſus & le deſſous ſont repréſentés en plan dans les figures 110 & 111. A′ eſt le pivot à l'extrêmité duquel eſt placée la ſphere ſolide, dont nous avons parlé (fig. 112.); cette ſphere ſolide eſt reçue, comme on le voit, dans la ſphere creuſe, repréſentée par la figure 113. DM eſt la planche poſée ſur le cylindre qui reçoit les trois pieds K, H & I; cette planche & le cylindre ſont repréſentés par les figures 114 & 115. Enfin, les quatre vis TS, B′R, QP & NO, ſont repréſentées par la vis MH (fig. 114.)

Au moyen de la conſtruction que nous avons donnée ci-deſſus, l'on peut diſpoſer la planchette verticalement; mais dans cette poſition il eſt impoſſible de ſe ſervir d'une alidade pour viſer au ſommet des

montagnes. Pour obvier à cet inconvénient, ayez une regle DF (fig. 117.) de deux pieds & demi de longueur ; cette regle portera dans son milieu une vis écrouée dans l'épaisseur de DF : ayez une autre regle BH d'une longueur égale à la largeur de la planchette ; cette regle sera percée dans son milieu d'une ouverture de sept à huit lignes : enveloppez toute la regle BH d'un prisme creux de cuivre, qui pourra se mouvoir suivant toute la longueur de la regle ; ce prisme creux sera percé d'un trou dans son milieu, capable de recevoir la vis fixée sur le milieu de la regle DF ; cette vis sera arrêtée au prisme par le moyen d'un écrou E.

A l'extrêmité GH de la regle BH, l'on fixera une plaque de cuivre recourbée à angle droit, de même qu'à l'extrêmité B ; sur le milieu de la face BC de cette espece de crochet, l'on placera une vis A. Cela posé, pour fixer cet instrument à la planchette, faites entrer les bords AB & CE de la planchette (fig. 118.) dans les crochets BC & GI (fig. 117.) ; ce qui sera facile, puisque la longueur de BG surpasse la largeur de la planchette des lames de cuivre que l'on a ajoutées ; alors

(fig. 118.) ferrez la vis H ; comme elle appuiera fur l'épaiffeur du bord de la planchette, la regle HD, & par conféquent BF qui fe trouve dans le deffous de HD, feront fixées à la planchette. Maintenant fi l'on place une aiguille G, il eft clair que la regle BF pourra gliffer le long de HD, par le moyen de l'ouverture que l'on a pratiquée dans cette regle; ainfi la planchette étant verticale, la regle BF pourra s'arrêter dans toutes les fituations.

Après avoir donné la conftruction de la Planchette, il nous refte à indiquer les autres inftruments dont on a befoin pour lever. L'on doit avoir une chaîne de dix toifes de longueur, divifée en pieds par de petits anneaux de cuivre; les toifes feront diftinguées par des anneaux plus confidérables. Dans le milieu de la chaîne, c'eft-à-dire à l'extrêmité des cinq toifes, l'on placera un morceau de fil de fer long de quatre à cinq pouces; il fervira à mefurer plus commodément, en marquant le milieu de la chaîne; l'on aura auffi un étui rempli d'aiguilles fines, aux têtes defquelles l'on aura formé de petits globules de cire d'Efpagne. Rien n'eft plus fimple que la maniere de former

ces globules & de les fixer aux têtes des aiguilles. Prenez un bâton de cire d'Efpagne d'une main, & une aiguille de l'autre; prefentez la cire à la flamme d'une chandelle; & lorfqu'elle commencera de fondre, approchez la tête de l'aiguille, & enlevez une petite partie de la cire fondue; préfentez de nouveau l'aiguille à la flamme; & lorfque vous appercevrez qu'elle eft fur le point de couler, éloignez-la de la flamme, & tournez fubitement l'aiguille entre les deux doigts: ce mouvement fera prendre une forme fphérique à la parcelle de cire qui fe trouve à la tête de l'aiguille. Ces têtes de cire donnent la facilité de piquer avec plus d'aifance les aiguilles fur la planchette.

L'inftrument le plus effentiel & dont on ne peut fe paffer, eft l'*alidade*; c'eft une regle de cuivre de deux pieds de longueur, de quinze à dix-huit lignes de largeur & de trois quarts de ligne d'épaiffeur; aux extrêmités de cette regle, s'élevent perpendiculairement deux autres regles de cuivre de même largeur, & de huit à onze pouces de hauteur. Si l'on eft obligé d'opérer fouvent dans un pays rempli de montagnes, les deux regles perpendiculaires doivent avoir

juſqu'à un pied de hauteur : elles ſe nomment ordinairement *pinules.*

L'une de ces pinules eſt percée, dans le milieu, d'une fente très-étroite, & qui ſe termine à une ligne d'épaiſſeur du métal que l'on conſerve aux extrêmités de la pinule; l'on abat à chanfrein les vives arêtes, & alors l'épaiſſeur du métal ne gêne point le rayon viſuel.

L'on pratique dans toute la longueur de l'autre pinule une ouverture de quatre, cinq & même ſix lignes de largeur ; cette ouverture ſe termine à une ou deux lignes d'épaiſſeur de métal, que l'on laiſſe aux deux extrêmités de la pinule pour lui donner de la ſolidité ; le milieu de cette ouverture eſt occupé par un fil de ſoie très-délié ou une corde de boyau bien fine; deux petits trous, pratiqués au milieu des extrêmités de l'ouverture, & dans l'épaiſſeur du métal, ſervent à fixer la petite corde de boyau ; les deux pinules ſont jointes par une corde de boyau qui ſe fixe à deux petits trous pratiqués aux extrêmités ſupérieures des pinules.

Les pinules ſont fixées à la regle de cuivre qui ſert de baſe à l'inſtrument, par le moyen de deux charnieres qui

permettent de les étendre ſur la regle.

Pour les fixer dans une ſituation verticale, l'on ajoute à angle droit aux extrêmités inférieures de chaque pinule deux lames de cuivre qui ſervent de talon. Ces lames ſont refendues chacune dans leur milieu, & ſervent à recevoir une vis placée ſur la baſe de l'alidade ; en tournant la tête de cette vis, comme elle excede la largeur de la fente, elle arrêtera la pinule perpendiculairement ſur la regle qui ſert de baſe à cet inſtrument.

Nous avons donné deux pieds de longueur à la regle de cuivre : cette dimenſion eſt arbitraire ; mais cependant l'on doit être aſſuré que plus l'alidade aura de longueur, plus les alignements ſeront pris avec juſteſſe : nous en avons donné les raiſons, en parlant de l'équerre d'Arpenteur.

Voici la méthode que l'on peut employer, pour vérifier ſi une alidade eſt bien exécutée.

Pour qu'une alidade ſoit juſte, il faut que la fente, le fil de ſoie, & la ligne de foi qui diviſe en deux également la regle de cuivre qui ſert de baſe, ſoient dans le même plan vertical. Pour reconnoître cette propriété, attachez un

cordeau à la branche d'un arbre; fixez à l'extrêmité de ce cordeau un poids assez considérable pour que l'air ne puisse le faire vaciller : le cordeau prendra alors une situation verticale.

Transportez la planchette à quarante à cinquante toises de cette position; disposez-la horizontalement. Nous en donnerons la méthode par la suite. Posez l'alidade sur la planchette, & visez au cordeau. Si le fil de soie de l'alidade suit exactement la longueur du cordeau, c'est une preuve que la soie, la ligne de foi & la fente sont dans le même plan vertical; & l'alidade sera mal exécutée, si en visant au cordeau, la soie ne suit pas exactement sa longueur.

L'on doit encore joindre aux instruments que nous venons de donner, 1.° une boule d'ivoire, pour disposer la planchette horizontalement; 2.° un à plomb qui sera composé d'un cordonnet de soie de la hauteur de la planchette, à l'extrêmité duquel sera suspendu un poids de quatre à cinq onces.

Voici la maniere de se servir de la boule d'ivoire, pour disposer la planchette horizontalement. Placez l'instru-

ment dans un point quelcònque; levez ou abaiſſez les vis juſqu'à ce qu'à vue d'œil la planchette paroiſſe horizontale; poſez la boule ſur la planchette : ſi elle reſte en repos, l'inſtrument eſt horizontal; ſi le contraire arrive, la boule roulera ſuivant la direction la plus baſſe. Alors levez la vis oppoſée à la poſition de la boule; comme vous êtes le maître de lever & d'abaiſſer les vis, vous arriverez bientôt dans une poſition où la boule reſtera horizontale.

Pour diſpoſer le papier ſur la planchette, ôtez les verges de fer qui compoſent le cadre; étendez ſur la planchette la feuille de papier dont vous voulez vous ſervir; ayez de l'eau, & une éponge propre; mouillez légérement toute la ſurface du papier; commencez d'abord par poſer une des petites verges dont les tenons doivent percer les bords du papier, à ſix lignes au moins de diſtance de ces bords.

Allez au côté de la planchette oppoſé à celui auquel vous venez de fixer le papier; percez le bord avec les tenons de l'autre petite verge, & étendez à meſure le papier en le tirant; diſpoſez les autres verges de la même maniere; ayez ſoin

ſeulement de tendre le papier, en le tirant avant de placer les verges; arrêtez les crochets à meſure que vous les poſerez; enfin humectez ſeulement le milieu des deux demi-feuilles : le papier avant d'être ſec n'eſt pas uni; mais à meſure qu'il ſeche, il devient auſſi uni qu'une glace, & ſemble être collé ſur la planchette.

Le ſecond inſtrument dont nous donnerons l'uſage dans ce Chapitre, eſt l'*Altimetre de mon pere* : en voici la conſtruction.

Il eſt compoſé d'une regle de cuivre CBAD de deux lignes d'épaiſſeur, de vingt-ſix pouces de longueur, & de vingt lignes de largeur; cette regle eſt ouverte dans ſon milieu ſuivant ſa longueur, & juſqu'à la diſtance d'un pouce de chacune de ces extrêmités. VX eſt cette ouverture; elle a quatre lignes de largeur.

Aux extrêmités de la regle ABCD, s'élevent deux pinules GHFE & KLMI, chacune de quinze pouces de hauteur; elles ſont ouvertes dans leur milieu ſuivant toute leur longueur, & juſqu'à ſix lignes de leurs extrêmités : P*q* & NO expriment ces ouvertures, elles ont ſix lignes de largeur.

Les deux ouvertures P*q* & NO, pratiquées dans les pinules, sont faites pour recevoir deux curseurs *habd* & X'HT*i* ; ces deux pieces sont composées chacune de deux lames de cuivre égales, appliquées sur les deux surfaces de chaque pinule, & arrêtées l'une à l'autre par quatre vis ; ces vis ne doivent point empêcher le mouvement des curseurs, qui pourront se mouvoir suivant toute la longueur des ouvertures P*q* & NO.

De ces deux curseurs, l'un est *objectif*, & l'autre *oculaire* ; l'objectif X'HT*i*, est percé d'un cercle de cinq lignes de diametre, & traversé par deux lames X'T & H*i* extrêmement minces, & perpendiculaires l'une sur l'autre ; l'oculaire *habd*, est percé dans son milieu d'un petit trou *a* : sur le milieu de chaque curseur, sont deux petites pointes *h*, *b*, & X', T, qui doivent être dans le plan qui divise les curseurs en deux également ; ces petites avances, que l'on appelle *index*, serviront à indiquer sur les pinules l'endroit où se trouvent les curseurs.

Des deux pinules GHFE & KLMI, l'oculaire GHFE est solidement fixée à la regle dans la position FE. FE est une charniere, au moyen de laquelle l'on peut

peut coucher la pinule GHFE fur la regle ABCD ; & pour qu'en relevant cette pinule elle puiffe fe tenir dans une pofition verticale , l'on foude à fon pied, & à angle droit, une lame de cuivre *tm*EF ; cette lame s'arrêtant fur la regle ABCD, lorfqu'on leve la pinule , la fixe dans une fituation verticale. Ce talon qui eft ouvert dans fon milieu, & eft retenu par un T, arrêté fur la regle ABCD, & qui tournant librement fur lui-même peut fixer le talon, puifque la tête du T eft plus large que l'ouverture pratiquée dans le talon.

La regle objective KLMI eft compofée d'une charniere IM, & d'un talon *r* femblable à celui de l'oculaire, à l'exception que cette pinule, au lieu d'être fixée à la regle ACBD peut fe mouvoir le long de l'ouverture VX. Pour obtenir ce mouvement, cette pinule eft arrêtée fur une lame de cuivre qui gliffe *à tiroir* le long de VX; de forte que la pinule *objective* peut s'éloigner & s'approcher de la pinule *oculaire* fixe GHFE.

La regle ABCD eft divifée en un certain nombre de parties égales ; & les divifions doivent commencer de E, & finir à I. Les pinules font pareillement divifées

en parties égales; & celles-ci font égales aux parties de la regle ABCD. Il eſt inutile de diviſer les faces oppoſées des pinules; l'on aura ſoin ſeulement de marquer les diviſions ſur les faces qui regardent l'obſervateur, lorſqu'il fixe l'oculaire *habd*. Dans la figure 119, les faces qui doivent être diviſées ſont celles qui regardent l'extrêmité CB.

Venons maintenant aux opérations que l'on peut faire avec la Planchette. Il eſt néceſſaire, pour comprendre avec facilité l'uſage de cet inſtrument, de bien retenir ſa conſtruction.

USAGE
DE LA PLANCHETTE.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propoſe de lever la poſition de deux ou pluſieurs points C & D.

SOLUTION.

FIG. 120. CHOISISSEZ dans la campagne un point A, duquel vous puiſſiez appercevoir les deux points C & D; meſurez une ligne AB d'un nombre de toiſes exact, &

plantez un piquet à l'extrêmité B de cette ligne.

Placez la planchette au point A; disposez-la horizontalement, par le moyen de la boule d'ivoire; appliquez l'extrêmité du cordeau qui soutient le plomb en dessous de la planchette; & lorsque vous aurez trouvé le point qui répond perpendiculairement au point A pris sur le terrein, placez en-dessus de la planchette une aiguille *a* qui réponde perpendiculairement au point A du terrein; c'est-à-dire que vous placerez l'aiguille vis-à-vis l'extrêmité du cordeau que vous tenez fixé en-dessous de la planchette; appliquez le bord de l'alidade contre cette aiguille, & faites la tourner, en visant à travers les pinules, jusqu'à ce que vous apperceviez le piquet B; faites en sorte que le fil de soie divise le piquet en deux également, ou le cache entierement. Alors placez-vous dans une position commode pour tirer du point *a* de la planchette une ligne *ab* le long du bord de l'alidade qui touche l'aiguille, sans que cet instrument se dérange de sa premiere position.

Comme l'extrêmité *a* de la ligne *ab* de la planchette répond perpendiculaire-

ment ſur l'extrêmité A de la ligne AB du terrein, il eſt clair que toute la ligne *ab* de la planchette ſera dans le même plan que la ligne AB du terrein. Cela poſé, ſans déranger l'inſtrument de la poſition A, faites face aux points C & D; & dirigeant l'alidade vers le point C, viſez à ce point, en faiſant toujours en ſorte que l'alignement pris, le bord de l'alidade touche l'aiguille; menez ſur la planchette la ligne *ac*. Alors l'angle *cab* formé ſur la planchette, ſera égal à l'angle correſpondant CAB du terrein.

Le premier rayon étant pris, vérifiez la baſe; c'eſt-à-dire, obſervez ſi la ligne *ab* de la planchette eſt toujours dans le même plan que la ligne AB du terrein. Pour cela, diſpoſez l'alidade contre les deux aiguilles *a* & *b*; viſez à travers les pinules, & obſervez ſi le fil de ſoie diviſe toujours le piquet B en deux également, ou s'il le couvre entiérement. Si la planchette s'eſt un peu dérangée, il faudra la tourner à droite ou à gauche, en viſant toujours à travers les pinules pour diriger l'alignement. Placez le chiffre *1* ſur l'alignement *ac*; il indiquera que c'eſt le premier objet auquel vous avez viſé; tournez l'alidade autour de l'aiguille A,

& visez au point D; menez sur la planchette le rayon indéfini *ad*; écrivez le chiffre 2 sur cet alignement; il indiquera que c'est le second objet auquel vous avez visé.

Nous ne supposons, dans ce Problême, que deux points dont on veuille avoir la position : si de la même base l'on pouvoit appercevoir quantité d'autres objets dont on voulût connoître la position, il faudroit continuer à mener, du point A, des rayons à ces différents points. Mais quel que soit le nombre d'objets, l'on ne doit jamais négliger de vérifier la base toutes les fois que l'on a pris un rayon : c'est la seule façon de se conduire, pour faire des opérations exactes.

Tous les rayons nécessaires étant pris de la position A, orientez la planchette; c'est-à-dire, écrivez *orient* sur le côté de la planchette le plus près de ce point; *couchant*, sur le bord opposé; *midi*, sur le bord à droite, & *nord*, sur le bord à gauche.

Voilà la maniere dont on oriente ordinairement la planchette pour les opérations de détail; mais il est une méthode plus juste, qui est de placer une boussole sur l'instrument, de tourner la boussole jusqu'à ce que l'aiguille s'arrête sur la

ligne du nord : alors l'on mene une ligne le long de la boîte, & cette ligne servira à remettre dans tout autre point la planchette dans une position semblable.

La planchette orientée, ôtez-la du point A ; placez un grand piquet à ce point, & transportez-vous à l'extrêmité B de la base ; ôtez le grand piquet B, & substituez-y un petit piquet ; posez la planchette sur ce point, & tournez-la de façon que le côté sur lequel est marqué *orient*, regarde ce point ; tournez la planchette jusqu'à ce que les deux aiguilles placées perpendiculairement aux extrêmités *a* & *b* de la base (*a*), soient dirigées vers l'extrêmité A ; placez l'extrêmité du cordeau qui soutient le plomb sous l'aiguille *b* en dessous de la planchette, & remarquez si l'à plomb s'arrête sur le petit piquet ; c'est-à-dire, si l'extrêmité *b* de la base sur la planchette se trouve perpendiculairement sur le petit piquet B du terrein ; si le contraire arrive, écartez ou resserrez les pieds de la planchette, jusqu'à ce que les points B & *b* soient dans la même verticale. Peu importe la position

(*a*) Il est inutile d'observer que l'on doit prendre avec l'échelle une partie *ab* proportionnelle à AB, mesurée sur le terrein.

que prendra l'inftrument, puifqu'en élevant ou abaiffant les quatre vis, l'on pourra toujours la mettre dans une fituation horizontale.

Cette opération de difpofer la planchette au point B, ne s'exécute que par une efpece de tâtonnement difficile pour un Commençant ; mais un peu d'ufage rend facile la maniere de difpofer la planchette. Pour le faire avec plus d'aifance, il y a une maniere de prendre cet inftrument ; la voici. Pofez le pied-droit entre les pieds de l'inftrument ; embraffez les trois pieds ; un de fes pieds fe trouvera par cette fituation appuyé fur la jambe, & la planchette fur l'épaule ; élevez l'inftrument, & obfervez au coup d'œil le point *b* de la planchette, & le point B du terrein ; pofez la planchette dans l'endroit où vous jugez que les points B & *b* font à peu près dans la même verticale ; pourvu que l'erreur ne foit pas confidérable, il fera aifé de la rectifier, en rapprochant les pieds ou en les écartant, fuivant qu'il fera néceffaire. Obfervez feulement, toutes les fois que vous dérangerez les pieds de la planchette, de remettre les aiguilles *a* & *b* dans l'alignement du piquet A.

Le point *b* étant verticalement ſur le petit piquet B, élevez ou abaiſſez les vis juſqu'à ce que la boule d'ivoire placée ſur la planchette, indique qu'elle eſt dans une ſituation horizontale. Cela poſé, placez l'alidade contre les deux aiguilles *a* & *b*, & tournez la planchette juſqu'à ce qu'en viſant à travers les pinules, la ſoie couvre ou diviſe en deux également le piquet A. Comme l'inſtrument peut faire de petits retours, il faudra attendre un inſtant, & vérifier l'opération.

La baſe *ba* exactement placée ſur la baſe AB, dirigez l'alidade au premier objet *c*, en la faiſant pivoter contre l'aiguille *b*, & viſant continuellement à travers les pinules ; alors menez ſur la planchette le rayon *bc*, il rencontrera le premier rayon AC au point *c*, qui fixera la poſition de ce point ſur la planchette; les chiffres 1, 2, &c. indiquent l'ordre que vous avez ſuivi à l'extrêmité A de la baſe, & celui que vous devez obſerver à l'extrêmité B ; la poſition *c* étant déterminée, placez l'alidade contre les deux aiguilles *a* & *b*, & vérifiez la baſe; enſuite, du point *b*, menez le ſecond rayon *bd* ; il rencontrera *ad*, & la poſition du point *d* ſera fixée ſur la planchette,

DÉMONSTRATION.

LES angles *cab* & *dab*, comme nous l'avons obſervé dans la premiere poſition, ſont égaux à leurs correſpondants CAB & DAB : par la même raiſon, les angles *cba* & *dba* ſont égaux aux angles CBA & DBA; donc les triangles ACB & *acb*, ABD & *adb*, ſont ſemblables : mais *ab* contient autant de parties de l'échelle que AB contient de toiſes ſur le terrein; donc les autres lignes fixées ſur la planchette, telles que *ac*, *ad*, *bc* & *bd*, ſeront dans le même cas. Ainſi veut-on ſavoir de combien de toiſes, par exemple, eſt la diſtance AC? Prenez avec le compas l'intervalle *ac*; portez cet intervalle ſur l'échelle; & le nombre de parties qu'il contiendra, ſera le nombre de toiſes contenues dans AC.

PRINCIPE.

Lorſqu'il s'agit de lever les plans dans le détail avec la planchette, & en général avec tous les inſtruments qui fixent les angles, l'on doit diſpoſer l'inſtrument dans une poſition horizontale.

DÉMONSTRATION.

MESURONS une ligne BC d'un nombre exact de toiſes, & plaçons la planchette Planc. 11. Fig. 133.

au point B, dans une ſituation horizontale, en ſuivant les mêmes procédés que nous avons indiqués dans le Problême précédent ; des extrêmités de cette baſe, viſons à l'objet D ; la poſition du point D ſera fixée ſur la planchette. Maintenant diſpoſons la planchette, ſuivant une inclinaiſon quelconque ACB ; & des extrêmités de la même baſe, avec une inclinaiſon ſemblable, viſons au même point D : la poſition de ce point ſera dans ce cas le point A ; & il s'agit de prouver que AB dans cette derniere ſuppoſition, eſt plus grand que BD. Pour cela, l'on obſervera que la planchette étant horizontale, le rayon viſuel BD fixé ſur le papier, eſt lui-même horizontal. Dans le ſecond cas, le même rayon viſuel BA étant tracé ſur la planchette, ſuivant ſon inclinaiſon, eſt oblique à l'horizon. Ainſi l'on peut s'imaginer que ce dernier rayon BA eſt l'hypothénuſe d'un triangle rectangle dont BD eſt un des côtés. BA ſera donc plus grand que BD : par la même raiſon, CA ſera plus grand que CD ; donc le point A déterminé de cette maniere ſera plus éloigné de BC que le point D, & l'angle CAB plus petit que l'angle CDB : ce qui eſt facile

à prouver (fig. 134). Imaginons les deux angles ABE & ACE différemment éloignés de AE; alors le plus éloigné ABE sera plus petit que ACE: car par les sommets B & C, menons la ligne BCD, l'angle ACD étant extérieur au triangle ABC, vaut les deux intérieurs opposés; donc ACD est plus grand que ABC: par la même raison, DCE est plus grand que CBE; & ajoutant ces inégalités, l'on aura ACE plus grand que ABE.

Il est donc démontré qu'à mesure que l'on change l'inclinaison de la planchette, l'on a des résultats différents, soit dans les angles, soit dans les côtés; d'où il suit qu'en levant avec cet instrument, il faudroit lui donner par-tout la même inclinaison, pour obtenir des figures semblables: mais il est impossible de fixer cet instrument sous une même inclinaison autre que l'horizontale; donc il faut toujours disposer la planchette horizontalement.

Remarque I.

Si l'on se trouvoit placé dans la montagne, & qu'il fallût prendre la position de plusieurs points C & D, l'on fixeroit en travers de la pente une base AB que Fig. 120.

l'on auroit soin de mesurer horizontalement. Suivant ce que nous avons dit dans le Chapitre premier, l'on placeroit la planchette à l'une des extrêmités, dans une situation horizontale, & l'on viseroit aux deux points C & D. Il est clair que les rayons *ac* & *ad* tracés sur la planchette, feront dans une position horizontale; ainsi les points *c* & *d* ne seroient pas réellement fixés par rapport à l'inclinaison du terrein, mais par rapport à la projection horizontale. Cette observation nous conduit à une autre non moins essentielle. Plusieurs Arpenteurs, après avoir disposé leur planchette horizontalement, mesurent suivant la pente, & rapportent ces mesures sur les projections horizontales. Il est aisé de s'appercevoir qu'ils rapportent l'hypothénuse d'un triangle rectangle sur le côté; ainsi pour peu que l'opération soit étendue, l'on ne doit pas être surpris de voir disparoître des espaces. J'ai été témoin de cette erreur. Un Arpenteur levoit tout un petit vallon; après avoir fixé l'intervalle des deux croupes qui le formoient, il se porte au sommet d'une d'elles, & leve le plan en descendant, pour remonter sur l'autre croupe : tout le bas du vallon

qui étoit un pré de cinquante à ſoixante toiſes de largeur, ne put ſe déterminer ſur le plan.

Il eſt impoſſible de lever, ſuivant les pentes, avec la planchette; parce qu'il faudroit diſpoſer l'inſtrument ſuivant une inclinaiſon parallele à la pente que l'on veut lever pour obtenir des figures ſemblables; c'eſt donc une erreur des plus conſidérables que de meſurer les pentes & de rapporter ces meſures aux lignes menées horizontalement ſur la planchette.

Remarque II.

Comme il eſt plus aiſé de prendre le rayon viſuel, en opérant de droite à gauche, poſez le bord gauche de l'alidade contre l'aiguille d'où doivent partir tous les rayons. Par cette poſition, il ſera difficile qu'elle abandonne l'aiguille, puiſque ce mouvement ne peut s'exécuter qu'en la preſſant continuellement.

Lorſque l'objet ſe trouve à droite du fil, tirez l'alidade à vous, en viſant toujours à travers les pinules; & outre ce mouvement, donnez-lui toujours le mouvement circulaire juſqu'à ce que le fil couvre ou diviſe en deux également l'objet. Si au contraire l'objet ſe trouve

à gauche du fil, pouſſez l'alidade, en la preſſant toujours contre l'aiguille, & lui donnant en même temps le mouvement circulaire autour de la même aiguille. Il eſt inutile d'obſerver qu'il ne faut pas appuyer la main ſur la planchette.

D'après ce Problême, il ſera facile de réſoudre cette queſtion.

FIG. 121. Le point A étant fixé à l'autre bord d'une riviere, déterminer la largeur de la riviere. Il eſt clair qu'en imaginant, du point A, la perpendiculaire AF abaiſſée ſur la rive BC, cette perpendiculaire eſt la largeur que l'on demande.

Prenez deux points B & C ſur la rive ; faites planter deux piquets à ces points ; éloignez-vous de trente à quarante toiſes du point B : par exemple, au point D, placez la planchette horizontalement, & fixez ſur la ſurface de l'inſtrument une aiguille *d*, de façon que vous ayiez en avant de ce point aſſez d'eſpace pour que l'interſection des rayons *da* & *ae* ne ſe trouve pas en dehors de la planchette ; poſez en deſſous de ce point l'extrêmité du cordeau qui ſoutient le poids de l'à plomb ; laiſſez mettre le corps en repos, & marquez

ſur la ſurface de la terre le point D, que le poids en repos indique.

Poſez le bord de l'alidade contre l'aiguille D, & viſez à l'extrêmité E d'une baſe que vous avez fait meſurer ; marquez le point *e* ſur la planchette : viſez au premier piquet B, à l'objet A, & au ſecond piquet C ; vérifiez la baſe à chacune de ces opérations. N'oubliez jamais que c'eſt de cette précaution que dépend toute la juſteſſe des poſitions.

Les rayons *db*, *da* & *dc*, tracés ſur la planchette, ôtez l'inſtrument du point D ; tranſportez-vous en E, & diſpoſez à ce point la planchette, en ſuivant ce que nous avons obſervé dans le Problême précédent.

Les points *e* & E étant dans la même verticale, la planchette étant orientée, & la baſe *de* dans le même plan que DE, placez l'alidade contre l'aiguille *e* ; obſervez le même ordre que vous avez ſuivi à la premiere poſition : en menant les rayons *eb*, *ea* & *ec*, ils rencontreront les premiers aux points *b*, *a* & *c*, qui ſeront la poſition, ſçavoir ; *bc*, le bord de la riviere ; & *a*, la poſition de l'objet pris à l'autre bord : menez ſur la planchette la ligne *bc* ; & du point *a*,

abaissez la perpendiculaire *af* sur *bc*; portez *bf* ou *fc* sur l'échelle : reconnoissez le nombre de parties qu'une de ces lignes contient ; écrivez ce résultat ; & du point B sur le terrein, mesurez un égal nombre de toises de B en F ; l'extrêmité de la perpendiculaire AF sera fixée, & le nombre de parties de l'échelle que contient *af*, sera le nombre de toises que contient AF.

Nous ne nous sommes écartés de la rive que parce que nous avons supposé que le bord BC ne permettoit pas de placer la planchette, & d'opérer sans courir aucun danger ; cependant si le bord est pratiquable, l'on peut au point B établir la planchette, prendre BC pour base, fixer le point A, & l'opération s'achevera comme nous venons de l'indiquer.

L'on peut encore résoudre avec la même facilité la question suivante.

Fig. 122. La ligne AC entiérement inaccessible étant donnée, l'on propose, 1.° De lui mener par le point D une parallele DF ; 2.° De fixer l'alignement d'une perpendiculaire qui divise cette ligne en deux également ; 3.° Enfin, de fixer le nombre de toises qu'elle contient.

Mesurez

Mesurez une base DG ; placez la planchette au point D, & un piquet à l'extrêmité G ; fixez les lignes *da* & *dc* : ôtez la planchette du point D ; transportez-vous au point G ; & après l'avoir disposée suivant les principes que nous avons établis ci-dessus, menez les rayons *ga* & *gc*, ce qui fixera la position de la ligne AC : menez *ac* ; par le point *d* & suivant les principes de la Géométrie, menez *df* paralleles à *ac* ; cette parallele rencontrera *cg*, ou son prolongement en *f* : portez *gf* sur l'échelle, & écrivez le nombre de parties que cette ligne contient : faites mesurer un égal nombre de toises de G en F ; plantez un piquet à ce point, & la ligne DF sera parallele à l'inaccessible AC.

Sur le milieu *ac*, élevez la perpendiculaire *be* ; observez le nombre de parties de l'échelle que contient *fe*, & mesurez un égal nombre de toises de F en E ; enfin du point E, & par les principes expliqués au Chapitre des Piquets, élevez la perpendiculaire EH, dont le prolongement se terminera au milieu de la ligne inaccessible.

Enfin proposons-nous encore de diviser l'angle inaccessible ABC en deux Fig. 123.

également ; ce qui revient au même, fixons la capitale d'un ouvrage.

Il peut arriver que connoiſſant le ſyſtême ſuivant lequel la place eſt fortifiée, l'on connoiſſe auſſi la valeur de l'angle ABC: alors il ſuffiroit de fixer la poſition du côté BC; de faire avec *bc* un angle égal à l'angle propoſé, opération facile avec le rapporteur : enſuite l'on achevera, comme nous allons l'expliquer.

Dans le ſecond cas, il peut arriver que la place étant irréguliere, l'on ne connoiſſe pas la valeur des angles ; d'ailleurs il ſera toujours plus prudent de ne ſe fier à aucun plan que l'on pourroit ſe procurer, & de faire l'opération comme ſi tout étoit abſolument inconnu.

Fixez le prolongement M de la face ; établiſſez la planchette à ce point; diſpoſez-la horizontalement; meſurez une baſe MN ; du point M, viſez au ſommet B de l'angle, & menez le rayon *mba.* Comme la planchette eſt ſituée ſur le prolongement du côté AB, il eſt clair que la ligne indéfinie *mba* ſur la planchette fera partie du côté de l'angle. Le rayon *mba* étant tracé, viſez au point C, & menez l'alignement *mc.*

Otez la planchette du point M, & disposez-la au point N suivant les principes que nous avons donnés; du point N, visez successivement aux points B & C; ce qui fixera sur la planchette les points correspondants *b* & *c* : menez la ligne *bc* ; cette ligne rencontrera le prolongement *mba* au point *b*, & l'angle *cba* sera fixé : divisez cet angle en deux également par la droite *bl*, & prolongez *mn* jusqu'à la rencontre de *bl* : observez le nombre de parties de l'échelle que contient la ligne *ml* ; écrivez à part ce résultat, & fixez une aiguille au point *l*.

La planchette toujours disposée au point N, appliquez l'alidade contre les trois aiguilles *n*, *m* & *l*, & prolongez sur le terrein l'alignement NM ; mesurez, de M en L, un nombre de toises égal aux parties de l'échelle que contient *ml*; & l'extrêmité L de cette mesure, sera un des points de la capitale ou de la ligne qui divise l'angle inaccessible en deux également.

Nous avons observé, dans cet Ouvrage, que la face d'un bastion, ou le prolongement du côté d'un angle inaccessible, étoit fort difficile à fixer sur le terrein ; & cependant ce n'est que sur

cette hypothese que nous établissons la regle précédente. Comme les opérations que nous avons faites jusqu'à présent avec la planchette, n'ont été exécutées qu'avec une seule base, nous avons cru que c'étoit la maniere la plus expéditive & la plus sûre; par la suite nous résoudrons la même question, dans laquelle il ne sera pas nécessaire d'avoir recours au prolongement des côtés de l'angle inaccessible. Nous renfermerons dans le Problême suivant, la maniere de continuer les opérations sur la planchette, lorsque l'on est obligé de changer de base.

PROBLÊME DEUXIEME.

L'on propose de lever avec la Planchette la position de plusieurs points H, F, G, R, *&c.; opération dans laquelle il faut changer de base.*

SOLUTION.

FIG. 124. CHOISISSEZ le terrein le plus uni & le plus horizontal, pour faire mesurer une base de trois, quatre, & même de cinq cents toises, si les positions sont considérablement éloignées.

Mesurez cette base avec l'exactitude

la plus ſcrupuleuſe ; c'eſt delà d'où dépend la juſteſſe de toutes les opérations que vous ferez par la ſuite.

Suppoſons que les poſitions H, F, G, R, &c. ſoient au nord de la baſe AB ; écrivez ſur le bord *3*, *4* de la planchette, le mot *nord*; conſidérez enſuite au coup d'œil à quelle diſtance & ſuivant quelle poſition la baſe AB ſe trouve ſituée par rapport aux points F, H, G, & I, K, L, qui ſont de part & d'autre de cette baſe ; cette approximation ne peut ſe faire qu'en obſervant avec ſoin l'étendue de la planchette eu égard à l'échelle, & les diſtances qui ſe trouvent de la premiere baſe à chacun des points dont on veut avoir la poſition.

Comme dans cet exemple la baſe meſurée AB ſe trouve à peu près dans le milieu des poſitions, diviſez le bord *3*, *6* en deux également ; & du point *a*, pris à quelque diſtance de *3*, *6*, menez avec la pointe du compas la ligne indéfinie *ab* à peu près parallele au bord *5*, *6* ; portez ſur cette ligne autant de parties de l'échelle que la baſe *ab* contient de toiſes ſur le terrein : diſpoſez la planchette horizontalement, & faites convenir le point *a* perpendiculairement ſur

le point A du terrein : aux deux extrémités *a* & *b* de la base, fixez deux aiguilles ; dispofez l'alidade contre elles, & tournez la planchette jusqu'à ce qu'en visant à travers les pinules vous apperceviez le point B ; placez une troisieme aiguille sur le prolongement de la base *ab* au point *y*, parce que l'échelle étant petite, l'intervalle *ab* ne seroit pas assez grand pour assujettir l'alidade.

La base *ab* étant dirigée vers l'autre extrêmité B, faites face aux objets F, H, G & R ; dispofez l'alidade contre l'aiguille *a*, & visez aux différentes positions F, H, G ; tracez successivement sur la planchette les rayons *af*, *ah* & *ag*, & écrivez sur chacun de ces rayons les chiffres 1, 2, 3, &c., suivant l'ordre qu'ils ont été tirés. Vérifiez la base à chacune de ces opérations ; c'est-à-dire qu'avant de viser à un nouvel objet, il faut remarquer si la base n'a point changé de situation ; ce que vous appercevrez, si le piquet B se trouve sur la droite ou sur la gauche de la soie de l'alidade.

Faites face aux points I, K, L ; tracez sur la planchette les rayons *ai*, *ak* & *al* : vérifiez la base ; si elle se trouve dérangée, dispofez l'alidade suivant les

rayons que vous venez de tracer, pour reconnoître celui qui est défectueux.

Du point A, l'on ne visera pas aux points R & M, parce que la position de ces points indique à l'observateur que l'angle RAB étant fort aigu, & le point R très-éloigné de B, il en résulteroit une intersection que l'on ne pourroit pas distinguer. Nous éclaircirons cette observation essentielle par la suite: pour ne pas éloigner les idées, nous suivrons le Problême jusqu'à la fin de la résolution.

Les rayons étant menés aux points F, H, G, I, K & L, & n'ayant aucune autre position à déterminer de ce côté, ôtez la planchette du point A, substituez-y un grand piquet, & transportez-vous au point B; ôtez le piquet B, substituez-y un petit piquet, & placez la planchette sur ce point; disposez le point *b* perpendiculairement sur le point B; observez enfin tout ce qui a été prévu sur la maniere de placer la planchette dans les Problêmes précédents.

Visez, suivant l'ordre que vous avez suivi dans la premiere position, aux différents objets F, H, G, I, K & L; tracez les rayons à mesure que l'alidade

les fixe ; & les points d'interſection donneront la poſition des objets obſervés : diſtinguez ces différentes poſitions, en deſſinant ſur chacun des points qui les repréſentent, à peu près leur configuration.

Pour ne plus confondre les rayons *fa*, *ha*, *bh*, *bi*, *bl*, &c., formez pluſieurs petits traits ſur chacun d'eux.

Toutes les poſitions précédentes étant fixées, & les objets même à peu près déſſinés, il s'agit de continuer l'opération, afin de déterminer ſur la planchette les points R, M, S, N, &c. : envoyez un Servant planter un piquet ſur un point C, où vous puiſſiez diſpoſer l'inſtrument, & voir quelque poſition ; faites-lui obſerver de choiſir ce point de maniere qu'il puiſſe appercevoir une des deux poſitions G & L, ou toutes les deux, ſi cela eſt poſſible. Comme cette opération ne peut ſe faire qu'en établiſſant de grandes baſes, il ſera néceſſaire de faire placer un piquet dans le milieu de BC, & ſur cette ligne ; opération très-facile avec l'alidade.

Cela poſé, obſervez ſi la baſe *ab* n'a point changé de poſition ; viſez au piquet C, tracez l'alignement *bc*, & prenez

les rayons *br* & *bm* ; ôtez la planchette du point B, ſubſtituez-y un grand piquet : tranſportez-vous au point C ; placez la planchette horizontalement, & obſervez que quoique l'alignement *bc* ſoit tracé ſur la planchette, cependant le point C n'y eſt point fixé ; il s'agit donc de le déterminer.

Placez trois aiguilles ſur *bc*, & diſpoſez l'alidade contre elles ; tournez la planchette juſqu'à ce que la ſoie couvre le piquet B ; & alors diſpoſez l'extrêmité du cordeau ſous un des points quelconques de l'alignement *bc* ; obſervez ſi le cordeau, le petit piquet C, & le grand piquet B, ſont dans le même plan vertical. Si cela n'arrive pas, reſſerrez ou ouvrez les pieds de la planchette, & cherchez cette poſition, en regardant en même temps les trois aiguilles, le piquet C, & l'extrêmité B de la baſe. Lorſqu'au coup d'œil vous aurez jugé que l'alignement *bc* eſt dans le plan vertical qui paſſe par la ligne BC du terrein, appliquez de nouveau l'alidade contre les trois aiguilles : tournez la planchette juſqu'à ce que la ſoie couvre le piquet B ; appliquez l'extrêmité du cordeau au-deſſous de *bc*, & ſous un des points quelconques

de cette ligne. Observez de nouveau si le cordeau, le petit piquet C & le grand piquet B, sont dans le même plan: alors disposez la planchette horizontalement, & vérifiez encore si *bc* se trouve dans le plan vertical qui passe par BC du terrein.

La planchette ainsi disposée, fixez une aiguille au point *l*; placez l'alidade contre cette aiguille, & visez au point L correspondant du terrein : le rayon que vous menerez suivant le bord de l'alidade, rencontrera l'alignement *bc* de la base au point *c*, qui sera l'extrêmité C de la base. Placez une aiguille au point *c*; disposez l'extrêmité du cordeau sous le point *c*, & marquez sur le terrein le point que l'à plomb indiquera; ôtez le petit piquet du point C, & placez-le à l'endroit désigné par l'à plomb. Si le corps s'arrête précisément sur le petit piquet, vous le laisserez subsister; mais il ne faut jamais oublier de disposer l'à plomb sur le point trouvé, pour reconnoître & corriger la moindre erreur: portez *bc* sur l'échelle; il contiendra autant de parties que BC contient de toises sur le terrein.

Comme cette maniere de déterminer les bases accélere beaucoup les opéra-

tions, nous ne saurions trop conseiller aux Commençants de se la rendre familiere. Pour cela, fixez la position de deux ou de trois points, en mesurant une base; faites planter ensuite un piquet à une distance quelconque de la premiere base, & tournez autour des trois points, en fixant de nouvelles bases, suivant cette méthode.

Ce n'est que l'usage dans les opérations de Géométrie Pratique, qui donne de la facilité; & quoique nous ayons fait notre possible pour prévoir les situations les plus désavantageuses, & donner la solution de tous les Problêmes que nous avons regardé comme la base de la Géométrie sur le terrein, en nous servant des instruments dont nous parlons, cependant l'on doit être assuré que la lecture de cet Ouvrage ne remplira l'objet que nous nous proposons, qu'autant que le Lecteur répétera sur le terrein chaque Problême.

Venons à la démonstration de l'opération précédente.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE la base *bc* est disposée sur BC, & que l'angle CBL, formé à la premiere position, est égal à l'angle

correſpondant *cbl* ; il eſt clair que *bc* étant dans le plan vertical qui paſſe par BC, le point L ſera ſemblablement placé par rapport à BC, de même que le point *l* ſur la planchette l'eſt par rapport à *bc* ; donc en plaçant l'aiguille au point *l*, c'eſt comme ſi la planchette étant diſpoſée à ce point L, l'on viſoit au point C pour le déterminer ; donc l'angle BLC formé ſur le terrein, eſt égal à l'angle *blc* : les deux triangles *bcl* & BCL ayant deux angles égaux chacun à chacun, ſont ſemblables ; & comme par la premiere opération, BL contient autant de toiſes que *bl* contient de parties de l'échelle, il s'enſuit que *bc* ſera dans le même cas.

La baſe étant déterminée, placez l'alidade contre l'aiguille *c*, & viſez aux objets R & M ; l'interſection de ces nouveaux rayons avec les premiers, donneront les points *r* & *m*. Du point G, dont la poſition eſt déjà connue ſur la planchette, l'on pourroit vérifier l'opération précédente. Pour cela, placez une aiguille au point *g* ; fixez l'alidade contre les deux aiguilles *c* & *g* ; viſez à travers les pinules : la ſoie doit partager l'objet G en deux également, ſi la premiere opération a été bien exécutée. L'on doit donc faire

en ſorte que du piquet que le Servant plantera pour ſervir d'extrêmité à une nouvelle baſe, l'on puiſſe voir deux points dont les poſitions ſont déjà connues & fixées ſur la planchette.

Du point C, viſez aux différentes poſitions S, N & P, & envoyez un Servant planter un piquet D, duquel l'on puiſſe appercevoir au moins deux poſitions connues ſur la planchette. Le piquet D étant planté, ſuppoſons qu'une riviere Y empêche de meſurer la baſe; cependant cette poſition accéléreroit les opérations; il faudra donc déterminer cette baſe, par le moyen de l'opération précédente. Pour ne laiſſer aucun doute ſur cette maniere de fixer les baſes, qui eſt une des plus eſſentielles pour lever dans le détail, nous la répéterons ſur la baſe CD.

Tranſportez la planchette au point D; ôtez le grand piquet D, & ſubſtituez-y un petit; placez trois aiguilles ſur l'alignement *cd*, & diſpoſez l'alidade contre elles; oriëntez la planchette, & tournez-la juſqu'à ce qu'en viſant à travers les pinules de l'alidade fixées contre les trois aiguilles, la ſoie couvre le piquet C; alors obſervez avec l'à plomb ſi un

des points de *cd* se trouve perpendiculairement sur le petit piquet D. Si vous vous appercevez que le piquet D se trouve ou sur la droite ou sur la gauche de *cd*; alors il faut lever la planchette, & la disposer de maniere qu'à vue d'œil l'alignement *cd* soit sur CD. Cela posé, tournez la planchette jusqu'à ce qu'en visant à travers les pinules la soie couvre le piquet C; placez ensuite l'extrêmité du cordeau en-dessous de *cd*; & sous un point de cet alignement, attendez que le poids suspendu à l'extrêmité du cordeau soit en repos. Alors observez si le cordeau, le petit piquet D & le grand piquet C sont dans le même plan vertical : si le contraire arrive, il ne vous restera plus qu'à rapprocher ou écarter un des pieds de l'instrument, pour achever de perfectionner la correspondance des deux alignements *cd* & CD.

Placez une aiguille au point *r*, qui sera alors semblablement disposé par rapport à RD sur le terrein, & observez qu'en plaçant l'alidade contre l'aiguille *r*, & visant au point *r* de la position D où vous êtes, c'est la même chose que si la planchette étoit disposée au point R, & que de ce point vous visiez au piquet D;

alors l'angle CRD feroit égal à l'angle *crd*; donc auſſi ces deux mêmes angles ſe trouvent égaux. L'opération étant faite, du point D, le rayon *rd* rencontrera *cd* au point *d*. Placez une aiguille à ce point, & marquez ſur le terrein celui que le poids en repos indiquera. Otez alors le piquet D du point où il ſe trouve, & placez-le à celui qui eſt fixé par l'à plomb.

Il ſembleroit que le point *d* déterminé ſur la planchette, devroit convenir perpendiculairement ſur le point D du terrein; mais il faut obſerver que l'on auroit pu placer la planchette dans un point quelconque de l'alignement CD. L'on verra bientôt que ce n'eſt qu'un pur hazard ſi le point fixé *d*, & le point D du terrein, ſe répondent. Ainſi quand nous avons imaginé l'alignement RD, il ne faut pas prendre le point D pour celui qui eſt fixé ſur le terrein, mais pour le point qui ſe trouvera ſemblablement placé ſur la planchette.

Le point *d* fixé ſur la planchette, s'écarte peu du point D où le piquet étoit planté; parce que le piquet D ſe trouve ſous la planchette même, & que le point réel que l'on va fixer ne peut pas ſe

trouver en dehors de l'inſtrument, puiſque le cordeau de l'à plomb étant diſpoſé ſous la planchette, donnera un point correſpondant ſur le terrein qui ſe trouvera auſſi ſous la planchette.

Les points *d* & D étant fixés, & la baſe de *bd* vérifiée par une autre poſition M, viſez aux objets N, P & S; les nouveaux rayons rencontreront les premiers dans des points qui ſeront leurs poſitions.

Comme il reſte encore les poſitions T, V, X & Q à fixer, l'on ſe déterminera une nouvelle baſe DE, des extrêmités de laquelle l'on puiſſe appercevoir les poſitions qui manquent; fixez cette baſe ſuivant la méthode précédente, de même que la poſition des points T, V, X & Q. Cette derniere opération finie, l'on aura ſur un plan horizontal les poſitions propoſées.

Nous avons ſuppoſé, dans ce Problême, que toutes les poſitions ſe trouvent ſur le même papier, ce qui arrive rarement, ſur-tout ſi l'étendue que doit avoir la carte, eſt conſidérable. Cela nous mene à donner la méthode de changer de papier, pour continuer les opérations.

Quelque grande que ſoit l'étendue propoſée

propofée, il faut que tout le plan fe trouve fur une même carte, & que les pofitions foient femblablement placées les unes par rapport aux autres.

Lorfqu'on aura difpofé fur la planchette un nouveau papier, l'on rapportera les trois points qui finiffent la premiere carte. Ces trois points feront les deux extrêmités de la derniere bafe de la carte précédente, & la derniere pofition : ils fixeront la pofition d'un triangle aifé à rapporter fur le nouveau papier. Alors tranfportez la planchette à l'extrêmité de la derniere bafe ; faites convenir une des extrêmités fur le point correfpondant du terrein ; placez l'alidade contre les deux aiguilles qui fixent la derniere bafe fur le nouveau papier ; tournez la planchette jufqu'à ce qu'en vifant à travers les pinules la foie couvre le piquet placé à l'autre extrêmité ; fixez enfuite une aiguille à la pofition que vous avez rapportée fur le nouveau papier ; placez l'alidade contre l'aiguille qui repréfente l'extrêmité de la bafe où vous vous trouvez, & celle de la pofition que vous avez choifie : vifez à travers les pinules ; la foie doit divifer en deux également l'objet dont vous avez la pofition fur le nouveau papier : conti-

nuez ensuite, en allant de base en base, à fixer les positions qui restent.

Si l'on étoit obligé de changer sept à huit fois de papier, ce seroit la même chose à chacun de ces changements.

Deux points auroient suffi pour placer le papier à la même position qu'étoit le précédent; mais pour plus de sûreté, on en prendra toujours trois.

La position de ces trois points sur le nouveau papier, doit être telle, que l'on puisse profiter du plus grand espace possible, pour continuer l'opération, & renfermer sur le même papier le plus grand nombre de positions: un coup d'œil de comparaison sur les opérations qui restent à faire, & l'espace dont on peut disposer sur le nouveau papier, suffira pour choisir la position des trois points de la derniere carte.

Lorsque l'on a rempli deux cartes, il s'agit de les joindre, opération qui devient très-facile, par la précaution que l'on a prise de rapporter trois points de la premiere carte sur la seconde; faites donc convenir les trois points de la premiere sur leurs correspondants de la seconde; collez les deux cartes dans cette situation, & continuez de même,

à mesure que vous aurez de nouvelles cartes à joindre aux précédentes.

REMARQUE.

IL arrive quelquefois que l'on est obligé de se servir d'une petite échelle, pour avoir la position d'un objet qui se trouve à une grande distance ; alors la base du triangle étant petite, l'angle au sommet devient fort aigu ; & les lignes qui doivent donner l'intersection, semblent se confondre dans une certaine longueur.

Supposons, par exemple, que la position C soit très-éloignée de la base DE ; cette base étant peu de chose par rapport à l'éloignement du point C, l'angle DCE sera fort aigu, & les lignes EB & DB sembleront se confondre dans l'espace AB. Pour trouver le point d'intersection, observez exactement le point A où les lignes semblent se rencontrer, & le point B où elles paroissent se séparer ; divisez l'intervalle AB en deux également, & le point du milieu C sera le vrai point d'intersection. FIG. 125.

Cette méthode n'est pas absolument exacte, sur-tout si l'espace, dans lequel les lignes qui forment l'intersection paroissent se confondre, est grand ; ainsi

plus la ligne AB sera grande, plus l'erreur sera considérable : si l'espace AB a plus de trois ou quatre lignes, l'on doit absolument abandonner cette méthode, & se déterminer de nouvelles bases, pour avoir une intersection qu'il soit facile de découvrir.

Pour y parvenir, faites placer un piquet K à une certaine distance de la base DE ; prenez la position de ce point ; & par le moyen du point K, fixez la base DH : comme l'intersection que donneroit le rayon HC ne seroit pas encore exacte, continuez d'aller de base en base jusqu'à la position F ; alors le rayon FC coupera l'intervalle AB au point C, qui sera réellement la position de ce point.

Il peut arriver que du point F vous n'apperceviez plus la premiere position E, soit à cause de l'éloignement, soit par quelqu'autre obstacle ; mais peu importe, puisque la base FG sera semblablement placée par rapport aux points F & L, & que ces points sont eux-mêmes semblablement placés par rapport à la premiere base DB.

Telles sont les deux méthodes que l'on peut suivre, lorsque l'éloignement des objets donne, dans leur position, des intersections qu'il est impossible de dé-

couvrir sûrement ; nous conseillons de se servir préférablement de la derniere, surtout si l'objet proposé est à une distance considérable.

Lorsque l'on est en état de lever la position de plusieurs objets, de changer la base, soit en mesurant, soit en les fixant par des points de repairs, l'on est en état de lever dans le détail les parties de terrein qui fixent les possessions des particuliers. Aussi ne multiplierons-nous point les Problêmes ni les figures ; d'ailleurs il seroit impossible de prévenir tous les cas, & de tracer les différentes configurations qui distinguent ordinairement les possessions de chaque particulier : cependant les principes que nous donnerons sur cette partie, & les remarques qui les suivront, ne laisseront aucune difficulté dans l'application qu'on en fera aux différentes configurations.

PROBLÊME TROISIEME.

L'on propose de lever avec la Planchette une étendue de terrein ABCD.

SOLUTION.

CETTE opération peut se faire de deux manieres différentes ; la premiere consiste FIG. 126.

à rapporter ſur la planchette, & d'un point pris à volonté, toutes les diſtances meſurées depuis le point correſpondant du terrein aux différents angles de la figure.

La ſeconde conſiſte à fixer une baſe, & à déterminer les angles que forme l'étendue propoſée, par le moyen des interſections.

PREMIERE MÉTHODE.

DISPOSEZ la planchette à peu près vers le milieu de l'eſpace propoſé ; placez-la horizontalement ; jetez un coup d'œil ſur la figure, & plantez l'aiguille *e* ſur la planchette, de maniere qu'il y ait aſſez de papier pour pouvoir contenir le plan de l'eſpace propoſé : alors dirigez l'alidade vers les piquets A, B, C, D, & menez les rayons indéfinis *ae*, *eb*, *ec* & *ed*; obſervez de vérifier le rayon précédent, avant que d'en tirer un nouveau.

Cela poſé, meſurez à la chaîne les lignes AE, EB, EC & ED, & portez ſur les rayons indéfinis *ea*, *eb*, &c. un égal nombre de parties de l'échelle; menez les lignes *ab*, *bc*, *cd* & *da*, & le plan de l'eſpace ſe trouvera tracé.

L'on voit que cette méthode eſt très-bornée, puiſqu'il faut, pour la réſoudre,

que l'eſpace propoſé ne ſoit pas conſidérable, & que l'on puiſſe appercevoir d'un point pris dans l'intérieur, tous les angles de la figure. Nous ne conſeillons de s'en ſervir que lorſqu'il s'agit de lever le plan d'une maiſon où il y auroit baſſe-cour, grange, remiſe, &c.

Seconde Méthode.

Soit l'eſpace ABCDEF que l'on propoſe de lever, choiſiſſez une baſe GH, des extrêmités de laquelle vous puiſſiez appercevoir tous les angles de la figure; placez la planchette au point G, & diſpoſez-la de la maniere que nous l'avons expliqué précédemment; placez l'aiguille *g*; viſez à tous les angles, & tirez les rayons *ga*, *gb*, *gc*, *ge*, & *gf*; numérotez-les ſuivant l'ordre dans leſquels ils ont été tirés: ôtez la planchette du point G; tranſportez-vous au point H; diſpoſez à ce point l'inſtrument comme nous l'avons déjà expliqué: alors, du point *h*, & ſuivant l'ordre obſervé à la premiere poſition, viſez aux points E, A, B, C, &c.; & par les points d'interſection, menez les lignes *fa*, *ab*, *bc*, *cd*, *de*, &c.; ce qui donnera le plan de l'eſpace propoſé. Fig. 127.

Il faut obſerver de vérifier la baſe toutes les fois que l'on mènera un nouveau rayon ; nous ne ſaurions trop le répéter, cette vérification n'exige que très-peu de temps, & l'on eſt ſûr de l'opération.

Remarque.

Si des extrêmités de la même baſe l'on ne pouvoit pas appercevoir tous les angles de la figure, l'on ſeroit obligé de fixer de nouvelles baſes ; nous en parlerons dans la ſuite.

Dans le cas où l'eſpace eſt conſidérable, & où l'on apperçoit difficilement les piquets placés aux angles, l'on enverra un ſervant au piquet par-où l'on veut commencer. Par exemple, ſuppoſons que l'eſpace ABCD, &c., ſoit fort étendu ; après avoir diſpoſé la planchette au point G, convenez de deux ſignes avec le ſervant ; l'un pour reſter à côté du piquet, & l'autre pour les ſuivre les uns après les autres. Ainſi le ſervant étant placé derriere le piquet A, viſez à la baſe & à ce piquet, & tirez le rayon ; faites alors le ſigne convenu, & le ſervant ſe tranſportera au piquet ſuivant B ; & dans le temps qu'il mettra à parcourir AB, vérifiez la baſe GH.

PROBLÊME QUATRIEME.

L'on propoſe de prolonger à la diſtance de trois ou quatre cents toiſes, la face d'un baſtion, & de déterminer la capitale.

SOLUTION.

SUPPOSONS qu'un obſtacle XY empêche de prolonger la face BC, & l'on voudroit cependant fixer deux points H & P de cet alignement, dans l'eſpace XY, duquel l'on ne peut appercevoir l'angle ABC. Fig. 128.

Meſurez une baſe d'un nombre exact de toiſes ; placez la planchette à l'extrêmité D de cette meſure, & viſez aux deux points A & B : tranſportez-vous à l'autre extrêmité E ; viſez enſuite aux mêmes points A & B ; ces derniers rayons fixeront ſur la planchette le côté *ab* de l'angle inacceſſible.

La planchette toujours diſpoſée en E, envoyez un ſervant planter un autre piquet F, & tirez l'alignement *ef* : comme la poſition du point *b* eſt connue, l'on pourroit, par le moyen de ce point, fixer la baſe EF : du point E, viſez en C ; & enfin du point F, viſez au même point ;

menez le rayon *bc*, & l'angle *abc* sera déterminé.

Prolongez les côtés *ab* & *bc* sur la planchette ; ces prolongements rencontreront ceux de la base EF aux points *g* & *h* ; portez les lignes *fg* & *ch* sur l'échelle, pour reconnoître le nombre de parties qu'elles contiennent ; prolongez la base EF sur le terrein ; & mesurez de E en H & de F en G, un nombre de toises égal au nombre de parties de l'échelle que ces mêmes lignes contiennent ; alors les points H & G seront dans le prolongement des faces.

Transportez la planchette au point H; placez deux aiguilles aux points *h* & *e*; disposez l'alidade contre elles, & tournez la planchette jusqu'à ce que *he* soit dans le plan vertical qui passe par HE.

Cela posé, placez une aiguille au point *b*; disposez l'alidade contre les aiguilles *h* & *b*; visez à travers les pinules, & faites planter un piquet P suivant cet alignement : alors le prolongement de HP passera par les points B & C.

Il est inutile d'observer qu'en traçant sur la planchette des paralleles aux côtés *ab* & *bc*, & en divisant l'angle *abc* en deux également, il eût été fort aisé de

rapporter ces opérations ſur le terrein, en fixant les paralleles & la capitale à une des lignes de conſtruction.

Par exemple, ayant mené *cbh* du point *h*, & avec la regle & le compas, menez la parallele *hm*; de différents points de la ligne *ab*, élevez des perpendiculaires qui rencontreront la parallele en des points M, N, O & Q; tracez ſur la planchette une batterie; rapportez-la ſur le terrein, ou bien rapportez ſeulement une direction perpendiculaire YQ; en formant la batterie, il ſera aiſé de diriger les lignes de tir parallelement à YQ.

A l'égard de la capitale fixée ſur la planchette, elle rencontrera *ef* en quelques points *l*; prenez *el* ſur l'échelle, & donnez à EL un même nombre de toiſes; ce qui déterminera la capitale.

REMARQUE.

Rien ne paroît plus aiſé à beaucoup de perſonnes, que l'opération dans laquelle il s'agit de prolonger une ligne donnée, à une diſtance conſidérable; cependant, & nous l'avons déjà obſervé, rien n'eſt plus difficile à fixer préciſément; il n'eſt même, & nous ne craignons pas de

l'avancer, aucun inſtrument que la planchette qui puiſſe réſoudre cette queſtion avec exactitude ; cependant l'on ſait combien il eſt important de fixer les prolongements. Auſſi le ſavant Auteur de l'*Eſſai ſur l'uſage de l'Artillerie*, dit à ce ſujet, pag. 150 : *Comme cette direction eſt extrêmement importante, on ne doit ni ne négliger ce rien, ni s'épargner ſur des peines plus conſidérables ; il n'y a ſorte d'expédient auquel on ne ſoit obligé d'avoir recours, pour trouver les alignements dont on a beſoin.*

D'après cette obſervation, qui eſt celle d'un Officier dont le mérite eſt reconnu, nous avons tout lieu de croire que lorſqu'il ſera poſſible d'avoir une planchette, l'on préfèrera de ſe ſervir de cet inſtrument, pour prolonger les faces, fixer les capitales & les paralleles, & déterminer les longueurs inacceſſibles.



PROBLÊME CINQUIEME.

Trois points étant déterminés ſur un plan, dans la même poſition que trois autres points donnés ſur le terrein; l'on demande de déterminer ſur le plan la poſition d'un quatrieme point auſſi donné ſur le terrein.

SOLUTION.

SUPPOSONS que les trois points *a*, *b* & *c* représentent la poſition des objets A, B & C du terrein, & que l'on veuille trouver ſur la planchette la poſition d'un quatrieme point D. FIG. 129.

Suppoſons que le point D ſoit trouvé ſur la planchette; en plaçant une aiguille à ce point, & trois autres aiguilles aux points *a*, *b* & *c*, il eſt clair qu'en tournant la planchette juſqu'à ce que l'alidade, diſpoſée contre les deux aiguilles *d* & *a*, ſoit dirigée vers A, les autres rayons D*b* & D*c* ſeront dirigés vers B & vers C; parce que les points D & C de la planchette & du terrein, ſeront ſemblablement placés par rapport aux poſitions données. Cela bien entendu, placez trois aiguilles aux points *a*, *b* & *c*; diſpoſez

l'alidade ſucceſſivement contre les deux aiguilles *a* & *b*, & menez les rayons *a*D & *b*D ; diſpoſez enſuite l'alidade contre l'aiguille *c* ; viſez au piquet C, & menez le rayon *c*D. Si ce rayon paſſe par le point D, interſection des deux autres, il eſt clair que ce point D ſera la poſition demandée ; ſi le contraire arrive, il faut tourner la planchete à droite ou à gauche, juſqu'à ce qu'en viſant ſucceſſivement des points *a*, *b* & *c* aux points A, B & C, les trois rayons ſe rencontrent au même point D.

L'opération eſt ſujette à moins de tâtonnement, lorſqu'on ſe ſert de la bouſſole ; mais alors il faut être aſſuré qu'elle ne varie point dans l'endroit où l'on opere. Suppoſons que le plan ſoit orienté à la bouſſole ; alors il y aura dans une partie de ce plan une ligne qui ſera celle du *nord-ſud* ; il faudra rapporter cette ligne ſur le papier de la planchette, & lui donner la même poſition par rapport aux points *a*, *b*, *c* ; l'on diſpoſera le bord de la boîte OP qui renferme l'aiguille aimantée ſuivant la ligne *mn*, & ayant fixé la planchette horizontalement, l'on tournera l'inſtrument juſqu'à ce que l'aiguille aimantée ſe trouve

précifément dans le milieu de la boîte OP. Cette pofition trouvée, l'on eft affuré que la planchette eft exactement orientée; c'eft-à-dire que les lignes *ab*, *bc* & *ac*, font paralleles aux lignes AB, BC & AC; & comme les lignes *ab* & *bc* font proportionnelles à leurs correfpondantes AB & BC, il eft aifé de prouver que fuivant cette pofition, les trois lignes A*a*D, B*b*D & C*c*D fe rencontrent au même point D.

DÉMONSTRATION.

ab étant parallele à AB, les triangles ADB & *a*D*b* font femblables; donc BD : D*b* : : AB : *ab*. Mais par l'opération les quatre lignes *ab*, *bc*, AB, BC font proportionnelles; donc AB : *ab* : : BC : *bc*. Ainfi le rapport de BC à *bc* fera le même que celui de BD à *bd*, puifque ces deux rapports font comparés à un même rapport AB : *ab*; donc *bc* : BC : : *b*D : BD. Maintenant fuppofons que le prolongement CA rencontre une des deux autres lignes au point Q, & prouvons que le point Q & le point D fe confondent; pour cela, les deux triangles QBC & Q*bc* font femblables, & donnent *bc* : BC : : *b*Q : BQ; & puifque

nous avons trouvé $bc : BC :: bD : BD$; donc $bq - BQ : BQ :: bD - BD : BD$. Or $bq - BQ = Bb$, & $bD - BD = Bb$; mais dans la proportion ci-dessus, les antécédents sont égaux, donc les conséquents le seront aussi, donc $BQ = BD$; & par conséquent l'extrêmité D de la ligne BD se confond avec l'extrêmité Q de la ligne BQ; donc enfin lorsque la planchette sera dans une situation telle que les côtés *ab*, *bc*, &c. sont paralleles à leurs correspondants AB & BC, &c., les trois lignes A*a*D, B*b*D & C*c*D se rencontreront en un seul & même point. Ainsi le point D étant trouvé, placez-y une aiguille; disposez l'à plomb en-dessous de ce point: il indiquera sur la surface du terrein le point D semblablement placé par rapport aux points A, B & C, & correspondant au point D de la planchette.

REMARQUE.

Si pour déterminer la position d'un quatrieme point, l'on est maître de choisir parmi un grand nombre de positions déjà fixées, l'on préférera celles qui observent entr'elles le plus de distance, parce que plus les objets A, B & C seront éloignés

éloignés les uns des autres, plus les angles ADB & BDC feront grands, & plus auſſi l'interſection des trois rayons AD, BD & CD ſera exacte.

S'il arrivoit que le quatrieme objet, dont on veut fixer la poſition, ſe trouvât dans l'alignement de deux objets déjà connus, l'opération ſeroit plus aiſée, & s'exécuteroit de la maniere ſuivante :

Suppoſons que le point D ſe trouve d'alignement avec les objets A & C; tranſportez la planchette au point D; placez deux aiguilles aux points *a* & *c*; appliquez l'alidade contre ces aiguilles, & tournez la planchette juſqu'à ce qu'en viſant à travers les pinules, la ſoie ſe trouve dans le plan qui paſſe par les deux objets; prolongez *ac* vers D, & diſpoſez, par le moyen de l'à plomb, *acd* ſur ACD; mettez la planchette horizontalement, & vérifiez le rayon D*ca*.

Cela poſé, placez une aiguille au point *b*; appliquez l'alidade contre elle, & viſez à l'objet B; tirez le rayon *b*D: il rencontrera le prolongement de *ac* au point D; ce point ſera ſur la planchette la poſition demandée. La démonſtration revient abſolument à celle que nous avons donnée pour fixer la

grandeur des bafes, fans être obligé de les mefurer.

Fig. 130. Enfin il peut arriver que de la pofition du quatrieme point que l'on veut déterminer fur la planchette, l'on ne puiffe découvrir aucun objet connu. Par exemple, fuppofons qu'un obftacle X empêche d'appercevoir les trois points A, B & C.

Choififfez un point D, duquel vous puiffiez appercevoir les trois points & la quatrieme pofition que l'on veut fixer.

Déterminez fur la planchette la pofition du point D ; alors envoyez un fervant planter un piquet E, & un autre K (Ce dernier piquet fervira pour fixer les autres bafes, fans les mefurer.) ; mefurez DE, & portez fur l'alignement correfpondant D*e* de la planchette un égal nombre de parties de l'échelle : tranfportez la planchette au point E ; fixez la pofition du point K.

Si des deux points E & K, vous pouvez appercevoir l'objet M que vous voulez fixer ; alors du point E où vous êtes, & regardant EK comme bafe, vifez au point M ; tranfportez-vous à l'autre extrêmité K, & fixez par le rayon dirigé vers M la pofition de ce point.

Fig. 131. Si des points K & E l'on ne peut ap-

percevoir la position M, il faut continuer à s'en approcher ; & alors le point M sera l'extrêmité de la derniere base FM.

Si les quatre points *a*, *b*, *c* & *m* étoient fixés sur la planchette, & qu'il fallût déterminer sur le terrein la position du point M, cette question se résoudroit facilement ; car choisissez un point quelconque H sur le terrein ; disposez la planchette horizontalement à ce point ; & par le moyen que nous avons donné précédemment, déterminez sur la planchette la position du point H, relativement aux trois objets A, B & C. FIG. 131.

Cela posé, placez une aiguille au point *m* déterminé sur la planchette ; placez-en une autre au point H ; appliquez l'alidade contre ces deux aiguilles ; visez à travers les pinules, & faites planter plusieurs piquets suivant cet alignement ; portez sur l'échelle l'ouverture H*m*, & mesurez un égal nombre de toises de H en M ; ce qui fixera le point M.

Si le point H se trouvoit trop éloigné, ou qu'il y eût quelqu'autre obstacle qui empêchât de mesurer HM ; alors il faudroit aller de base en base, qu'il seroit

facile de fixer par l'une des trois positions données A, B & C.

Il est beaucoup d'autres cas où l'on ne peut se passer de ce Problême ; cela dépend des positions où l'on se trouve lorsque l'on opere.

PROBLÊME SIXIEME.

Nous avons supposé dans le PROBLÊME TROISIEME, *que l'espace proposé à lever, étoit accessible dans son intérieur ; nous proposons maintenant de lever le plan d'un espace inaccessible, tel que d'un marais, d'un bois, &c.*

SOLUTION.

FIG. 132. SOIT le bois ABCDEF, &c., dont il faut avoir le plan ; faites planter des piquets aux angles A & B, & un plus grand piquet à l'angle C ; mesurez une premiere base MN ; placez la planchette au point M ; dirigez l'alidade vers les piquets A, B & C, & menez les rayons *ma*, *mb* & *mc* ; ôtez la planchette du point M ; substituez-y un piquet, & transportez-vous à l'autre extrêmité N. De ce point visez aux positions A, B & C ; menez sur la planchette la ligne *ab*, & marquez

un petit zéro autour du point qui repré-ſente la poſition du piquet C.

Envoyez un ſervant planter un piquet dans un point O, duquel vous puiſſiez appercevoir le piquet C ; ôtez les piquets A & B, & placez-les aux angles D & E ; placez enfin un grand piquet ſur un point K, duquel vous puiſſiez découvrir le tournant EF.

La planchette toujours diſpoſée en N, viſez à l'angle C, au piquet de la baſe & au grand piquet K ; obſervez ſeulement de vérifier la premiere baſe MN, avant de mener ſur la planchette l'alignement *no* ; tranſportez la planchette au point O ; par le moyen du *repair* connu C, fixez la baſe *no* ; viſez de nouveau aux points C & K ; menez ſur la planchette la ligne *bc* ; du point O viſez en D, & envoyez un ſervant placer un piquet P de façon que l'on puiſſe découvrir de ce point le tournant EF du bois. Si les ſinuoſités s'étendoient plus loin, l'on continueroit de même à les prendre en allant de baſe en baſe, & en obſervant de placer toujours deux nouveaux repairs pour fixer les baſes, ſans qu'il ſoit néceſſaire de les meſurer, parce qu'alors quelque obſtacle qui ſe préſente dans la meſure des baſes,

l'on n'eſt point arrêté. Reprenons l'opération.

La planchette toujours diſpoſée au point O, viſez au piquet P ; ôtez l'inſtrument du point O, ſubſtituez-y un piquet, & tranſportez-vous au piquet P ; fixez la baſe *op* par le moyen du *repair* K ; placez des piquets aux angles E & F, & un grand piquet au point L ; placez un autre piquet au point Q, & viſez aux piquets F & Q, & au *repair* L ; tranſportez la planchette au point Q, & fixez *pq* par le moyen du repair K ; alors viſez aux piquets E, F & au repair L, & menez ſur le plan les lignes *cd*, *de*, *ef*.

Il eſt maintenant facile de continuer l'opération ; tout conſiſte, comme on le voit, à diſpoſer les *repairs* dans les ſituations les plus avantageuſes, à choiſir les baſes de maniere que l'on puiſſe prendre le plus de points poſſible ; ce qui accélere l'opération. Ainſi dans le Problême que nous venons de réſoudre, l'on auroit pu choiſir dans la partie MNO une ſeule baſe, au lieu des deux MN & NO, avec laquelle l'on auroit pris la poſition des points A, B, C & D.

Il ne faut pas cependant, dans l'idée d'accélérer l'ouvrage, ſe donner des baſes

qui fourniſſent des interſections douteuſes. Dans ce cas, il vaut mieux multiplier les baſes. Ainſi quoique à vue d'œil l'on auroit pu prendre d'une ſeule baſe M P la poſition des points A, B, C, D, E; cependant, comme les deux interſections qu'auroient donné les points A & E, ſe feroient formées ſous des angles fort aigus, nous avons préféré de multiplier les baſes.

Au reſte ce ſont les ſituations dans leſquelles l'on ſe trouve, & la diſpoſition des eſpaces dont on veut former le plan, qui décident ſur la poſition des baſes; nous ne pouvons donner ici que des préceptes généraux. Ceux qui ſe trouveront dans le cas d'opérer, ſauront tirer de ces principes les conſéquences qui doivent leur être utiles.

Remarque.

D'après le Problême précédent, il ſeroit facile de réſoudre cette queſtion:

L'on propoſe de percer une route dans le bois ABCDS, dont l'origine ſoit fixée en S, & l'iſſue au point R.

Levez exactement le plan du bois, ſuivant ce que nous avons dit dans le Problême précédent, & marquez ſur ce

plan la poſition des points S & R. Cela poſé, menez dans le plan la ligne *sr*; tranſportez-vous au point S; diſpoſez-y la planchette; placez deux aiguilles aux points *s* & *r*, & une troiſieme aiguille au repair *l*; diſpoſez l'alidade contre les deux aiguilles *s* & *l*, & tournez la planchette juſqu'à ce que le piquet qui déſigne le *repair* ſoit entiérement caché ou diviſé en deux également par le fil de ſoie; alors diſpoſez l'alidade contre les aiguilles *s* & *r*, & faites couper quelques arbres dans l'alignement que l'alidade fixera: il ſera facile de continuer cet alignement; & l'on ſera aſſuré d'aboutir au point donné R.

L'on voit bien qu'il n'y auroit pas plus de difficulté, ſi au lieu d'une ſeule route l'on en eût demandé quatre ou cinq, partant d'un ou de différents points, & ayant leur iſſue à tel ou tel autre point; car la levée du bois étant exécutée, l'on peut faire ſur le plan toutes les opérations convenables pour réſoudre ces ſortes de queſtions: & tranſportant enſuite la planchette à l'entrée, ou aux différentes entrées; l'alidade alignée ſur un repair, & ſuivant les directions tracées ſur le plan, donnera la ſolution de la queſtion,

PROBLÊME SEPTIEME.

L'on propose de vérifier le plan d'un espace quelconque.

SOLUTION.

RAPPORTEZ la figure sur le papier de la planchette, & déterminez un point quelconque O ; transportez la planchette sur un côté connu CD ; faites convenir le point *d* de la planchette sur le point D du terrein ; placez deux aiguilles aux points *c* & *d* ; appliquez l'alidade contre ces deux aiguilles, & tournez la planchette jusqu'à ce qu'en visant à travers les pinules vous puissiez appercevoir le piquet C. Fig. 135.

Placez une aiguille au point O ; appliquez l'alidade contre les deux aiguilles *d* & O, & visez à travers les pinules ; faites planter plusieurs piquets sur cet alignement ; prenez le nombre de parties de l'échelle que la ligne *d*O contient, & mesurez de D en O sur le terrein un égal nombre de toises ; placez un piquet au point O, & ôtez tous ceux qui ont fixé l'alignement DO.

Transportez la planchette au point O, & faites convenir le point O sur le point

O du terrein, & le côté *d*O fur le côté DO correfpondant ; placez des aiguilles aux points *d*, *e*, *f*, *g*, &c. ; & des piquets D, E, F, G, &c., aux angles correfpondants du terrein. Placez l'alidade fucceffivement contre les aiguilles O*d*, O*e*, O*f*, O*g*, &c. ; & fi ces alignements paffent par les angles correfpondants D, E, F, G, &c., vous ferez affuré des rayons ; faites mefurer deux ou trois rayons quelconques OI, OC, OG ; prenez avec l'échelle la valeur des rayons correfpondants O*i*, O*c*, O*g* ; & fi le nombre de parties de l'échelle, équivaut au nombre de mefures trouvées fur le terrein, l'opération eft exacte.

Si l'on ne pouvoit pas opérer dans l'intérieur de l'efpace, il feroit inutile de rapporter fur la planchette le plan de l'efpace, il fuffiroit de lever à l'ordinaire, & en fe fervant de l'échelle du plan propofé, la pofition de deux ou trois côtés, tels, par exemple, que CD, DE & EF. Cette opération faite, l'on confronteroit les nouveaux réfultats avec les lignes correfpondantes du plan propofé. Puifque dans la nouvelle opération l'on s'eft fervi de la même échelle, les lignes *cd*, *de*, *ef*, doivent être égales

à leurs correſpondantes du plan ; il ſuffit de porter chacune de ces lignes ſur leurs correſpondantes du premier plan ; ſi elles ſont égales, la premiere opération eſt exacte.

Enfin, ſi le plan propoſé étoit d'une grandeur conſidérable, étudiez différentes poſitions, comme celles de quelques fontaines, des clochers, jonction de chemins, tours, maiſons, &c. Si le plan renferme, par exemple, le détail de deux ou trois paroiſſes, il faut reconnoître au moins une douzaine de poſitions principales ; alors notez-les ſur le plan, & faites placer de grands jalons ſur le terrein aux points qui repréſentent les poſitions reconnues, & que l'on a remarquées. Levez, ſuivant les principes du ſecond Problême, la ſituation de ces points : & comme l'on pourroit ſoupçonner avec autant de raiſon la derniere opération que la premiere, aſſurez-vous des baſes, & n'épargnez aucuns ſoins pour lever le plan exactement : ſi les poſitions du nouveau plan ſe trouvent à pareille diſtance les unes des autres que celle du plan propoſé, l'on eſt aſſuré de ſon exactitude. L'on peut joindre, ſi l'on veut, à la poſition de ces points

principaux, le détail de quelques parties reconnues dans tel ou tel endroit, & les fixer ſur le plan propoſé.

PROBLÊME HUITIEME.

L'on propoſe de diviſer un eſpace donné, en trois ou un plus grand nombre de parties égales, par des lignes menées d'un point pris dans l'intérieur ou ſur les côtés ou au ſommet d'un angle de la figure.

SOLUTION.

Fig. 136. Si la nature du terrein eſt la même dans toute l'étendue propoſée, l'opération ſera très-facile ; il ſuffira de lever à la planchette le plan de l'eſpace, & de le diviſer enſuite de la même maniere que nous l'avons indiqué au Chapitre des Piquets ; l'on marquera les lignes de diviſion ſur le plan ; enſuite plaçant la planchette au point M, l'on mettra une aiguille au point M, & d'autres aiguilles aux extrêmités des trois lignes de diviſion ; alors l'on dirigera l'alidade ſucceſſivement ſuivant les trois directions, & ſur les lignes qui terminent la figure ; & aux points

où les lignes de divifion les rencontrent, l'on placera des piquets qui fixeront avec le point M les lignes qui partagent l'efpace propofé en trois, ou en un plus grand nombre de parties égales.

Si dans l'efpace propofé la qualité du terrein n'eft pas par-tout la même, il feroit très-faux de croire qu'en divifant l'efpace en trois parties égales, chaque particulier fe trouveroit également partagé, parce que l'on ne doit prifer les terres que dans le rapport des revenus qu'elles font en état de porter ; & pour cela il faut avoir égard non feulement aux différentes efpeces de terres qui compofent l'efpace propofé, mais encore aux tailles, rentes, &c., de quelle nature qu'elles foient.

Pour former la compenfation, lorfque la nature du terrein n'eft pas par-tout la même, voici la maniere dont il faut fe conduire.

Suppofons que dans l'efpace propofé il y ait trois différentes efpeces de terreins, fixées par les lignes ponctuées PMO & MN, l'on choifira parmi les cultivateurs de l'endroit où l'on fait l'opération, ceux qui connoiffent le mieux la nature & la qualité des terres : on les

conduira ſur l'endroit propoſé, & on leur demandera, par exemple, combien un certain nombre de toiſes de l'eſpace PMOD, peut rapporter de plus d'une récolte, que le même nombre de toiſes pris dans l'eſpace OMN, toutes choſes étant égales d'ailleurs, c'eſt-à-dire, les terreins étant également amendés.

L'eſtime des trois parties étant faite, ſuppoſons qu'une ſeterée (eſpace de neuf cents toiſes quarrées) de l'eſpace PMOD, en vaut deux de l'eſpace MNO, & quatre de l'eſpace APMN; alors les trois portions doivent être dans le rapport des nombres 1, 2 & 4. Il s'agit donc, pour partager l'eſpace également, eu égard au revenu, de le diviſer proportionnellement aux nombres 1, 2 & 4; ajoutez ces différents nombres, leur ſomme ſera 7; & établiſſez cette proportion: L'eſpace total eſt à la ſomme des parties que porte l'eſtime, comme la premiere eſtime 1 eſt à celle que doit avoir le premier; comme la ſeconde eſtime 2 eſt à la partie que doit avoir le ſecond; comme enfin la troiſieme eſtime 4 eſt à la partie que doit avoir le troiſieme. Telle eſt la maniere en général de ſe conduire dans cette opération.

Il arrive presque journellement des procès sur la position des limites ; les propriétaires, & plus encore, leurs fermiers, négligent d'avoir l'œil sur les voisins ; cependant si les limites qui terminent les lignes qui doivent fixer l'espace, sont solides, il est aisé de refixer les possessions ; mais ordinairement l'on se contente de placer une pierre d'un pied à un pied & demi de hauteur ; quelquefois c'est un arbre : mais toujours ces sortes de limites sont faciles à détruire. Nous enseignerons à la fin de cet Ouvrage la maniere de limiter les terres : auparavant revenons à des objets qui sont plus directement de notre sujet.

PROBLÊME NEUVIEME.

Un particulier possede un espace dont le plan est abcdef ; plusieurs limites A, C *&* E *ont été arrachées. Il s'agit de retrouver leur place, pour fixer sur le terrein la possession de ce particulier.*

SOLUTION.

ETUDIEZ exactement la figure de l'espace, & plantez des piquets aux angles connus B, D & F ; fixez dans le plan un point FIG. 137.

quelconque ; menez la ligne *aG* ; menez aussi, par les deux points connus la ligne *bf* ; transportez la planchette au point A ; disposez le point *a* perpendiculairement sur le point A du terrein ; placez des aiguilles aux points *a*, *e* & G ; disposez l'alidade suivant *ae*, & tournez la planchette jusqu'à ce qu'en visant à travers les pinules, vous apperceviez le point E ; disposez ensuite l'alidade contre les aiguilles *a* & G, & faites planter deux piquets dans ce nouvel alignement ; donnez à AG sur le terrein, autant de toises que *a*G sur la planchette contient de parties de l'échelle, & le point G sera fixé.

Cela posé, transportez la planchette au point G ; plantez des aiguilles aux points *a*, *b*, *d* & *f* ; placez l'alidade contre les deux aiguilles G & *a*, & tournez la planchette jusqu'à ce qu'en visant à travers les pinules, vous apperceviez le piquet A ; alors disposez l'alidade successivement contre les aiguilles *b*, *d* & *f* ; fixez ces trois alignements sur le terrein, & donnez-leur autant de toises qu'ils contiennent, sur le plan, des parties de l'échelle ; plantez des piquets aux points B, D & F, & posez les limites.

Si l'espace proposé étoit fort étendu, l'on

l'on rapprocheroit la position du point G des points que l'on veut fixer ; & si le nombre de ces points étoit considérable, il seroit facile de déterminer plusieurs points G que l'on suivroit, & desquels l'on détermineroit les positions.

Dans ce Problême nous supposons au moins deux limites reconnues ; & ayant le plan de l'espace suivant cette hypothese, l'on parviendra à fixer un nombre de limites quelconques.

PROBLÊME DIXIEME.

Le plan actuel de la possession d'un particulier, est la figure ABIHDG ; *mais comme l'on s'est emparé d'une partie de ce qu'il avoit, l'on propose de fixer à ce particulier le terrein qui doit lui revenir.*

SOLUTION.

PLACEZ des piquets à tous les angles de la possession actuelle ; & comme elle est terminée par des lignes courbes, placez les piquets assez près les uns des autres pour que les lignes qu'ils fixeront soient sensiblement droites. FIG. 138.

Cela posé, levez exactement le plan de l'espace ABIHD, &c. ; calculez combien il contient de toises quarrées, & retranchez ce résultat de la possession réelle ; le reste sera la partie qu'il faut prendre sur les voisins : que chacun d'eux produise les titres des fonds qui entourent la possession actuelle ; alors vous reconnoîtrez le nombre de toises que contient chaque possession voisine ; levez aussi le plan des possessions voisines, & cherchez le nombre de toises quarrées qu'elles contiennent. Les nouveaux résultats & les titres feront connoître ceux qui auront pris le terrein du champ en question. Notez par les lettres Z, Z′, ou d'autres caracteres, les fonds sur lesquels vous devez prendre pour compléter l'espace ABIHD, &c. ; alors sur le plan général des possessions particulieres, prenez à ceux qui ont empiété : par exemple, sur le fonds Z, une partie BIC ; & sur Z′, une partie FGE, &c. ; de maniere que cet excès forme celui que vous avez trouvé ci-dessus ; déterminez cependant cet espace de maniere que les irrégularités ne soient pas trop marquées. L'on s'arrange ordinairement quant à la figure, & une compensation judicieuse détermine la con-

figuration la plus réguliere qu'il eſt poſſible.

Une fois ces opérations faites ſur le plan, rien n'eſt plus facile de les rapporter ſur le terrein : l'on ſuivra ce que nous avons dit à ce ſujet dans le Problême précédent.

REMARQUE.

NOUS avons ſuppoſé juſqu'à préſent que les ſurfaces ſur leſquelles nous opérions, étoient planes ; mais l'opération n'a pas davantage de difficulté lorſqu'elle s'exécute ſur des pentes.

Si les pentes ſont roides, les baſes ſeront multipliées, parce qu'il arrivera très-ſouvent que l'on ſera limité par la vue, ſur-tout ſi la pente ſur laquelle on opere eſt couverte d'arbres, qu'il y ait beaucoup de fondrieres, de ravins, & autres obſtacles qui ſe rencontrent ordinairement dans les montagnes.

L'opération la plus longue & la plus pénible, eſt de déterminer le plan d'un bois traverſé de pluſieurs chemins. Il eſt vrai que lorſque l'on ſera ſur la liſiere du bois, des points que l'on aura fixés & qui ſerviront de repairs abrégeront les opérations, en déterminant les baſes ſans

les meſurer : mais lorſqu'une fois l'on ſera entré dans le bois, pour ſuivre les chemins l'on ſera obligé de meſurer ; opération ſcrupuleuſe dans les pentes, & à laquelle il faut apporter bien de l'attention.

Suppoſons que l'on veuille avoir le plan d'un eſpace ſitué ſur une pente roide.

Si l'étendue propoſée eſt une terre labourée, ou un pré ; faites face à la pente, & fixez une baſe en travers dans la direction la plus horizontale : meſurez cette baſe ; placez, ſuivant l'irrégularité de l'eſpace, pluſieurs repairs, dont l'objet ſera de fixer de nouvelles baſes ſans les meſurer.

Faites planter des piquets aux angles qui déterminent la figure de l'eſpace propoſé ; diſpoſez la planchette à l'extrêmité de la baſe ; placez-la horizontalement, & obſervez les mêmes principes que nous avons donnés pour établir la planchette à l'extrêmité d'une baſe horizontale ; viſez aux angles que vous pouvez découvrir, & aux repairs ; diſtinguez ces derniers rayons des premiers pour les reconnoître : ôtez la planchette du point où vous vous trouvez ; tranſportez-la à l'autre extrêmité de la baſe ; établiſſez l'inſtrument ſur ce nouveau point, en ſuivant toujours les

principes que nous avons donnés ; visez aux angles & aux repairs ; menez les lignes sur la planchette pour terminer l'espace à mesure que les intersections se formeront, & figurez des zéros aux repairs.

Il est très-rare, sur-tout lorsque l'on opere sur des pentes, de finir le plan d'un espace quelconque en ne se servant que d'une seule base. Ainsi supposons qu'il reste encore plusieurs points à déterminer.

Si l'espace, par exemple, est une croupe, il est clair qu'en opérant dans une partie, la pente qui se trouve à l'opposé est entiérement cachée. Lorsqu'on a à lever de pareilles positions, tout consiste à bien disposer les repairs ; c'est-à-dire, à les placer de maniere qu'en suivant deux, trois, ou un plus grand nombre de bases, l'on puisse parvenir à disposer la planchette successivement dans les endroits entierement couverts, & desquels l'on n'apperçoit qu'un ou deux repairs.

La meilleure méthode de disposer les repairs, c'est de les placer à mesure que l'on en a besoin ; il suffit seulement d'avoir deux ou trois piquets de relais, que l'on

distinguera des autres par quelques marques.

Supposons que de la premiere base l'on ait fixé deux repairs ; ces deux points détermineront une ou deux bases au moins. L'on doit prévoir la position que l'on sera obligé de prendre ; l'on s'y transportera pour reconnoître si l'on pourra découvrir les premiers repairs. S'ils sont cachés à cette position ; avant de quitter la premiere extrêmité de la derniere base, on enverra placer les deux nouveaux repairs dans des points qui soient visibles de la position où l'on veut aller, & ainsi successivement. En suivant cette méthode, l'on ne mesurera que la premiere base ; elle leve toutes les difficultés qui se présentent souvent dans des opérations que l'on fait sur les montagnes, à moins que l'on ne soit obligé de suivre des chemins dans un bois fourré ; situation dans laquelle il faut tout mesurer.

Il peut arriver que l'on soit obligé de passer d'une croupe sur une autre, séparée de la premiere par un bois. Nous avons donné la méthode de disposer la planchette sur un point quelconque de la seconde croupe, pourvu que de cette position l'on puisse appercevoir trois

points déjà connus; ce qui arrivera, si l'on prévoit d'avance les opérations que l'on veut faire pour former le plan.

Le même Problême enseigne aussi à passer de la plaine sur le sommet d'un rocher. Par exemple, il peut arriver qu'après avoir levé le plan d'une étendue quelconque en plaine, l'on veuille joindre à ce plan celui d'un plateau & d'une gorge située sur un roc; il faudra seulement placer dans la plaine trois grands jalons; la distance qu'ils observeront entr'eux, dépendra du plus ou moins d'élévation du roc, & du plus ou moins de distance au même objet. Au reste, c'est le coup d'œil & les principes que nous avons établis jusqu'ici, qui doivent guider sur les opérations que l'on veut faire dans les montagnes.

En général, avant de commencer une opération de cette espece, l'on doit faire le tour & parcourir l'intérieur de l'espace, reconnoître jusqu'au moindre sentier, se former une idée du plan, & choisir les points où la planchette sera mieux disposée pour accélérer les opérations & diminuer les difficultés : ce sont sur-tout les repairs que l'on doit avoir attention de bien disposer. Si, par exemple, il se

trouve dans l'étendue un roc pointu & dominant le reste de la montagne, l'on pourra s'en servir ; cependant si à mesure que l'on approche de ce repair, l'on risque de perdre de vue le point auquel l'on avoit visé premierement, il faut abandonner cette position, elle conduiroit à des erreurs considérables. Le plus sûr, comme nous l'avons déjà observé, est de placer de grands jalons à mesure que l'on en a besoin.

Une autre observation non moins essentielle, c'est l'ordre que l'on doit suivre dans les opérations. Par exemple, si l'étendue étoit très-considérable, & coupée de quantité de ravins, fondrieres, bois, &c., il faudroit, après avoir reconnu le local, disposer tellement l'ordre de ces opérations, que l'on pût les faire par parties. Ainsi l'on commenceroit par lever un espace, terminé, par exemple, par des ravins, chemins & rocs ; cet espace levé, l'on passeroit dans le suivant, fixé toujours par des limites remarquables ; & il seroit aisé, suivant nos principes, de joindre les dernieres opérations du premier espace aux premieres opérations du second ; tout consiste à former à vue le plan de l'étendue proposée, &

à faire ſur ce croquis les opérations qu'il ſera néceſſaire d'exécuter pour lever avec plus d'aiſance.

C'eſt dans les opérations que l'on fait ſur les montagnes, que la ſoie qui joint l'extrêmité ſupérieure des deux pinules, eſt néceſſaire, ſoit que le rayon s'éleve ou qu'il plonge. Par exemple, ſuppoſons que l'on ſoit ſur une pente, & que l'on veuille viſer à un point élevé de quatre-vingts à cent toiſes au-deſſus du niveau de la poſition où l'on ſe trouve ; ſi la hauteur eſt très-éloignée, le rayon pourra peut-être ſe prendre avec les pinules ; mais ſi elle eſt près, il faudroit donner trop de hauteur aux pinules ; ce qui rendroit cet inſtrument très-lourd & peu ſolide, à moins que la regle qui lui ſert de baſe, ne fût d'une grande largeur. Pour viſer donc à cet objet, il faut que le rayon viſuel paſſe par l'extrêmité inférieure de la viſiere, & par la ſoie qui joint l'extrêmité ſupérieure des deux pinules ; au contraire, ſi le rayon plonge, l'on eſt obligé de diſpoſer les deux ſoies, dans l'alignement qui paſſe par l'objet auquel l'on viſe. Ainſi il faut ſe fixer à la ſoie qui joint l'extrêmité ſupérieure des deux pinules, & tourner l'ali-

dade jusqu'à ce que la soie qui divise l'intervalle de la seconde pinule, paroisse dans le même plan qui passe par l'objet auquel l'on vise.

Il y a des alidades où l'on pratique, sur la regle de cuivre qui sert de base à l'instrument, une ouverture de sept à huit lignes de largeur, sur une longueur indéterminée; cette ouverture est divisée en deux également par une soie qui doit être dans le plan vertical qui passe par celle qui joint l'extrêmité supérieure des deux pinules; lorsque les rayons plongent, le rayon doit passer par l'extrêmité supérieure de la pinule visiere, & par la soie placée dans l'ouverture pratiquée sur la regle qui sert de base aux pinules. Mais ces sortes d'alidades doivent être longues pour pouvoir déborder la planchette, afin d'appercevoir, par l'ouverture pratiquée dans la regle, les objets qui sont au-dessous du niveau de la position dans laquelle l'on se trouve.

Il restera peut-être une difficulté sur la maniere de diriger le rayon visuel; c'est que l'on vise de bas en haut & de haut en bas, & cependant l'on mesure horizontalement.

Il est vrai que le rayon se trouve obli

que ; mais la ligne que l'on trace ſur la planchette eſt horizontale, puiſque l'inſtrument eſt placé horizontalement ; l'on dirige le rayon ſuivant l'hypothénuſe du triangle rectangle, & l'on trace ſuivant le côté qui ſe trouve dans le même plan & qui eſt horizontal. L'interſection de deux rayons dirigés au ſommet d'une montagne, ne ſera pas le ſommet de cette montagne, mais l'extrêmité de la verticale terminée par le plan horizontal qui paſſe par la poſition où l'on ſe trouve.

Puiſqu'en opérant à la planchette l'on n'a jamais que des poſitions horizontales, attendu que l'inſtrument ſur lequel on opere, eſt horizontal lui-même ; ce ſeroit une erreur bien grande de meſurer les pentes, & de les porter ſur des rayons tracés ſur la planchette, à moins que l'on ne rapportât la figure par triangles ; opération que l'on peut faire avec les piquets.

Il s'eſt élevé au ſujet des pentes une difficulté qui n'eſt pas abſolument terminée ; les uns veulent que toutes les pentes ſoient rapportées au plan horizontal ; les autres au contraire veulent que la pente ſoit levée ſuivant ſon inclinaiſon.

Les premiers fondent leur raiſonnement ſur ce que toutes les plantes ayant leur tige perpendiculaire à l'horizon, il ne doit pas s'en trouver plus ſur l'hypothénuſe d'un triangle rectangle, que ſur le côté qui ſert de baſe à ce triangle.

Les ſeconds accordent que la plupart des plantes gardent la direction perpendiculaire; mais que dans celles qui ſont tracantes, la récolte eſt plus conſidérable ſur l'hypothénuſe, que ſur le côté qui ſert de baſe au triangle.

Pour réſoudre cette difficulté, l'on doit avoir égard à l'inclinaiſon de la pente. Si elle eſt très-roide, il eſt ſûr que l'on ne récoltera pas plus ſur la pente que ſur le côté : l'expérience le prouve. Les arbres, par exemple, placés ſur le penchant d'un côteau fort roide, ſont étiolés, c'eſt-à-dire que les branches s'élevent perpendiculairement ; delà la touffe eſt peu garnie, & le produit bien peu de choſe. Mais ſi la pente eſt douce, elle jouit de tous les avantages ; effectivement il eſt reconnu que ſi l'on place un arbre ſur une pente, la touffe prend une diſpoſition à peu près parallele au plan ſur lequel l'arbre eſt placé. L'expoſition eſt donc plus avantageuſe, par

rapport au fruit, que si le même arbre étoit disposé sur un plan horizontal. Secondement la touffe des arbres gardant le parallélisme, aura plus d'espace à s'étendre; c'est-à-dire que deux arbres espacés de trois toises dans une plaine, pourront être placés à deux toises & demie dans une pente, puisque la touffe de celui qui est le plus bas ne gênera nullement celle de l'arbre supérieur; & comme les racines gardent à peu près le même ordre que les branches, il en résulte qu'elles auront aussi plus d'espace à s'étendre. Il est clair & très-reconnu dans l'agriculture, qu'un fonds situé sur une pente douce, est supérieur à un pareil fonds situé dans la plaine, toutes choses étant égales d'ailleurs.

Il paroît donc que c'est l'inclinaison de la pente, son exposition, la nature des terres qui la composent, la facilité des arrosages, &c., qui doivent décider de l'opération. Des situations aussi avantageuses, ont certainement prévalu dans le prix que l'acquéreur a dû donner. La maniere la plus sûre & la plus expéditive de mesurer suivant la pente, est de faire l'opération par le graphometre, en se servant du principe que nous avons donné.

Au reste ce n'est qu'avec la plus grande circonspection que l'on doit mesurer les pentes ; il faut qu'elles réunissent les avantages que nous venons de décrire : il seroit même plus prudent de ramener la pente au plan horizontal, & de noter sur le plan les qualités qui doivent le faire préférer. Enfin, comme en le fixant sur le pied du plan horizontal, le propriétaire a réellement moins que ce qu'il possede, le prix doit augmenter à proportion.

PROBLÊME ONZIEME.

L'on propose de lever dans le détail les possessions de plusieurs particuliers.

SOLUTION.

SUPPOSONS, comme on le voit dans la figure, qu'une riviere, des ruisseaux & plusieurs chemins, traversent les possessions proposées.

FIG. 139. Observez si le pays est couvert de beaucoup d'arbres, & si les possessions sont pour la plus grande partie limitées par des haies. Si le pays est découvert, l'opération est plutôt faite ; parce que,

des extrêmités d'une même base, vous pourrez appercevoir les limites de plusieurs possessions, & en fixer la figure sur la planchette; & il ne faudra pas un grand nombre de repairs. Si au contraire le pays est couvert d'arbres, & que les possessions soient entourées de haies, il faudra beaucoup de repairs; l'opération deviendra plus longue, mais ne renfermera pas davantage de difficultés. Supposons-le dans cette derniere hypothese.

Envoyez un servant de l'autre côté de la riviere; placez trois repairs D, E & F; établissez la planchette en un point quelconque H, & mesurez exactement la base HI; visez aux deux repairs D & E; faites planter des piquets aux angles *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, &c., & visez à ces différents points. Si *dc* est une haie qui empêche de voir les piquets *e*, *f*, *h*, l'on se contentera des points *c* & *d*; l'on mesurera à la chaîne H*a* & H*b*; & ayant tiré des rayons à ces points, on portera du point H sur la planchette un égal nombre de parties de l'échelle.

Otez la planchette du point H; transportez-vous en I; visez aux deux repairs D & E, & aux piquets *d* & *c*. Cette premiere opération fixera la figure *abcd*:

du point I, visez au point de repair F. Cela posé, comme vous devez suivre un ordre dans l'opération, il faut faire planter deux autres repairs B & A, qui serviront à fixer les bases, lorsque l'on sera près de ces positions & en des endroits où il seroit impossible d'appercevoir les repairs D, E & F. Comme il a été impossible de fixer les points *e*, *f* & *h*, déterminez une base I, 5; en face de ces points, fixez cette base par le premier repair D. Si des points I & 5, vous appercevez le repair B, prenez-en la position sur la planchette. Par le moyen de la base I, 5; terminez la position des points *e*, *f* & *h*, & menez les lignes pour figurer les deux premieres possessions. Comme nous supposons toujours que les files d'arbres & les haies empêchent de voir de l'autre côté du chemin, revenez au point I; formez une trouée au buisson, & faites planter un piquet K que vous puissiez appercevoir; visez à ce piquet; transportez-y la planchette, & déterminez le point K par le moyen d'un repair D ou F; vérifiez les deux autres en plaçant des aiguilles aux points qui désignent leur position sur la planchette, & en appliquant l'alidade successivement

ſivement contre les aiguilles dirigées au repair que l'on veut vérifier.

Fixez une nouvelle baſe HK ; du point K, viſez aux piquets *o*, *n*, *m* & *i* ; tranſportez la planchette au point H′ ; fixez cette baſe par les repairs, & viſez de nouveau aux points *n*, *m* & *i*. Je ſuppoſe que du point H′, l'on ne peut appercevoir le piquet *o* ; meſurez *no* ſur le terrein, & avec le compas prenez un pareil nombre de parties égales de l'échelle ; du point *n* fixé ſur la planchette, & avec l'ouverture que vous venez de prendre, décrivez un arc de cercle qui rencontrera le rayon KO mené ſur la planchette au point O : par les points *o*, *n*, *m* & *i*, menez des lignes. Suppoſons que du point H l'on apperçoive les repairs B & A ; viſez à ces points, & écrivez ſur les rayons qui repréſentent leur direction par rapport à la poſition où vous êtes : *Au premier & au ſecond repair.*

Si du point H, vous pouvez appercevoir d'autres points *p*, *q*, &c., tracez les rayons viſuels ; fixez une nouvelle baſe HL. Enfin en répétant les baſes LM, MN, NP, PQ & QR, & obſervant ce que nous avons déjà dit, il ſera facile de diſtinguer les différentes

possessions des particuliers, & de les figurer, sur la planchette, telles qu'on les voit dans la figure.

Cette partie étant achevée, il s'agit de traverser la riviere, pour joindre le plan des autres possessions à celles qui ont déjà été levées; & cela pour former une seule carte.

Revenez à la position I, que vous reconnoîtrez aisément par le moyen d'un petit piquet qui aura été enfoncé à coups de maillet; disposez la planchette au point I; assurez-vous de sa position, soit par les deux repairs, soit à la boussole: envoyez un servant planter un piquet au point S; visez à ce point, transportez-y la planchette, & fixez cette base par le moyen du repair D duquel vous vous êtes rapproché: prenez avec le compas la distance SD sur la planchette, portez cette ouverture sur l'échelle, & vérifiez à la chaîne si le nombre de toises que contient SD, est égal au nombre de parties de l'échelle. Si du point S vous appercevez quelques-uns des repairs A & B, vérifiez si, l'alidade étant fixée sur les repairs D & E, &c., les alignements aux repairs B & A sont exacts. Si cela arrive, vous pourrez être

assuré de la justesse de vos opérations; mais il est certain qu'en vérifiant les bases toutes les fois que l'on tire un nouveau rayon, les opérations seront toujours exactes.

La planchette étant fixée au point S, les bases SX, SY, YZ, &c. détermineront de même le plan des différentes possessions qui se trouvent de ce côté là.

Rien n'est plus simple, comme on le voit, que de lever dans le détail une suite de possessions; il suffit d'avoir une attention des plus scrupuleuses, & de choisir un ordre simple dans la suite des opérations que l'on doit faire pour terminer le plan dont il est question.

Nous ne nous arrêterons pas davantage sur cette opération qui est une application de quelques Problêmes que nous avons donnés; nous avons tout lieu d'espérer que le lecteur doit être en état de lever & de résoudre les difficultés qu'ils pourroient rencontrer; mais, comme nous l'avons déjà observé, ce ne doit être qu'en opérant, que l'on doit suivre & étudier cet ouvrage.

PROBLÊME DOUZIEME.

L'on propose de prolonger une ligne droite AB *à travers un obstacle.*

SOLUTION.

FIG. 140. FAITES planter des piquets aux extrémités A & B de la ligne AB ; éloignez-vous de cette ligne, & mesurez une base EF : transportez la planchette au point E ; faites planter des repairs R & M ; visez aux extrêmités de la ligne AB & aux repairs ; de l'autre extrêmité F fixez la position de AB & des repairs : prolongez *ab* sur la planchette (*a*), & allez de base en base FG, GH, HI, jusqu'à ce que vous reconnoissiez sur la planchette que la derniere base HI se trouve à vingt ou trente toises du prolongement de la ligne AB ; ce qui sera facile, puisque les bases se tracent à mesure qu'on les détermine sur le terrein, & que le prolongement de la ligne AB est déjà fixé sur la planchette. Arrivé au point I, fixez

(*a*) Les lettres italiques dont nous faisons usage dans ce Problême, représenteront les points de la planchette correspondants à ceux du terrein.

un point quelconque ſur le prolongement de *ab* ; placez l'alidade contre ce point & contre l'aiguille *i* ; viſez à travers les pinules, & voyez ſi le rayon viſuel donne dans l'obſtacle. Si cela arrive, écartez l'aiguille *c*, & placez-la de façon que l'alidade fixée contre les deux aiguilles *i* & *c*, vous apperceviez au-delà de l'obſtacle ; un coup d'œil ſuffit pour cela: alors faites planter un piquet dans l'alignement *ic* ; portez cette ouverture ſur l'échelle, pour reconnoître le nombre de parties qu'elle contient ; faites meſurer de *i* en *c* ſur le terrein un nombre égal de toiſes, & le piquet planté au point C ſera dans l'alignement de la ligne AB.

Cette opération, comme on le voit, ne renferme en elle-même aucune difficulté ; une fois que la ligne donnée eſt fixée ſur la planchette, on la prolonge ; & il eſt aiſé de voir les opérations & les endroits où il faut ſe porter pour approcher du prolongement, lorſque de la derniere baſe l'on s'apperçoit que l'on eſt à quarante ou cinquante toiſes de cette baſe. Si le terrein eſt uni, & qu'il ſoit facile de meſurer, l'on peut à cette diſtance fixer le point ſur le terrein ; mais ſi l'on ne peut meſurer exactement à cauſe de l'irré-

gularité du terrein, il faut encore s'approcher par une nouvelle base, jusqu'à ce que l'on soit à dix ou douze toises; alors l'on mesure & l'on fixe le point, ainsi qu'on vient de l'indiquer.

Remarque.

Lorsqu'il s'agit de lever la carte d'un pays par rapport aux opérations de la guerre, il faut entrer dans beaucoup de détails ; nous allons en général fixer l'ordre que l'on devroit suivre. Nous devons le fond de cette Remarque à des Officiers recommandables par leurs talents & leur expérience.

Toutes les opérations doivent se faire avec la planchette ; l'échelle dont on se servira, doit être d'une grandeur à présenter tous les objets, sans former une carte prodigieusement grande ; l'étendue du pays doit décider sur la grandeur de l'échelle.

Les principaux points étant déterminés, on levera avec la planchette le plan du cours des rivieres, des chemins, de toutes les communications, des forts, des plateaux qui peuvent se trouver sur les sommités ou sur le penchant des mon-

tagnes, le plan des villes, bourgs & villages, &c.

A mesure que ces différentes opérations s'exécuteront, l'on aura soin de marquer chaque position par un signe qui renverra à une espece de tableau; ce tableau comprendra le fort & le foible de tous les passages, & des positions où l'on peut établir des postes.

Si ces postes se trouvent sur un plan incliné, l'on aura soin de niveler la position dans tous les sens, de distinguer même les pentes, en *douces*, *roides* & *inaccessibles*. Dans les premieres, il faudra nécessairement plus de monde pour les garder que dans les secondes; & dans celles-ci, beaucoup plus que dans les dernieres.

Dans tous les cas, il sera nécessaire de marquer sur le plan, & d'expliquer sur le tableau, les endroits par-où l'ennemi peut attaquer, & les ressources que l'on peut tirer de la position, pour rendre infructueuses les attaques dans les parties les plus foibles.

Suivant la nature & l'importance des postes, l'on fait tels ou tels ouvrages; il en est où l'on a besoin de beaucoup de bois: il faudra donc encore expliquer

ſur le tableau, ſi l'on eſt à portée de s'en procurer, & ſi les chemins par-où il faut les faire voiturer, ſont faciles ; enfin, les ſecours que l'on peut retirer des habitants qui ſe trouvent près de la poſition. Voilà en général ce qu'il faut obſerver pour les poſtes.

A l'égard des chemins & communications, l'on obſervera s'ils ſont praticables pour les gens de pied, & pour les chevaux ; ce qu'il faut de temps pour ſe porter de tel endroit à tel ou tel poſte. Ce temps ne ſera point évalué en prenant les diſtances ſur la carte ; mais l'on ſe tranſportera ſoi-même aux différentes poſitions, & l'on obſervera le temps employé à parcourir ces eſpaces en marchant d'un pas ordinaire ; il ſera facile de conclure qu'en tel temps, avec une marche forcée, l'on pourra arriver en tel endroit. Cette attention ſur l'évaluation du temps, par rapport aux chemins, eſt eſſentielle ; les ſinuoſités d'un chemin étant levées à la planchette, il eſt facile, à la vérité, de connoître la diſtance d'un point de chemin à l'autre, & cela, en ſuivant même les irrégularités du chemin ſur le plan ; mais ces chemins peuvent être dans des

parties impraticables, ce qui ralentit la marche : ils peuvent avoir une pente douce ou roide ; ce qui occasionnera une différence que sûrement l'on ne pourroit estimer sur le plan.

Delà il est aisé de voir que l'on ne doit pas négliger de marquer sur le tableau la nature de la terre qui compose les chemins : si c'est de l'argile, la moindre des pluies les rend impraticables, l'on en sent aisément la raison : si c'est terre légere & remplie de cailloux ; malgré les plus fortes pluies, trois ou quatre heures de beau temps les rendent praticables : enfin, l'on désignera si les chemins sont pavés. A l'égard des pentes, elles doivent être nivelées exactement ; & l'on marquera sur le tableau si l'on pourra faire passer les grosses armes, pour se porter de tel à tel autre point, & le nombre de chevaux qu'il faudra employer, eu égard au plus ou moins d'inclinaison des pentes. Si ces chemins sont inaccessibles aux grosses armes, & qu'il faille absolument en faire passer, il faudra reconnoître la nature des terres, & les différentes pentes de la montagne, pour proposer les moyens, ou de rendre le chemin praticable aux grosses armes,

ou de former un nouveau chemin dans tel endroit, qui sera désigné par un signe différent.

Si les chemins traversent des bois, l'on donnera le plan exact de ces bois; s'ils sont clairs ou fourrés, si ce sont des taillis ou des arbres de haute futaie; si plusieurs chemins, venant de tel ou tel endroit, traversent le bois, s'ils ont un ou plusieurs points de réunion; enfin, à quelle distance ils se trouvent les uns des autres.

Pour les rivieres, l'on observera leur gué, la hauteur des bermes, la qualité du terrein, la vîtesse du courant, leur situation à l'égard du pays, leur volume d'eau; si les montagnes sont près ou éloignées, & à quelle distance; si les bois sont à portée: si elles sont navigables & commerçantes; c'est-à-dire, si l'on peut compter sur un certain nombre de bateaux & de radeaux du pays.

Si les chemins qui conduisent à la riviere sont praticables; enfin si les bois sont propres à former des bateaux, des radeaux faciles, ponts de chevalets, &c.

L'on marquera exactement les gués sur le plan; & l'on développera, dans le

mémoire, leur profondeur & la vîtesse du courant. Il faudra aussi distinguer dans le plan les endroits les plus convenables pour la disposition d'un pont. A cet effet, l'on détaillera exactement la hauteur des bermes dans cet endroit, ainsi que la vîtesse du courant & la profondeur de la riviere : enfin l'on remarquera si, au débouché & à l'entrée, le terrein est sec ou marécageux. Il faudra indiquer les moyens de dessécher le terrein, dans le cas où il ne seroit pas possible de trouver une meilleure position.

L'on marquera aussi, que, du pont situé à tel endroit, l'on peut se porter à tel ou tel poste dans tel temps, & recevoir des secours & des provisions de telle & telle place dans tel temps.

L'on observera encore, si la riviere conserve toute l'année à peu près le même volume, ou si à la fonte des neiges elle franchit son lit & inonde la plaine. L'on ne sauroit trop s'informer de cette circonstance, & des temps où elle arrive ordinairement.

L'on saura donc de quel endroit la riviere prend sa source, si elle reçoit plusieurs torrents, si les torrents ne sont formés que par les fontes des neiges, &

bourgs & villages qui sont situés dans le pays. A l'égard des villes, l'on fera mention de leurs fortifications, des commandements, chemins creux, bosquets, maisons, &c., dont on pourroit profiter pour accélérer l'attaque, ou bien dans le cas de la défensive, des parties les plus foibles; les moyens de réparer les défectuosités; les secours que l'on peut retirer de ces Villes, &c.

A l'égard des bourgs, villages, hameaux & châteaux, l'on aura soin de joindre au plan de ces endroits un second plan dans lequel ils seront fortifiés. Le projet de la fortification sera appuyé sur la situation du poste; & l'on indiquera les endroits où l'on pourra trouver les matériaux pour exécuter le projet.

Au sujet des positions où l'on pourroit établir un camp, l'on s'attachera à entrer dans tous les détails les plus scrupuleux, soit sur les commandements dont il feroit nécessaire de se rendre maître; soit par rapport aux chemins, villages, bois, &c. Remarquer, par exemple, si l'on sera à portée de se procurer de l'eau, du bois, du fourrage, &c.

Enfin l'on ne doit rien omettre; & re-

garder la plus légere négligence, comme une circonstance qui pourroit occasionner des malheurs quelquefois irréparables.

PROBLÊME TREIZIEME.

L'on propose de lever le plan des fortifications d'une Ville, & de l'interieur de ses rues.

SOLUTION.

CETTE opération peut se faire de deux manieres; premiérement, en parcourant l'intérieur des parapets; secondement, en faisant extérieurement le tour de l'enceinte.

Supposons que l'on veuille opérer sur les parapets: comme ils ont trois toises de largeur, l'on pourra par-tout avoir assez d'espace pour disposer la planchette.

Prenez une courtine pour base; placez des piquets à tous les angles des demi-lunes des autres ouvrages extérieurs; distinguez le piquet placé sur l'angle saillant de la demi-lune, il servira de repair: visez à tous les piquets, en faisant attention de marquer, sur chacun des rayons, le nom de l'objet auquel il est dirigé: par exemple, sur les rayons tirés

aux angles de l'épaule, & à l'angle faillant de la demi-lune, écrivez : *A l'ang. de l'ép. de la dem.; à l'ang. faill. de la dem.*, ainsi des autres. Observez le plus grand ordre possible; & comme dans ces sortes d'opérations il y a quantité de rayons, n'oubliez point de vérifier la base avant de viser à un nouvel objet.

Etant sur le parapet, il est aisé de comprendre qu'en plaçant des piquets aux angles du flanc, il feroit difficile d'obtenir une intersection nette pour la position de ces points; aussi se contentera-t-on d'y diriger des rayons, de mesurer ces rayons sur le terrein, & de les rapporter sur la planchette par le moyen de l'échelle.

Par exemple, imaginez la planchette à l'extrêmité d'une base & près de l'angle du flanc; faites planter un piquet à cet angle; visez à ce piquet : tirez le rayon sur la planchette; mesurez la distance de la planchette à ce premier angle du flanc, & rapportez cette mesure, par le moyen de l'échelle, sur la planchette : portez la planchette à l'autre extrêmité de la base; visez à tous les piquets; & pour avoir l'autre extrêmité de la courtine, c'est-à-dire l'autre angle du flanc,

opérez à cette seconde extrêmité, comme nous venons de le dire pour la premiere.

Comme en prenant la courtine pour base, il aura été facile de prendre la position des angles de l'épaule, laissez subsister les piquets à ces angles, ils serviront de repairs pour la nouvelle base; envoyez un servant planter un piquet près du premier angle du flanc à l'autre front; traversez la gorge du bastion, & par le moyen de cette base, il sera facile d'avoir le plan du bastion. Otez tous les piquets placés aux angles des ouvrages qui formoient le front précédent; placez-les dans le même ordre sur le nouveau front; déterminez une base le long de la courtine, qu'il sera facile de fixer par l'angle flanqué du bastion, ou par l'angle de l'épaule, que l'on regardera comme deux repairs.

Les principales lignes étant fixées, rien n'est plus simple que d'achever le reste; il suffit de mesurer les différentes largeurs de la banquette du rempart, du talut intérieur, & du chemin couvert, & de mener des paralleles aux distances qu'observent ces différentes dimentions.

Dans les opérations que nous venons de

de décrire, nous avons préféré de prendre toujours les bases ſur la courtine. La raiſon en eſt ſimple ; les baſes, dans cette poſition, étant beaucoup plus grandes, les interſeƈtions s'appercevront facilement ; d'ailleurs l'on accélere l'opération, puiſque pour lever le plan des fortifications d'une place, il ſuffira de ſuivre les courtines.

Si dans le cours des opérations l'on étoit arrêté par quelque obſtacle : par exemple, ſuppoſons que l'on ſoit arrivé à une courtine, ſur le milieu de laquelle il y a une porte ; l'on voit aiſément qu'on ne peut point déterminer de baſe ſur cette courtine, puiſque l'élévation de la porte doit empêcher d'en découvrir la moitié : alors arrivé près de l'angle du flanc, envoyez planter un piquet ſur un point quelconque du parapet de la demi-lune, & dans une poſition cependant d'où l'on puiſſe découvrir l'angle flanqué, ou l'angle de l'épaule du baſtion, & la moitié de la courtine cachée par l'élévation de la porte. Cela poſé, viſez à ce piquet, tranſportez-y la planchette ; & par le moyen de l'angle flanqué, ou de l'angle de l'épaule, fixez ſur l'inſtrument le point

où vous vous trouvez ; assurez-vous de la position de ce point en vérifiant l'opération ; par le moyen de cette base, fixez l'angle saillant & l'angle de l'épaule du bastion suivant, & envoyez un servant planter un piquet près du second angle du flanc qui ne pouvoit se découvrir de la premiere position ; transportez-y la planchette, & déterminez le point où vous vous trouvez, en vous servant, pour repair, de l'angle flanqué ou de l'angle de l'épaule du second bastion ; continuez de même l'opération.

Il ne peut donc se présenter aucune difficulté pour lever les fortifications d'une place en parcourant les parapets, puisque par le moyen des repairs il est toujours possible de se transporter à tel ou tel endroit, & de choisir la position la plus convenable pour continuer & accélérer l'opération. Il est essentiel, pour éviter la confusion dans les lignes tracées sur la planchette, d'observer le plus grand ordre, & de mener les lignes de construction à mesure que les intersections les ont fixées.

Le plan des fortifications étant achevé, si l'on veut y joindre celui de la campagne, il suffira de laisser subsister des

piquets aux angles faillants de trois demi-lunes, ou de trois baftions; l'on tranfportera la planchette fur un point de la campagne, d'où l'on puiffe appercevoir les trois piquets dont on a la pofition fur la planchette; par le moyen de ces trois points, l'on fixera fur l'inftrument la pofition où l'on fe trouve, & l'on continuera l'opération fuivant les principes que nous avons établis jufqu'à préfent.

Comme cette opération ne peut s'exécuter dans un feul jour, il eft bon d'obferver qu'avant de finir la derniere opération, l'on doit planter deux petits piquets aux extrêmités de la bafe, & deux autres aux deux derniers points que l'on a déterminés; ces deux piquets feront enfoncés avec un maillet, & ne doivent pas excéder la furface du terrein de deux ou trois pouces; ils fervent à reprendre le lendemain la même bafe, & à fixer la planchette dans la pofition où elle fe trouvoit la veille, afin de pouvoir continuer l'opération.

Si l'on veut paffer des fortifications dans l'intérieur de la place, l'on fixera un piquet fur le pont & vis-à-vis la porte; & par le moyen de quelque pofition

trouvée ou rapportée, si c'est sur un nouveau papier que l'on opere, l'on déterminera la position de ce point, d'où l'on entrera dans la ville, que l'on suivra de rue en rue. Cette derniere opération se fait à la chaîne, parce qu'il est assez difficile de rencontrer des rues assez larges pour avoir des intersections. Cependant s'il est possible d'avoir quelque repair, l'on fera bien d'en profiter. Les places publiques seront les points de réunion, & serviront à vérifier le plan : pour cela, lorsque vous serez arrivé sur une place, avant de la quitter, faites planter deux piquets aux extrêmités de la base ; ces piquets seront fixés solidement, pour pouvoir les retrouver après un certain temps : lorsqu'après une suite d'opérations l'on revient par une autre rue sur la même place, l'on fera planter de grands piquets à côté des petits, & il sera facile de reconnoître si l'opération est juste, soit en mesurant, soit par le moyen des rayons.

Nous ne saurions donner que des regles générales sur ces sortes d'opérations, puisque l'ordre que l'on doit suivre, dépend absolument de la configuration de l'espace que l'on propose de lever.

Si dans le cours de l'opération, lorſqu'on leve l'intérieur de la ville, l'on peut appercevoir quelque clocher, il en faudra prendre la poſition : il eſt même néceſſaire de diriger un rayon viſuel, lors même que l'on verroit qu'il ſeroit impoſſible d'en déterminer la poſition par une ſeule baſe; parce que dans la ſuite l'on peut arriver dans un point d'où l'on apperçoive le même clocher; alors le rayon ayant été tiré de l'extrêmité d'une baſe quelconque, il ſera toujours poſſible de fixer la poſition du point où l'on ſe trouve. Cette poſition priſe, ſervira à vérifier l'opération toutes les fois que l'on apperçevra ce repair : ce que je dis pour un point, doit s'entendre pour pluſieurs, s'il étoit poſſible de fixer leur poſition.

Lorſque la planchette eſt établie ſur le parapet de l'enceinte, il eſt facile d'appercevoir les clochers, tours & autres objets remarquables qui ſe trouvent dans l'intérieur de la ville ; il ſera aiſé de prendre la poſition de ces points dans le même temps que l'on travaillera à fixer le plan des ouvrages de fortification.

L'on peut lever le plan des fortification d'une ville, en opérant extérieure-

ment, c'eſt-à-dire en faiſant le tour de ſon enceinte.

Si les angles de la fortification s'apperçoivent facilement, il ſera inutile d'y placer des piquets; cependant pour mieux fixer les angles, & avoir le plan plus exact, il ſera toujours prudent de mettre des piquets. Imaginez donc un front garni de piquets placés aux angles de la fortification.

Etabliſſez une baſe dans la campagne, des extrêmités de laquelle vous puiſſiez appercevoir le plus de points poſſible; meſurez cette premiere baſe avec beaucoup d'exactitude, & prenez la poſition de trois repairs; placez ces repairs dans la plaine, & aſſez éloignés les uns des autres, ou choiſiſſez trois clochers ou tours dans l'intérieur de la ville: prenez exactement la poſition des repairs; viſez aux différents points, & diſtinguez les rayons, en marquant ſur chacun d'eux le nom abrégé de l'objet auquel ils ſont dirigés; quelquefois il ne ſera néceſſaire que d'une ſeule baſe pour achever le plan d'un front de fortification; mais ſi la campagne eſt couverte d'arbres, ou que le nombre des ouvrages étant multiplié l'on craigne de confondre les

rayons, & de n'avoir pas des interſections nettes, il ne faut pas héſiter de prendre deux ou même trois baſes, s'il eſt néceſſaire.

S'il ſe rencontre des obſtacles qui empêchent abſolument de faire le tour de l'enceinte, en allant de baſe en baſe : alors prenez la poſition de trois points dans la ville ; fixez une premiere baſe, au moyen de laquelle vous déterminerez la poſition de trois repairs ; viſez aux angles de la fortification, & tranſportez la planchette dans un point duquel vous puiſſiez appercevoir les repairs & les angles auxquels vous viſez.

Déterminez la poſition du point ſur lequel vous vous trouvez, par le moyen de trois repairs. L'un de ces repairs ſervira à fixer la planchette ; & le point que vous venez de déterminer ſera l'extrêmité d'une nouvelle baſe, de laquelle il ſera facile d'interſéquer les rayons qui ont été menés de l'extrêmité de la premiere ; & cela ſans appercevoir l'autre extrêmité de cette baſe. L'on peut opérer de cette maniere, & lever le plan des ouvrages de fortification.

C'eſt ſur-tout lorſqu'il s'agit de lever le plan des fortifications d'une place que

l'on attaque, qu'il faudroit employer cette derniere méthode. En effet, à la diſtance de cinq cents toiſes de la ville, l'on peut établir une premiere baſe, par le moyen de laquelle il ſera facile de fixer la poſition de trois clochers ou de trois jalons, que l'on feroit placer à ſoixante ou quatre-vingts toiſes de la baſe; c'eſt-à-dire que l'opération ſe feroit entre les repairs & la ville. Par cette précaution l'on éviteroit de meſurer les baſes, & l'on pourroit tranſporter la planchette dans les endroits les moins dangereux; puiſque une fois les trois repairs étant fixés, il eſt facile d'opérer en plaçant la planchette dans tel point que l'on juge à propos.

Les repairs étant fixés ſur la planchette, étudiez la poſition des ouvrages que vous appercevrez, pour ne rien confondre; vous verrez toujours les angles flanqués, les angles de l'épaule des baſtions, & les angles flanqués de la demi-lune. Prenez la poſition de ces points, avec leſquels il ſera facile d'achever le reſte; d'ailleurs avant de mettre le ſiege devant une place, l'on fait ordinairement les ouvrages qui la compoſent; & une fois que l'on aura déterminé géométriquement quelques parties des principaux

ouvrages, il ſera aiſé, ſur les renſeignements que l'on peut avoir d'ailleurs, d'achever le plan, pourvu que l'on ſe ſoit étudié à ſe former le coup d'œil. Une nuit favorable peut mettre au fait de la largeur des foſſés, & des ouvrages que l'ennemi peut avoir faits dans leur intérieur. Avec de la prudence, du ſang froid, & de la bravoure, l'on choiſit l'inſtant le plus favorable, pour voir de près les ouvrages qui peuvent avoir été faits dans le foſſé, &c. Mais auparavant de mettre à exécution une entrepriſe auſſi périlleuſe, il eſt néceſſaire de former le plan des principales parties, d'étudier ce plan, de reconnoître l'endroit par lequel l'on veut approcher de la place ; en un mot l'on ne doit rien négliger pour ne pas rendre infructueuſe une démarche de laquelle dépend la vie des hommes, & quelquefois le ſort d'une place.

Le plan de la place étant achevé, la diſpoſition & la nature du terrein reconnues, il eſt facile de ſe déterminer pour l'attaque ; elle ſe trace ſur le plan. Alors rien n'eſt plus ſimple que de la rapporter ſur le terrein ; & cela ſans employer beaucoup de temps. Reconnoiſſez ſur le plan les principaux angles de l'attaque ; formez

des traits à ces points. Comme dans le plan proposé l'on a eu soin de fixer la position des trois repairs pris dans l'intérieur de la ville ou ailleurs ; en comparant le plan au terrein, l'on reconnoîtra aisément l'espace que contiendra l'attaque. Portez la planchette sur un point près de l'endroit où vous jugez que commenceront les attaques ; par le moyen des repairs, fixez la position du point sur lequel vous vous trouvez ; dispofez des aiguilles aux angles de l'attaque ; visez à travers les pinules, & faites planter des piquets à la distance de dix à vingt toises au plus : ces piquets seront numérotés, & n'excéderont pas la surface du terrein de trois pieds : la nuit il sera facile de mesurer les distances des points où la planchette étoit établie aux différents piquets ; & après avoir reconnu sur le plan, & par le moyen de l'échelle, le nombre des parties que contiennent les rayons, il sera facile de leur donner sur le terrein un égal nombre de toises, & de fixer les vrais points sur lesquels l'attaque est dirigée.

FIG. 141. L'on peut encore s'y prendre de la maniere suivante. Sur le plan de la Ville, l'on formera les attaques, en menant la

capitale *mk*; l'on remarquera exactement les points *a*, *g* & *k*, où les lignes de l'attaque rencontrent cette capitale. Des angles *i*, *e*, &c., l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur *ak*, & l'on remarquera les extrêmités *c*, *f* & *h* de ces perpendiculaires : cette opération étant faite ſur le plan, il s'agit de la rapporter ſur le terrein.

Diſpoſez la planchette près de la capitale, par le moyen de quelques points dont on aura pris la poſition ; ou bien déterminez cette capitale ſuivant ce que nous avons dit ; meſurez la diſtance inacceſſible MK, & vérifiez, par le moyen de l'échelle, ſi cette diſtance eſt plus grande ou plus petite que *mk*, il ſera facile de la rendre égale; le point K étant fixé, placez des aiguilles aux points *k* & *a*, & tranſportez la planchette au point K ; diſpoſez-la ſur ce point ; dirigez l'alidade contre les aiguilles *k* & *a*, & faites planter de petits piquets à vingt ou trente toiſes ſur la capitale, ces piquets n'excéderont pas la ſurface du terrein de plus de trois pieds, pour n'être point apperçus des aſſiégés.

La capitale étant fixée, le reſte de l'opération peut ſe faire pendant la nuit,

ou à la plus petite pointe du jour. Pour cela, meſurez, par le moyen de l'échelle, les parties *kh*, *hf* & *fc*; rapportez-les ſur le terrein aux points H & F; élevez des perpendiculaires, auxquelles vous donnerez autant de toiſes que ces mêmes lignes ſur le plan contiennent de parties de l'échelle; les points I & E feront déterminés, & par conſéquent les alignements KI & IE.

Au reſte, en ſuivant les principes que nous avons donnés juſqu'à préſent, il ſera facile de plier les opérations ſuivant les difficultés que le terrein peut préſenter.

Après avoir donné la méthode de lever les fortifications d'une place, il ſera facile de rapporter le projet d'une fortification ſur le terrein. Comme cette opération revient abſolument à la maniere de rapporter un plan, nous croyons qu'il ne doit reſter aucune difficulté là-deſſus; auſſi n'inſiſterons-nous pas davantage ſur ces ſortes de propoſitions.

Il faudra remarquer ſeulement, que ſi le projet occupe un eſpace conſidérable, la grandeur des planchettes ordinaires ne permettroit pas de le contenir entiérement; d'ailleurs, pour que l'opération

s'exécute avec justesse, il est essentiel de travailler sur un plan où tout soit sensible; alors l'opération se fera par parties.

PROBLÊME QUATORZIEME.

Souvent il arrive qu'en voulant déterminer une distance considérable par le moyen de la planchette, l'intersection semble se confondre à une certaine distance; ce qui fait que l'on n'est point assuré de la position de l'objet auquel l'on vise. Voici de quelle maniere on peut obvier à cet inconvénient. Supposons que l'on veuille déterminer la situation de l'objet G *par le moyen de la petite base* AB.

SOLUTION.

LA planchette étant disposée successivement aux points A & B, extrêmités de la base, l'on visera à l'objet G, & l'on apportera l'attention la plus scrupuleuse pour fixer la position des rayons; cela posé, il peut arriver que l'intersection se fasse hors de la planchette; mais supposons, dans l'un & l'autre cas, que l'éloignement est tel que l'intersection formée Fig. 142.

par les deux rayons BG & AG, ne peut ſe découvrir.

Si l'interſection ſe forme hors de la planchette, rapportez ſur un plus grand papier les angles A & B, ainſi que la baſe AB ; alors l'inclinaiſon des deux rayons étant déterminée & vérifiée pluſieurs fois, prolongez-les juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent.

Prolongez la baſe AB indéfiniment vers C, & portez AB quatre, cinq, ſix, ſept fois, &c. de B en C ; vérifiez cette opération ; enſuite choiſiſſez ſur le papier un point D du rayon AG un peu éloigné de la baſe AB ; par ce point, menez une parallele DF à AC ; vérifiez encore exactement la poſition de cette ligne. Obſervez le point E où elle rencontre l'autre rayon BG ; alors portez DE ſur EF, autant de fois que BC contient AB ; c'eſt-à-dire, faites AB : BC :: DE : EF ; marquez le point F ; par ce point & le point C, menez le rayon indéfini FC, il rencontrera les deux autres au point G, & fera découvrir la vraie poſition.

DÉMONSTRATION.

LES deux lignes AG & BG concourent au point G, mais par conſtruction

AB : BC :: DE : EF; donc les trois lignes AG, BG & CG concourront au même point G.

REMARQUE.

PLUS le point G fera éloigné de AB, plus auffi l'on doit mettre de l'éloignement entre les deux paralleles DF & AC; parce qu'alors les points F & C étant plus éloignés, l'on déterminera la pofition de FG avec plus de précifion.

L'on remarquera encore que toutes les lignes de conftruction doivent fe fixer avec la pointe d'un compas; & lorfque l'on fe fervira de la regle pour fixer la pofition des lignes, l'on aura foin de reconnoître exactement les points. L'on voit aifément que la moindre erreur que l'on commettroit en fixant la parallele ou la pofition du point F, conduiroit à un réfultat entiérement faux.



PROBLÊME QUINZIEME.

Trois points B, C *&* D *ſont donnés, & l'on voudroit faire paſſer par ces trois points une route qui allât en ligne droite de* B *en* C, *& de* C *en* D : *les diſtances qui ſéparent ces points, & les obſtacles que le terrein préſente, empêchent de voir les points* B *&* D *de la poſition* C.

SOLUTION.

FIG. 143. SI la poſition du chemin eſt près d'un côteau ou d'une montagne, choiſiſſez pluſieurs points E & F, & G, &c., auxquels vous ferez planter pluſieurs grands jalons; ils ſerviront de repairs pour l'opération ſuivante. S'il n'y a aucune élévation, alors vous placerez les repairs à meſure que vous en aurez beſoin. Cela poſé, faites planter de gros piquets aux points D, C & B; meſurez une premiere baſe IH; prenez exactement la poſition du point D, ainſi que celle du repair G; fixez une autre baſe IK; enfin par le moyen des repairs & des baſes IK, KL, LM, &c., fixez la poſition des repairs & des points D, C & B. Arrivé à la derniere baſe ON, fixez exactement la poſition

poſition du point B; tranſportez la planchette au point B, mettez le point B de la planchette ſur ſon correſpondant du terrein; aſſurez-vous de cette opération, par le moyen des repairs. Alors, comme BC ſera déterminé ſur la planchette, placez des aiguilles à ces deux points, & faites planter pluſieurs piquets ſuivant l'alignement qu'indiquera l'alidade; mais il faut obſerver de vérifier pluſieurs fois les rayons BO & BE que l'on apperçoit du point B, avant de faire planter les piquets. Suppoſons que ces obſervations étant faites, vous ayiez fait planter trois ou quatre piquets, ſuivant l'alignement fixé par l'alidade placée contre les aiguilles B & C de la planchette; alors tranſportez la planchette au point N; menez ſur le plan des lignes quelconques NP & NR qui rencontreront la ligne BC ſur le plan aux points P & R; meſurez ſur l'échelle le nombre de parties que ces lignes contiennent. Cela poſé, après vous être aſſuré de la poſition du point N, & après avoir vérifié l'alignement NB de la planchette & du terrein, placez des aiguilles aux points P & R fixés ſur la planchette; & après avoir placé l'alidade contre les aiguilles N & P, faites planter des piquets

ſuivant cet alignement ; meſurez alors autant de toiſes ſur le terrein, de N en P, que vous avez trouvé de parties de l'échelle pour la ligne NP de la planchette ; placez un piquet au point P ; déterminez de même le point R. Alors vérifiez ſi les piquets P & R, déterminés de cette maniere ſur l'alignement de BC, ſont dans le même alignement que les piquets qui ont été fixés lorſque la planchette étoit à la poſition B : ſi cela arrive, vous pouvez être aſſuré de la bonté de l'opération. Alors prolongez l'alignement BPR ; & il paſſera par le point C.

Quelque attention que l'on apporte à cette opération, il ne faut pas eſpérer d'arriver préciſément au point C, mais l'on ne s'en écartera guere. Il m'eſt arrivé de faire une opération de cette eſpece ; je ſuivis exactement les procédés que je viens de décrire. L'intervalle des points B & C étoit de ſept cents quarante-huit toiſes ; je m'écartai de deux pieds & demi du point d'arrivée. Comme le terrein ſur lequel j'opérois étoit extrêmement couvert d'arbres fruitiers & de hautins, j'apportai tous les ſoins poſſibles pour ne faire couper aucun arbre mal-à-propos ; pour cela je traçai l'alignement ſans faire

abattre aucun arbre ; & après m'en être assuré, je pris des ouvriers, & me tenant derriere un piquet, je faisois mettre à bas l'arbre qui couvroit le piquet suivant ; & ainsi de suite je pratiquai de cette maniere une trouée très-étroite : alors du point B je découvris le point C, & je fis placer au point C une perche à laquelle j'avois attaché un drap étendu. Cela fait, la ligne que j'avois tracée, fut celle du milieu du chemin ; j'élevai des perpendiculaires de distance en distance par la méthode enseignée au Chapitre des Piquets ; les perpendiculaires me fixerent la largeur que je voulois donner au chemin.

Il seroit à souhaiter que ceux qui sont chargés de tracer les chemins, apportassent plus de soin qu'ils ne le font pour l'ordinaire : j'ai vu des injustices criantes, causées par des opérations fausses.

Remarque.

Nous joindrons ici les maximes générales qu'il faut suivre dans la construction des chemins ; elles seront étendues autant que les bornes de cet Ouvrage le permettront.

MAXIME I.re

LE plan du chemin projeté étant exactement levé, l'on obſervera ſi le chemin paſſe par des côteaux; alors l'on nivelera le terrein, & l'on diſtinguera les deſcentes qui auront plus d'un pied ſur dix pieds de pente, afin de chercher à les adoucir. Dans tous les cas il faudra obſerver la nature des terres dans les montées & les deſcentes, les bois, les cailloux, graviers & pierres qui ſeront à portée des endroits où il ſera néceſſaire. Tout cela doit être marqué avec la derniere exactitude ſur le tableau des opérations.

MAXIME II.

LORSQUE pour les grands chemins l'on ne conſidérera que la néceſſité, les plus grandes routes auront trente-ſix pieds; les moins conſidérables, trente pieds; & les chemins de traverſe, vingt pieds. Les chemins qui auront trente-ſix pieds de largeur, auront trois pieds de berme, trois pieds de foſſé, & vingt-quatre pieds d'empiétement, & à proportion des chemins de la ſeconde & troiſieme grandeur.

Lorſqu'il s'agira de traverſer une forêt, l'on donnera au moins ſoixante pieds

d'ouverture au chemin, ſoit pour que le courant de l'air ſoit plus libre, & par conſéquent le terrein plus ſec, ſoit auſſi pour la ſûreté des voyageurs.

MAXIME III.

LORSQUE le chemin ſera aſſis ſur un terrein marécageux, les foſſés doivent avoir plus de profondeur; & l'on donnera un libre écoulement aux eaux, ſoit par des couliſſes qui traverſeront les chemins, ſoit par des foſſés qui meneront les eaux dans les marais, ou dans des ruiſſeaux à portée.

Les foſſés des chemins ſitués dans ces ſortes de terreins, doivent être revêtus de gazon ou de murs à pierres ſeches; dans la conſtruction de ces murs, les pierres doivent être poſées en *boutiſſe* & non en *parement*; les aſſiſes des pierres ſeront poſées perpendiculairement au talut que l'on donnera au foſſé.

Dans des terreins marécageux, l'on emploiera avec ſuccès des faſcines de bois verd, placées immédiatement ſur le gazon, & de proche en proche; l'on mettra par-deſſus une couche de gros foin de marais, & enſuite les matériaux dans la proportion ſuivante.

Les plus gros matériaux se placeront sur le fond ; les plus petits, sur ceux-là ; & par-dessus tout, l'on placera un pied de gravier fin.

Les terres des fossés doivent être jetées sur les bermes, & non au milieu.

L'on donnera un pied de bombage sur un empiétement de vingt-quatre pieds de largeur.

Dans les commencements l'on aura soin de recharger les chemins, & de remplir les ornieres ; cela est de la derniere conséquence.

MAXIME IV.

SI le chemin est disposé sur une pente, les terres que l'on pourra tirer du sommet, seront portées dans le bas ; ce qui diminuera la pente.

Si elle est considérable, & qu'il soit impossible de passer ailleurs, il faudra les adoucir par des contours ; l'on étudiera à cet effet la disposition de la montée, pour choisir les contours dans la position la plus favorable ; les montées un peu rapides doivent être pavées, de même que le fossé du côté supérieur ; l'on pratiquera des écoulements de distance en distance ; ces écoulements traverseront la largeur du chemin.

Dans les coudes l'on aura ſoin de donner plus de largeur au chemin.

Lorſque le chemin doit être établi ſur un roc, l'on commence par l'égaliſer, on le couvre enſuite de deux pieds d'épaiſſeur de gros matériaux, & l'on acheve en employant les plus petits.

Si le chemin eſt établi dans des pays où les neiges craignent d'effacer la route, l'on aura ſoin de placer des perches de diſtance en diſtance ; elles ſerviront à guider les voyageurs.

MAXIME V.

LORSQUE les chemins côtoieront des rivieres ou des torrents, ils doivent être élevés de deux pieds au moins au-deſſus des plus fortes inondations ; ces chemins ſeront garantis par des digues, auxquelles l'on donnera beaucoup de ſolidité. Les chemins coûtent aſſez de peine aux malheureux particuliers, pour que l'on mette tous ſes ſoins à ce qu'ils ne ſoient point obligés de revenir une ſeconde fois à un travail qui les réduit ſouvent à la mendicité. Qu'il ſeroit avantageux pour le bien public, que le Miniſtere daignât jeter un coup d'œil ſur ces ſortes de travaux, & changeât la maniere dont on emploie les habitants de la campagne !

L'on a vu ſouvent, lors de la conſtruction de nos chemins, de ces malheureux implorer l'aſſiſtance des paſſants.

Les bornes de cet Ouvrage ne me permettent pas de pouſſer ces réflexions plus loin ; je les ai puiſées dans des Auteurs recommandables.

Paſſons maintenant à l'uſage de l'*Altimetre de mon pere*, & de la Planchette par le moyen de laquelle l'on peut déterminer les hauteurs.

USAGE
DE
L'ALTIMETRE.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propoſe de déterminer la hauteur inacceſſible HI.

SOLUTION.

FIG. 144. L'ON déterminera la diſtance horizontale EI ; ſuppoſons qu'elle réponde à BC ſur la planchette. Cela poſé, après avoir diſpoſé la planchette le plus horizontalement qu'il eſt poſſible, l'on avancera l'alidade mobile F, juſqu'à ce qu'elle marque ſur la regle une partie BO

qui contienne autant de parties égales de l'inſtrument que EI contient de toiſes ; c'eſt-à-dire que ſi FI contient trois cents quarante-quatre toiſes, l'on avance l'alidade mobile FO juſqu'à ce que l'index marque ſur la baſe trois cents quarante-quatre diviſions : alors l'on placera l'altimetre ſur la planchette, de maniere que l'alidade fixe AB ſoit ſur le point B, extrêmité de la baſe BC ſur la planchette ; l'on baiſſera le curſeur oculaire A, juſqu'à ce qu'il marque ſur la regle une diviſion exacte ; c'eſt-à-dire que AB ſoit de quarante, cinquante, ou ſoixante parties. Toutes ces choſes ainſi diſpoſées, l'on placera une aiguille C ſur l'alignement BC, & l'on diſpoſera l'altimetre contre les deux aiguilles B & C : alors regardant par l'oculaire A, lon levera ou l'on baiſſera le curſeur objectif D, juſqu'à ce que le petit diametre raſe le ſommet H de la montagne ; alors ſi l'on retranche le nombre de diviſions contenues dans DO, du nombre de diviſions contenues dans AB, le reſte indiquera le nombre de toiſes contenues dans la hauteur de la montagne.

DÉMONSTRATION.

LES deux triangles APD & ALH

étant semblables, donnent cette proportion, AP ou BO : PD :: AL : LH. Mais par construction, BO contient autant de parties égales de l'instrument, que EI, ou AL, contient de toises ; donc PD sera correspondant à HL ; donc le nombre de parties contenues dans PD, sera le nombre de toises contenues dans HL : ajoutant à ce résultat la hauteur de la planchette, la somme donnera la hauteur entiere de l'objet.

Remarque.

Si l'on proposoit de déterminer la hauteur GH d'une tour située sur le sommet d'une montagne, il faudroit, suivant ce que nous venons de dire, déterminer la hauteur entiere GI, en visant au sommet G de la tour ; & cherchant ensuite la hauteur HI, la différence de ces deux résultats donneroit la hauteur demandée GH.

Enfin, si l'on vouloit déterminer la distance oblique AH ; comme l'on connoît les deux côtés AL & HL du triangle rectangle ALH, $\sqrt{AP^2 + PD^2}$ donneroit AD, & par conséquent AH.

Fig. 145. Enfin, si au lieu de vouloir déterminer une hauteur, l'on proposoit de dé-

couvrir une profondeur IK, ou, ce qui revient au même, déterminer à quelle hauteur l'on se trouve par rapport au point K, l'on résoudroit cette question de la maniere suivante.

L'on détermineroit la distance BE horizontale & correspondante à AC; alors disposant l'oculaire A à une division exacte, & l'altimetre suivant ce que nous avons indiqué précédemment, l'on baisseroit l'objectif D jusqu'à ce que le rayon visuel correspondît au point K; & l'on acheveroit le reste comme dans le Problême précédent.

Enfin, si l'on vouloit déterminer la hauteur IK d'une tour, l'on chercheroit la hauteur entiere CK & la partie CI, la différence de ces deux résultats donneroit la hauteur IK.

La démonstration de ces opérations est absolument la même que celle du Problême premier.

Il peut arriver, dans la pratique de cet instrument, une difficulté que nous allons résoudre. Supposons que l'extrêmité de la verticale que l'on veut déterminer, soit éloignée de la position où l'on se trouve, de deux mille cinq cents quatre-vingts toises; comme le nombre de divi-

ſions que contient la baſe de l'inſtrument, eſt plus petit que deux mille cinq cents quatre-vingts, l'on prendra le dixieme, ou toute autre partie aliquote de cet éloignement ; le dixieme donnera 258 : l'on approchera l'alidade mobile à la diviſion 258, & l'on achevera le reſte comme il a été dit précédemment : il eſt clair qu'ayant rendu la baſe dix fois plus petite, la hauteur ſera moindre dans cette proportion ; ainſi il faudra multiplier par 10 le réſultat que l'on trouvera.

En général, après avoir diviſé la diſtance horizontale par un nombre qui lui ſoit aliquote, l'on multipliera le réſultat par le diviſeur, & le produit ſera le réſultat que l'on doit avoir.

Il eſt inutile d'inſiſter davantage ſur l'uſage de cet inſtrument ; ce que nous en avons dit doit mettre en état de réſoudre les autres queſtions, qui ne ſeroient qu'une répétition ou une combinaiſon du Problême précédent & de cette Remarque.

L'on peut être aſſuré de la juſteſſe des opérations, lorſque les interſections ſur la planchette pourront donner exactement les projections horizontales.

Je m'en ſuis toujours ſervi avec ſuccès

dans des diſtances de 2300 toiſes, où il s'agiſſoit de déterminer des hauteurs de 540, 780 & 948 toiſes.

PROBLÊME DEUXIEME.

L'on propoſe de déterminer par le moyen de la Planchette, dont nous avons donné la conſtruction, la hauteur HF.

SOLUTION.

L'ON déterminera, comme à l'ordinaire, la projection horizontale EF, correſpondante à *a*C ſur la planchette; du point C de la planchette, l'on élevera, par le moyen de l'équerre ou du compas, la perpendiculaire indéfinie CD; alors l'on avancera la planchette D, & on la diſpoſera dans une ſituation verticale: la conſtruction de l'inſtrument donne la facilité de lui donner cette poſition. Cela poſé, l'on placera les deux regles M & A, & l'on diſpoſera *a*C horizontalement: ce qui ſe fera par le moyen d'un à plomb, dont le fil étant ſur la verticale DC, indiquera que la baſe *a*C eſt horizontale: alors fixant la regle A contre l'aiguille *a*, & portant la main à la couliſſe N, l'on dirigera la regle AB

FIG. 146.

au ſommet H, de maniere qu'elle n'abandonne point l'aiguille *a* ; cette regle coupera la verticale au point B ; & la partie BC, portée ſur l'échelle, indiquera le nombre de toiſes contenues dans la hauteur.

Il eſt inutile d'obſerver que le point *a* doit correſpondre verticalement ſur le point E, extrêmité de la baſe ſur le terrein, & que la planchette doit être dans le plan vertical qui paſſe par le ſommet H de l'objet.

La démonſtration eſt fondée ſur les propriétés des triangles ſemblables, ainſi qu'il eſt aiſé de s'en appercevoir.

Remarque.

L'inspection de la figure indique le procédé que l'on devra ſuivre, lorſqu'il s'agira de déterminer à quelle hauteur l'on ſe trouve d'un point donné, Fig. 147. ainſi que la queſtion dans laquelle il s'agiroit de déterminer la hauteur d'un objet EF, ſitué au-deſſous de la poſition dans laquelle l'on ſe trouve. Enfin ſi le rayon qui donne la projection horizontale ſur la planchette, étoit dans une poſition telle que la perpendiculaire DC ne fût pas aſſez conſidérable pour obtenir

une interſection, l'on pourroit rapporter cette baſe dans un endroit plus commode ſur la planchette ; & ſi cette projection eſt trop conſidérable, l'on pourra en prendre le tiers, le quart, ou le cinquieme, & opérer ſur cette projection, comme nous l'avons indiqué dans le Problême précédent ; l'on aura attention ſeulement de multiplier le réſultat par le nombre qui indique la partie aliquote que l'on a priſe ; c'eſt-à-dire, que ſi l'on a fait la projection horizontale cinq fois plus petite, il faut multiplier par 5 le réſultat; & ainſi des autres.

Nous avons employé cet inſtrument avec ſuccès, dans une opération où il s'agiſſoit de déterminer une hauteur de 134 toiſes ; nous en étions éloignés de 740 : dans un autre endroit, nous prîmes une hauteur de 243 toiſes ; & nous en étions éloignés de 1243.

Nous n'inſiſterons pas davantage ſur les propoſitions que l'on pourroit réſoudre avec cet inſtrument; elles ſeroient comme dans l'altimetre, ou ſemblables au Problême précédent, ou une combinaiſon de ce Problême & de la Remarque.



CHAPITRE V.

DU NIVELLEMENT.

Définition.

Fig. 148. Le nivellement eſt l'art de déterminer, à l'aide d'un inſtrument qu'on appelle *niveau*, deux ou pluſieurs points également éloignés du centre de la terre. Ainſi en déterminant pluſieurs points A, D & E également éloignés de la ſurface CF de la terre, ADE ſera réellement la ligne du niveau. Comme avec le niveau, l'on viſe, ſuivant une ligne droite AG' tangente à la ſurface du globe, l'on voit qu'il eſt aſſez difficile d'avoir exactement la ligne du vrai niveau. En effet, au lieu de déterminer le point D qui appartient exactement à la ligne du vrai niveau, l'on détermine le point H qui appartient à la ligne AH, qui eſt la ligne de niveau apparent; il eſt vrai qu'à de petites diſtances les deux lignes AH & AD peuvent être priſes l'une pour l'autre, parce que toutes les deux ſont infiniment petites, par rapport à la circonférence du globe.

DH

DH étant donc, comme on le voit, l'excès du niveau apparent AH ſur le vrai niveau AD, l'on s'apperçoit auſſi qu'à meſure que la ligne AG′ de niveau apparent devient conſidérable, alors l'excès du niveau apparent ſur le vrai niveau ADL, qui eſt dans cet exemple G′L, ſera ſenſible, & deviendra d'autant plus grand que AG′ augmentera.

Sur une diſtance conſidérable, il faut donc avoir égard à l'excès du niveau apparent ſur le vrai. Voici comment on le détermine.

CA étant tangente au cercle donné Fig. 149. $\overline{CA}^2 = CG \times CF$, donc $CF = \frac{\overline{CA}^2}{CG}$; mais GF, qui eſt le diametre de la terre, étant infiniment grand par rapport à CF, l'on pourra prendre GF pour CG, & l'erreur ſera inſenſible, comme nous le ferons voir dans un inſtant; donc l'expreſſion $CF = \frac{\overline{CA}^2}{CG}$ pourra ſe changer en celle-ci, $CF = \frac{\overline{CA}^2}{GF}$. Nous démontrerons de même, que $BE = \frac{\overline{BA}^2}{EM}$, mettant

les deux égalités en proportion, l'on aura $CF : BE :: \frac{\overline{CA}^2}{GF} : \frac{\overline{BA}^2}{EM}$; mais $GF = EM$, comme diametre du même cercle; donc en multipliant le dernier rapport par GF, l'on aura $CF : BE :: \overline{CA}^2 : \overline{BA}^2$; c'eſt-à-dire que les excès du niveau apparent ſur le vrai niveau, ſont entr'eux comme les quarrés des diſtances.

Cette propoſition eſt le principe ſur lequel ſont fondées les valeurs que l'on trouvera calculées dans la Table qui termine ce Chapitre.

Il reſte maintenant à éclaircir cette difficulté; l'expreſſion $CF = \frac{\overline{CA}^2}{CG}$, que l'on devoit avoir rigoureuſement, s'eſt changée en celle-ci, $CF = \frac{\overline{CA}^2}{GF}$; c'eſt-à-dire que nous avons ſubſtitué GF à la place de GC. Voyons où nous conduira cette erreur; pour cela, il nous faut, ſuivant notre hypotheſe, déterminer l'excès du niveau apparent ſur le vrai, à la diſtance de mille toiſes, par exemple, dans la ſuppoſition de $CF = \frac{\overline{CA}^2}{GF}$; enſuite nous

calculerons à la même diſtance le même excès dans la rigueur géométrique ; & la différence des deux réſultats nous indiquera l'erreur.

Nous ſuppoſons premierement, d'après les obſervations qui ont été faites, que le diametre de la terre eſt de 6537166 toiſes $\frac{2}{3}$, ou de 5648112000 lignes ; l'on ſuppoſe de plus CA = 1000 toiſes, ou 864000 lignes ; alors $CF = \frac{\overline{CA}^2}{GF} = \frac{746496000000}{5648112000} = 132$ lignes $\frac{167}{1000}$; c'eſt-à-dire qu'à mille toiſes, l'excès du niveau apparent ſur le vrai, eſt de 132 lignes & $\frac{167}{1000}$; & cela en prenant dans l'expreſſion rigoureuſe $CF = \frac{\overline{AB}^2}{CG}$; en prenant, dis-je, CF à la place de CG. Voyons maintenant quel ſera l'excès du niveau apparent ſur le vrai, en calculant ſuivant l'expreſſion rigoureuſe $CF = \frac{\overline{AB}^2}{CG}$. Dans le triangle rectangle CAD, l'on a $CD = \sqrt{\overline{CA}^2 + \overline{AD}^2}$; or CA =

1000 toises, & AD = le rayon de la terre; égal par conséquent à $3268583\ \frac{1}{3}$ toises. Substituant ces valeurs, l'on trouvera CD = 32686583 & $\frac{4863}{10000}$. Or l'excès de cette derniere quantité sur le rayon DF de la terre est égal à $\frac{15297}{100000}$ toises, qui font 132 lignes & $\frac{167}{1000}$; & ce dernier résultat differe du premier de $\frac{1}{1000}$ de ligne; ce qui prouve que l'on peut prendre indifféremment l'une ou l'autre expression. Il est donc vrai que les excès du niveau apparent sur le vrai, sont entr'eux comme les quarrés des distances. Maintenant, si à une distance, comme 1000 toises, l'excès du niveau apparent sur le vrai est connu de 132 lignes $\frac{167}{1000}$, l'on sera en état de déterminer tout autre excès à une distance donnée. Par exemple, proposons-nous de déterminer l'excès du niveau apparent sur le vrai à la distance de 400 toises, l'on aura $\overline{1000}^2 : \overline{400}^2 :: 132\ \frac{167}{1000}$ est à un qua-

trieme terme qui ſera de 1 pouce 9 lignes; & ainſi des autres. C'eſt ſur cette propoſition qu'eſt calculée la Table que nous donnerons à la fin de ce Chapitre.

PRATIQUE
DU
NIVELLEMENT.

L'ON ſe ſert, comme nous l'avons obſervé, d'un niveau pour niveler. Cet inſtrument eſt un tuyau de fer-blanc, long de 4, 5 & même 6 pieds; aux extrêmités C & H, ſont ſoudés deux tuyaux BC & GH, de même diametre que le tuyau CH, & de 4 à 5 pouces de hauteur; dans ces deux tuyaux BC & GH entre deux cylindres de verre blanc BA & FG, maſtiquez aux tuyaux de fer-blanc BC & GH. Fig. 150.

Dans le milieu de CH, & en-deſſous, eſt ſoudé un pivot creux L, renforcé par deux bras I & K, ſoudés auſſi au tuyau CH; le pivot ſert à placer l'inſtrument ſur un pied ſemblable à celui de l'équerre d'Arpenteur & du graphometre, mais beaucoup plus ſolide dans les parties qui le compoſent. Si l'on

verse de l'eau dans le tube A, elle communiquera au tube FG, par le moyen du tuyau creux CH, & l'eau remontera dans le vase FH; en sorte que lorsque le mouvement aura cessé, les deux surfaces de l'eau seront également éloignées du centre de la terre, c'est-à-dire que ces deux surfaces seront de niveau: c'est un phénomene facile à observer, & c'est sur cette propriété qu'est fondé l'usage de l'instrument que nous venons de décrire.

Fig. 151. Il est encore une autre espece de niveau dont l'usage est moins étendu; c'est le niveau de Maçon. Il est composé d'un triangle isoscele ABC divisé en deux également par la perpendiculaire BF; la base AC est creusée dans son milieu F, ainsi qu'on le voit dans la figure. Au sommet B du triangle, est fixé un petit anneau B, auquel est attaché un à plomb BF; le poids F a un mouvement libre dans l'ouverture circulaire que l'on a pratiquée dans l'instrument, & sur le milieu de la base AC. Pour se servir de cet instrument, il faut avoir une grande regle DE bien dressée, & d'une épaisseur égale à celle du niveau de Maçon. L'on pose cette regle de champ, & le niveau sur elle.

L'autre espece de niveau de Maçon, est une simple équerre ABE ; elle se dispose toujours sur la regle DE, placée de champ ; & l'ouvrier, tenant l'à plomb DE à la main, l'approche du côté DC de l'équerre, & s'apperçoit si le fil suit exactement le côté DC. Fig. 152.

USAGE
DU
NIVEAU DE MAÇON.

PROBLÊME.

Un mur KLM *étant construit, l'on veut déterminer si la surface supérieure* KL *est de niveau.*

Solution.

Disposez de champ la regle KL sur le mur, & placez le niveau CDE sur cette regle ; observez le fil de l'à plomb, & attendez que le poids suspendu au bout de ce fil soit en repos ; alors voyez si le fil suit exactement la perpendiculaire tracée sur le niveau : si cela arrive, le plan sur lequel est posée la regle, sera de niveau ; si le fil ne suit pas exactement la Fig. 153.

perpendiculaire, alors formez de petits coins de bois, & élevez la regle jusqu'à ce que le fil suive la perpendiculaire; lorsqu'il sera dans cette derniere position, levez la regle avec précaution, pour ne pas déranger les petits coins qui ont servi à l'élever : alors vous aurez la hauteur, qu'il faudra ajouter d'un côté ou d'autre, pour que la surface supérieure soit de niveau.

A l'égard du niveau ABC, on le pose toujours sur la regle, & l'ouvrier tient l'extrêmité du cordeau de l'à plomb; il l'approche du côté AB de l'équerre; & en suivant de l'œil le côté AB & le fil de l'à plomb, il s'apperçoit si le côté de l'équerre suit la verticale; enfin, il éleve la regle d'un côté ou d'autre, jusqu'à ce qu'il arrive à cette derniere position.

Remarque.

L'on peut de même déterminer si un plancher est de niveau; pour cela l'on pose la regle suivant la longueur du plan, & à peu près vers le milieu, & l'on reconnoît si dans cette position le plan est de niveau; alors l'on dispose la regle perpendiculairement à la derniere position, & l'on reconnoît encore si en sui-

vant cette direction, le plan se trouve encore de niveau : enfin, pour s'assurer plus exactement de l'opération, l'on dispose la regle dans cinq à six positions différentes, & l'on réitere à chaque fois l'opération que nous venons de décrire.

L'on peut encore, par le moyen du niveau de Maçon, déterminer de combien le point D est élevé au-dessus du point G. Mais avant de résoudre cette question, il est essentiel d'être prévenu de la construction d'une regle qui sert dans la pratique du nivellement. Fig. 154.

Cette perche doit avoir 12 pieds de hauteur ; l'on pratiquera dans les deux épaisseurs une rainure, dans laquelle on fera entrer une coulisse qui portera sur la surface de la regle un morceau de fer-blanc d'un pied en quarré, & sur lequel l'on aura marqué deux traits noirs perpendiculaires l'un à l'autre ; cette *mire* sera portée à la hauteur de douze pieds, par une regle qui glissera sur la premiere, & qui lui sera fixée. Cette perche sera divisée en pieds, pouces & lignes.

Cela posé, pour déterminer de combien le point D est élevé au-dessus du point G, plantez deux piquets AD & CE d'alignement au point G, & dont les

têtes ſoient ſciées à équerre ; enfoncez les piquets, de maniere que le piquet CE ſoit moins élevé que le piquet AD ; poſez la regle AC de champ ſur les deux piquets ; & ayez encore un morceau de bois taillé en coin ; placez le niveau ſur la regle, & voyez ſi le fil de l'à plomb répond à la verticale ; placez le petit coin ſous l'extrêmité C, & enfoncez-le juſqu'à ce que la regle AC ſoit de niveau : alors envoyez un ſervant avec la double toiſe au point G ; il la diſpoſera ſur ce point le plus perpendiculairement poſſible ; viſez le long de AC, & faites ſigne au ſervant de lever ou de baiſſer la *mire*, juſqu'à ce que le prolongement de AC effleure le côte de la *mire* ; faites-lui ſigne de la laiſſer dans cette derniere poſition : alors reconnoiſſez combien HG contient de pieds, pouces & lignes : écrivez ce réſultat ſur un morceau de papier ; prenez de même la hauteur AD ; & l'excès de HG ſur AD, exprimera de combien le point D eſt élevé au-deſſus du point G.

DÉMONSTRATION.

Si par le point D l'on imagine l'horizontale DF, FG exprimera de combien

le point D eſt élevé au-deſſus du point G ; mais AC étant horizontale, ſera parallele à DF ; donc HG − AD = HG − HF = FG ; donc auſſi la premiere opération nous a déterminé de combien le point D eſt élevé au-deſſus du point G (c. q. f. d.).

L'on voit qu'il ſeroit auſſi facile de déterminer de combien un point eſt élevé au-deſſus de pluſieurs points donnés. Pour cela il ſuffira de faire planter des piquets à ces différents objets ; & ayant placé un piquet AD, l'on diſpoſeroit les autres CE, &c., d'alignement aux objets : alors faiſant ſur chaque point la même opération que nous venons de décrire, l'on trouveroit l'élévation du point D au-deſſus des objets propoſés.

Telles ſont en général les opérations que l'on peut faire par le moyen du niveau de Maçon. L'on ne peut guere étendre ſon uſage au-delà de 30 toiſes ; pour peu de réflexion que l'on faſſe ſur la conſtruction de cet inſtrument, l'on en appercevra aiſément la raiſon.

L'on peut encore niveler à des diſtances de 50 à 60 toiſes, par le moyen de l'*Altimetre de mon pere*. Pour cela il

faudra établir la planchette le plus horizontalement qu'il ſera poſſible : & ayant diſpoſé les deux curſeurs à la même hauteur, opération fort aiſée, puiſque les deux alidades ſont diviſées en parties égales, & viſant par les deux curſeurs, l'on fera lever ou baiſſer la mire juſqu'à ce que le diametre de l'objectif raſe le bord ſupérieur ou inférieur de la mire ; & retranchant de cette hauteur celle de l'inſtrument, l'on aura la ſolution de la queſtion.

Enfin, ſi le point ſe trouve plus élevé que la poſition de l'inſtrument, l'on pourra déterminer avec la planchette la projection horizontale, & enſuite la verticale, ſuivant ce que nous avons dit dans l'uſage de cet inſtrument ; cela nous conduit aux réflexions ſuivantes.

Lorſque l'on ſe ſert du niveau d'eau pour niveler une montagne dont la pente eſt conſidérable, l'on eſt obligé de répéter ces opérations un nombre prodigieux de fois : je me ſuis trouvé dans le cas de changer dix fois la poſition du niveau dans un eſpace de 71 toiſes. L'on voit par-là quelle peine l'on auroit s'il falloit niveler ſur pluſieurs coupes de la montagne, pour en avoir le profil ;

rien n'eſt ſi ſimple que de faire cette opération, par le moyen de l'altimetre. En voici le procédé en peu de mots.

L'on fera planter ſur la pente & dans le même alignement, pluſieurs jalons, éloignés les uns des autres de 20 à 30 toiſes plus ou moins ſuivant la pente ; ces alignements ſeront répétés autant de fois que l'on voudra avoir de profils différents. Alors de la plaine il ſera facile de déterminer les projections horizontales & les différentes hauteurs ; l'on écrira par ordre & ſur un profil à peu près ſemblable, toutes les dimenſions que l'on vient de déterminer. Si de la plaine l'on ne pouvoit faire cette opération, l'on ſe tranſporteroit ſur la montagne ; & après avoir fixé les alignements, ſuivant leſquels l'on veut avoir les profils, on leveroit de proche en proche la poſition de ces différents points & leurs hauteurs reſpectives. En tenant un regiſtre exact de ces différents réſultats, rien ne ſeroit plus ſimple que de fixer les profils. Par exemple, ſuppoſons que l'on ait ſuivi l'alignement AHPH′, l'on a toutes les projections horizontales AB, BC, CE, &c., ainſi que les hauteurs BX, DF, &c. Cela poſé ; ou le FIG. 155.

point A eſt plus élevé que le point H′, ou bien c'eſt le contraire ; ſi c'eſt le point A, l'on peut toujours imaginer une horizontale AF′ à laquelle ſe termineront les différentes hauteurs BX, DF, GH, &c. ; l'on voit par-là que les lignes CF, EH, LI, &c. ſeront connues ; car ſi à la premiere hauteur BX, l'on ajoute la ſeconde DF, la ſomme CD + DF donnera la verticale CF ; ainſi des autres. Cela bien entendu, l'on peut rapporter le profil ſur le papier, des deux manieres ſuivantes.

Premiere Méthode.

Tracez une ligne AF′ ſur le papier du point A ; portez ſur cette ligne les projections horizontales AB, BC, CE, &c. déterminées par la planchette ; des points B, C, E, L, M, &c., abaiſſez les perpendiculaires BX, CF, EH, LI, &c. ; ayez le regiſtre des opérations devant vous ; obſervez la valeur de BX, c'eſt-à-dire de combien le point A eſt élevé au-deſſus du point X ; prenez ſur l'échelle une partie proportionnelle à BX, que vous porterez ſur la perpendiculaire de B en X ; obſervez la hauteur DF, c'eſt-à-dire de combien le point X eſt élevé

au-dessus du point F ; ajoutez à cette hauteur la hauteur précédente BX; ce qui donnera CF : prenez sur l'échelle une partie proportionnelle à CF, que vous porterez de C en F sur la perpendiculaire; continuez d'ajouter la hauteur précédente à celle sur laquelle vous opérez.

Lorsque le point I sera déterminé, le tableau des opérations indiquera que le point I est plus bas que le point O; alors MO = LI − IK; & comme l'on connoît LI − IK, l'on connoîtra aussi MO, que l'on portera sur la perpendiculaire.

Seconde Méthode.

Menez une ligne AF'; du point B, abaissez la perpendiculaire BX que vous ferez proportionnelle à BX sur le registre; du point X, élevez sur BX la perpendiculaire XD, sur laquelle vous porterez la projection horizontale; du point D, abaissez la perpendiculaire DF que vous ferez proportionnelle à DF sur le registre; enfin suivez de même l'opération, en rapportant les points, par le moyen des deux lignes perpendiculaires l'une sur l'autre.

Les points A, X, F, H, I, O, P, V, &c. étant déterminés par l'une ou l'autre de ces Méthodes, menez la ligne AXFHI, &c. qui donnera le profil demandé.

L'on voit donc clairement que la planchette & l'altimetre servent à résoudre des difficultés qui deviendroient bien plus considérables en se servant des autres instruments. Nous nous sommes toujours servis avec succès de cet instrument, pour résoudre des questions dans lesquelles les distances horizontales & les verticales surpassoient 800 toises ; il arrive rarement que l'on ait des opérations plus considérables à exécuter.

Passons maintenant à l'usage du Niveau d'eau.

USAGE
DU
NIVEAU D'EAU.

Nous avons déjà donné la construction du niveau, & les principes sur lesquels l'usage de cet instrument est fondé. Plus l'on donnera de largeur à l'instrument, & plus l'on opérera avec exactitude : il seroit à souhaiter, pour fixer mieux le rayon

rayon visuel, de placer une troisieme bouteille dans le milieu du niveau; ce tuyau déborderoit un peu la ligne qui rase la surface des deux tuyaux extrêmes BC & GH; alors le rayon visuel seroit fixé par trois surfaces d'eau.

Pour appercevoir avec plus d'aisance la surface de l'eau, l'on rougit communément l'eau que l'on place dans le niveau. Lorsque l'on veut transporter le niveau d'un lieu à l'autre, l'on place des bouchons de liege pour empêcher que l'eau ne s'échappe, ce qui arriveroit sans cette précaution. Mais lorsqu'une fois l'on aura disposé le niveau dans la position où il doit être, on levera les bouchons, & l'on attendra que l'eau soit en repos.

PROBLÊME PREMIER.

L'on propose de déterminer de combien le point A *est élevé au-dessus du point* B.

SOLUTION.

COMME l'on peut faire cette opération de deux manieres différentes, nous allons les expliquer séparément. Fig. 156.

Premiere Méthode.

Placez le niveau au point A, & envoyez le ſervant avec la perche, qu'il diſpoſera le plus perpendiculairement poſſible ; cela poſé, reculez-vous de quelques pas ; & dirigeant le rayon viſuel, en raſant la ſurface des verres, faites ſigne au ſervant de lever ou de baiſſer la *mire*, juſqu'à ce que les deux ou trois ſurfaces de l'eau, placées dans le niveau, ſoient d'alignement avec le côté ſupérieur ou inférieur de la mire : alors faites ſigne au ſervant de tenir la mire à cette hauteur ; voyez de combien de pieds eſt compoſé FB ; retranchez en GA, hauteur de l'inſtrument ; & le reſte donnera l'élévation du point A au-deſſus du point B. La démonſtration eſt abſolument la même que celle que nous avons donnée dans la Remarque précédente.

Seconde Méthode.

Faites planter deux piquets aux extrêmités A & B ; placez-en un autre C, à peu-près vers le milieu de AB, & dans l'alignement. Alors diſpoſez le niveau au point C ; envoyez le ſervant placer la perche au point B, & déter-

minez l'élévation KB; écrivez ce résultat fur un morceau de papier; envoyez le fervant au point A, & fixez l'élévation AH; en fuivant les mêmes procédés que dans la premiere Methode: écrivez fur le papier le nouveau réfultat, & retranchez AH de KB; le refte donnera l'élévation du point A au-deffus du point B; car fi par le point B l'on imagine l'horizontale BI, elle fera parallele à HK, & AI fera la hauteur à laquelle fe trouve le point A au-deffus de l'horizontale qui paffe par le point B. Or $AI = HI - AH = KB - AH$, égal par conféquent à la différence des deux hauteurs fixées fur la perche; donc, en fuivant cette méthode, l'on aura réellement la hauteur d'un point au-deffus d'un autre.

L'opération eft très-facile, comme on le voit, lorfqu'il ne faut que déterminer de combien un point eft plus élevé qu'un autre.

Suppofons que l'intervalle AE foit Fig. 157. confidérable, & qu'en plaçant le niveau entre A & E, au point C, par exemple, la ligne du niveau rencontre la furface du terrein au point B, ou à tout autre point; alors il faut néceffairement approcher le niveau du point A; & fi la

pente eſt conſidérable, l'on ſera quelquefois obligé d'approcher de très-près de cette poſition ; d'où il ſuit qu'il faudra répéter l'opération pluſieurs fois, pour déterminer de combien le point A eſt élevé au-deſſus du point B. Cette queſtion ſera l'objet du Problême ſuivant.

PROBLÊME DEUXIEME.

L'on demande de déterminer de combien le point A *eſt élevé au-deſſus du point* E.

SOLUTION.

FIG. 157. FAITES planter des piquets dans l'alignement AE; obſervez la pente, & jugez à vue d'œil où il faudra placer le niveau, pour que la ligne de viſée donne ſur la perche diſpoſée en A. Alors marquez la hauteur AF ; envoyez le ſervant vers le piquet E ; faites-lui tenir la perche le plus perpendiculairement qu'il ſera poſſible ; par ce moyen il ſera aiſé de le faire arrêter dans l'endroit où la ligne de viſée peut rencontrer la perche ; & cela en viſant toujours ſuivant les ſurfaces de l'eau, à meſure que le ſervant s'éloigne de la poſition où vous êtes. Lorſque vous jugerez qu'il eſt aſſez

éloigné, & que s'il descendoit davantage, la ligne de visée passeroit au-dessus de la perche, faites-lui signe de s'arrêter, & déterminez la hauteur BG.

Cela posé, formez le croquis *abcde*, & commencez par mener les deux verticales *af* & *gb*. Supposons que l'on ait trouvé *af* de 3 pieds, & *gb* de 4 pieds; écrivez 3 pieds sur la ligne *af*, & 4 pieds sur *gb* : ces deux nombres seront disposés du côté du niveau; c'est-à-dire que, le niveau placé en O, les deux chiffres 3 & 4 seront renfermés dans les deux perpendiculaires *fa* & *gb*, & tels qu'ils le sont dans la figure.

Cette premiere opération faite, l'on ôtera le niveau du point O, & l'on se transportera dans un point P, de maniere qu'à vue d'œil la ligne HI puisse rencontrer la perche BG; alors l'on placera le niveau au point P; & après avoir écrit sur le croquis *bg* la hauteur BH de deux pieds, l'on enverra le servant au-delà du point P; & visant toujours par les deux surfaces de l'eau, on le fera arrêter lorsque l'on s'appercevra que la ligne de visée ne rencontreroit plus la perche. S'il descendoit davantage, l'on prendra de même la hauteur IC, &

l'on continuera jusqu'à ce que l'on soit arrivé à l'extrêmité E de la pente où doit se terminer l'opération.

Cela posé, s'il ne s'agissoit que de fixer l'élévation du point A au-dessus du point E, il suffiroit d'ajouter les hauteurs FA, GB, IC, LD, & retrancher de la somme les hauteurs HB, KC, MD, &c.; l'excès donneroit la hauteur à laquelle se trouve le point A par rapport au point E. Mais si l'on vouloit former le profil de la coupe que l'on a nivelée, alors il est essentiel de connoître la hauteur respective de chaque point, & leur projection horizontale; l'on tracera sur le croquis une ligne fg, & ayant mesuré horizontalement les intervalles AB, BC, &c., on écrira leur valeur sur le croquis.

L'on cherchera aussi la hauteur respective de chaque point, & l'on écrira le résultat en-dessous de la perpendiculaire. Par exemple, $fa = 3$ pieds, $gb = 4$ pieds; donc $gb - fa$, ou $bi = 1$ pied, que l'on mettra en-dessous de la perpendiculaire: de même HB = 2 pieds, & IC = 5 pieds 6 pouces; donc $ck = 3$ pieds 6 pouces, que l'on placera en-dessous de la perpendiculaire. Cette opération faite, l'on tracera sur le papier une droite fn;

& par le moyen de l'échelle l'on fera les parties *fg*, *gk*, &c., proportionnelles aux horizontales ; des points *f*, *g*, &c., l'on abaiſſera les perpendiculaires *fa*, *gb*, *k*, &c. ; enſuite prenant un point *a* à volonté ſur la perpendiculaire, l'on fera $gb = fa + ib$, c'eſt-à-dire égal à *fa* plus à une partie de l'échelle correſpondante à *ib* qui eſt égale à 1 pied ; l'on portera enſuite ſur *ic* une partie égale à $gb + ck$, c'eſt-à-dire égale à la perpendiculaire précédente plus à une partie de l'échelle proportionnelle à 3 pieds 6 pouces valeur de *ck*. Enfin l'on pourroit auſſi former le même profil, en ſuivant la ſeconde Méthode, détaillée dans la Remarque, où nous appliquons l'altimetre aux mêmes opérations, pag. 462 & ſuivantes.

Telle eſt la maniere de niveler, lorſque l'on doit faire l'opération ſur une pente. Suppoſons maintenant que deux points Q & P ſont ſéparés par deux côteaux R & K M, & que l'on veuille déterminer de combien le point P eſt plus élevé que le point Q. Fig. 158.

Premiere Maniere.

Tracez toujours ſur le terrein un alignement QRSTP. En ſuivant les mêmes

obſervations que les précédentes, prenez les deux points de viſée A & B, tranſportez le niveau entre R & S, & déterminez de même les deux points de viſée C & D; formez le croquis de l'opération, & diſpoſez les chiffres qui expriment les différentes hauteurs, en ſuivant toujours les principes que nous avons preſcrits.

Cela poſé, obſervons que le point R eſt une hauteur par rapport à Q, & S une profondeur par rapport à R; or ſi de *aq* nous retranchons *br*; c'eſt-à-dire, ſi de 3 pieds valeur de *aq*, l'on retranche 2 pieds valeur de *br*, le reſte 1 pied exprimera la hauteur dont le point *r* eſt élevé au-deſſus du point *q*. Afin de ſe rappeller de cette poſition, l'on poſe le chiffre ſur le croquis au-deſſus de la perpendiculaire *br*, & la poſition de ce chiffre indique que le point *r* eſt plus élevé que le point *q* d'un pied. Maintenant ſi de *ds* l'on retranche *br*, le reſte donnera la profondeur à laquelle ſe trouve le point *s* par rapport au point *r*. Ce reſte, en ſuivant les valeurs du croquis, eſt de 1 pied 9 pouces; & pour ſe rappeller que le point *s* eſt une profondeur, on poſe le chiffre 1 pied 9 pouces en-deſſous de la perpendiculaire. Il en eſt de même des

autres. Cette préparation faite, si l'on veut tracer le profil de l'opération, l'on menera une horizontale ag', sur laquelle l'on portera les parties ab', ac', ad', &c., proportionnelles aux distances horizontales que l'on a prises entre chaque coup de niveau. Des points b', c', &c., l'on abaissera des perpendiculaires $b'r$, $a'q$, $c's$, &c.; sur la premiere $a'q$, l'on prendra un point q à volonté; & comme le chiffre 1 placé au-dessus de la perpendiculaire $b'r$, indique que le point r doit être plus élevé que le point q de 1 pied, l'on retranchera 1 pied de aq, & l'on aura $b'r$. Comme le chiffre 1 pied 9 pouces indique que le point s doit être plus bas de 1 pied 9 pouces que le point r, l'on ajoutera à $b'r$ une partie de l'échelle proportionnelle à 1 pied 9 pouces; & l'on aura le point s. Continuant de faire les mêmes observations, l'on achevera aisément le tracé du profil. Enfin si l'on ajoute la somme des hauteurs & qu'on la retranche de la somme des profondeurs, le reste indiquera de combien le point p est plus élevé que le point q. Telle est la premiere Maniere de tenir l'état des coups de niveau. Nous en joindrons une seconde, qui est suivie par

plusieurs habiles Ingénieurs ; nous les avons éprouvées l'une & l'autre, & elles sont expéditives toutes les deux. Je préférerois cette seconde, parce qu'il est inutile de tracer à vue d'œil le profil sur le terrein même, opération toujours difficile pour les commençants, sur-tout lorsqu'on opere sur des montagnes dont les pentes sont considérables, & que le nivellement est un peu étendu; au reste l'on pourra adopter celle que l'on jugera à propos.

SECONDE MANIERE.

L'ON divisera une feuille de papier en cinq colonnes ; & comme en partant du point Q l'objet est d'arriver au point P, AQ sera appellé *point de départ;* & BR *point d'arrivée*, CR *point de départ*, & DS *point d'arrivée* : l'on placera les colonnes de la maniere suivante.

COLONNE de départ.	COLONNE d'arrivée.	DISTANCE horizontale.	HAUTEUR.	PROFONDEUR.
pi. po.	pi.	toif.	pi.	pi. po.
3.	2.	20.	1.	0.
2. 6.	7.	33.	0.	4. 6.
4.	3.	42.	1.	0.

La premiere colonne, qui est celle de départ, contient la valeur des lignes AQ, CR, DS, FT, &c. La seconde contient celle des lignes BR, ES, GT, &c. La troisieme indique les distances horizontales. Les deux autres se forment dans le cabinet.

Voici le procédé qu'il faut suivre pour tenir, suivant cette méthode, l'état des coups de niveau.

Le niveau étant entre les points Q & R, l'on détermine le point A de visée; & ayant reconnu la valeur de AQ, qui dans cet exemple est de 3 pieds, l'on écrira 3 pieds dans la colonne de départ : l'on enverra ensuite le servant au point R; & ayant déterminé le point de visée B, & reconnu la valeur de BR, qui dans cet exemple est de 2 pieds, l'on écrira 2 pieds à la colonne d'arrivée.

Le servant ne bougeant pas de la position R, l'on se transportera entre les points R & S; & ayant déterminé le point de visée C, l'on écrira la valeur de CR dans la colonne de départ, qui dans cet exemple est de 2 pieds 6 pouces. Enfin, ayant déterminé le point de visée D, l'on écrira la valeur 7 pieds dans la colonne d'arrivée; les deux distances horizontales AB & DC, seront mises dans la

troisieme colonne ; l'on continuera de même.

Pour former les deux autres colonnes, l'on fera les réflexions suivantes.

Lorsqu'un des chiffres de la colonne de départ surpassera son correspondant dans la colonne d'arrivée, il est bien clair que le point de la colonne d'arrivée sera plus haut que celui de la colonne de départ : ainsi après avoir retranché le chiffre de la colonne de départ de celui de la colonne d'arrivée, l'on posera le reste dans la colonne des hauteurs. C'est ainsi que 3, premier chiffre de la colonne de départ, surpassant 2, premier chiffre de la colonne d'arrivée, l'on a placé le reste 1 dans la colonne des hauteurs.

Si au contraire un des chiffres de la colonne de départ est moindre que son correspondant dans la colonne d'arrivée, alors le point de la colonne d'arrivée sera plus bas que celui de la colonne de départ, & l'on placera la différence dans la colonne des profondeurs. C'est ainsi que 2 pieds 6 pouces, second chiffre de la colonne de départ, étant moindres que 7 pieds, second chiffre de la colonne d'arrivée, l'on a placé la différence

4 pieds 6 pouces dans la colonne des profondeurs ; il en eſt de même des autres.

Maintenant ſi l'on fait la ſomme des hauteurs & celle des profondeurs, la différence de ces deux réſultats indiquera de combien le point de départ eſt plus bas ou plus haut que le point d'arrivée. Comme il eſt bien aiſé de conſtruire le profil de l'opération en ſuivant cette méthode, & d'après ce que nous avons dit précédemment, nous n'inſiſterons pas davantage là-deſſus, nous finirons ce Problême par les obſervations ſuivantes.

Lorſque l'on a exécuté un nivellement un peu compoſé, il eſt difficile de prendre à la chaîne ſeule les diſtances horizontales, ſur-tout lorſque l'on a à traverſer des vallons ou des creux conſidérables. Pour prévenir cette difficulté, l'on fera planter des piquets à tous les points où l'on a placé la double toiſe ; ces piquets ſeront plantés ſolidement, pour que l'on puiſſe les retrouver après que l'opération du nivellement ſera finie. Par exemple, les deux points de viſée Q & R étant pris, l'on y fera planter des piquets, & ſucceſſivement aux points S, T, K,

M & P ; enſuite l'on prendra la poſition de ces points avec la planchette ; ce qui déterminera toutes les projections horizontales.

Comme ce que nous avons dit juſqu'à préſent dans notre Géométrie Elémentaire & dans la Géométrie Pratique, ſert de baſe aux procédés les plus difficiles dans la conſtruction des reliefs, nous croyons rendre ſervice à la plus grande partie des Militaires, en nous arrêtant un moment ſur cette partie. Nous ſuppoſons que l'on veuille former le relief d'une ville fortifiée, ſituée au-bas d'un côteau, ou dans toute autre poſition.

L'on commencera par lever exactement le plan de la ville & du pied de la montagne ; l'on tracera le plan en grand, & l'on prendra la hauteur des édifices principaux : ces hauteurs ſeront miſes ſur le plan général dans l'eſpace qui détermine le plan particulier de l'édifice. Cela poſé, l'on nivelera le terrein ſur lequel ſont aſſis la ville & ſes environs, & l'on rapportera ſur le plan les différentes lignes que l'on a ſuivies dans le nivellement ; chacune de ces lignes ſera numérotée, & aura un tableau de nivellement particulier, pour être en état de reconnoître

que dans telle ligne l'on a telle & telle pente, à différents points. La montagne ſera nivelée ſur pluſieurs pentes ; & ſes lignes, rapportées à la projeâion horizontale, ſeront tracées ſur le plan de la montagne ; chacune d'elles aura ſon tableau particulier. Toutes ces obſervations faites dans le plus grand ordre, il faudra procéder à l'élévation : pour y parvenir, il eſt néceſſaire d'avoir une échelle tracée ſur le cuivre, & un grand compas.

L'on fera faire une table qui ſe partagera, ſi l'on veut, en deux, trois ou quatre parties ; l'on tracera le plan ſur cette table : & ayant fait avec du carton mince le profil des pentes du terrein ſur lequel eſt aſſiſe la ville, l'on donnera ces cartons à un Menuiſier, qui les exécutera en bois ; on les poſera enſuite ſur les lignes correſpondantes du plan, & ils ſeront arrêtés par des pointes & de la colle-forte.

Comme l'on n'a pu déterminer que le profil des rues, places publiques, jardins, &c., ces profils ſeront diſpoſés dans tous les endroits vuides du plan : lorſqu'ils ſeront poſés, l'on aura de petites planches de ſapin d'une ligne & demie d'épaiſſeur, ſur une longueur & ſur une

montagne & les dehors. Si l'on veut exécuter un jeu d'eau dans telle ou telle partie du relief, l'on formera les réservoirs dans la montagne; si l'on n'a point cette commodité, l'on peut former ces réservoirs d'eau dans les maisons du corps de la place.

La charpente de l'ouvrage achevée, l'on aura de la toile claire; & ayant mêlé deux onces de verd-de-gris sur une livre de colle-forte, l'on trempera des morceaux de toile dans cette colle; l'on couvrira toute la charpente du relief, par le moyen de la toile imbibée de cette colle; l'on aura soin, en la posant, de passer fortement par-dessus, & à plusieurs reprises, un morceau de bois ou une dent de cheval emmanchée.

Toute la charpente du relief couverte de toile collée, l'on passera une couche de couleur uniforme, si l'on ne veut pas imiter la nature; mais dans le cas où l'on veuille la copier, voici le procédé que l'on suivra.

L'on choisira, dans le pays, du sable le plus analogue à la couleur du terrein; ce sable sera lavé exactement dans trois ou quatre eaux; l'on en cherchera aussi de différentes couleurs dans les torrents qui

feront à portée de l'endroit dans lequel l'on fait le relief. Ces différents fables feront mis dans des facs féparés, & numérotés chacun fuivant la couleur des fables qu'ils renferment.

L'on choifira de la laine verte, de cinq à fix verds différents. Ces laines feront hachées de maniere à pouvoir paffer à travers un tamis de crin. L'on fera une provifion de chacune des couleurs; & après avoir paffé au tamis chaque nuance, l'on placera les différentes laines dans des boîtes de carton féparées : ces boîtes feront auffi numérotées fuivant les couleurs des laines qu'ils contiennent : il fera bon d'en avoir de jaunes & de rouges.

S'il faut exécuter un rocher efcarpé, l'on prendra de petites pierres du rocher même, plus ou moins groffes, & brifées groffierement; l'on choifira fept à huit couleurs différentes de ces pierres.

L'on aura auffi provifion du fil de fer dont les femmes montent leurs coëffes. Ces fils de fer ferviront à former les arbres, les taillis, &c.

Pour former les arbres, l'on prend fur l'échelle une grandeur proportionnelle à la plus grande hauteur que l'on peut leur

donner; & l'on coupe un petit morceau de bois de cette dimenſion : alors l'on prend le fil de fer, on le replie ſur lui-même ſept à huit fois; ce qui forme un petit faiſceau compoſé de ſept à huit fils de fer. L'on tord le tiers de ce faiſceau, & coupant le ſommet avec des ciſeaux, l'on écarte les brins. Alors prenant deux de ces fils, on les tord à une certaine diſtance, & on leur donne le contour groteſque des branches; l'on prend enſuite trois ou quatre fils; & en les uniſſant, l'on peut imiter les branches de l'arbre, par la ſoupleſſe dont chaque brin eſt ſuſceptible. Cette maniere de faire les arbres, eſt fort expéditive, & réuſſit on ne peut mieux; lorſqu'une fois l'on eſt habitué à ce travail, l'on peut en finir cent cinquante par jour.

L'on formera ainſi des arbres de quatre ou cinq hauteurs différentes, & chaque eſpece ſera miſe dans des boîtes numérotées, ſuivant la grandeur des arbres qu'elles contiennent.

S'il s'agit d'imiter un bois de charmilles ou un taillis, l'on coupera des cartons minces de la grandeur du plan de ces taillis, & l'on percera ces cartons d'une infinité de petits trous; l'on paſſera, dans

ces trous, du fil de fer, que l'on maintiendra d'une hauteur double de celle que doit avoir le taillis. Ces cartons préparés seront fixés à la colle-forte sur le plan, dans les endroits où ils doivent être, & l'on posera dessus un poids considérable, pour que la colle-forte puisse prendre. Lorsqu'elle aura fait son effet, l'on relevera les fils de fer, & les tordant deux à deux, ou trois à trois, &c., l'on imitera facilement le toussu des bois.

Tout étant ainsi préparé, il s'agit de donner une couleur à ces arbres.

Pour cela l'on fera un mordant, de la composition suivante. Sur deux pots d'huile de noix, l'on prendra une livre de litharge d'or; l'on mettra cette huile dans un pot vernissé, sur un feu modéré, & ayant fait un petit sachet de la litharge, on la suspendra dans le milieu du vase qui contient l'huile; lorsqu'elle sera réduite à tiers, l'on y joindra 4 onces de verd-de-gris, & l'on remuera continuellement jusqu'à ce qu'elle soit diminuée de moitié. Alors le mordant est fait.

Voici la maniere de s'en servir. Pour imiter les prés, terres labourées & verd des arbres, par exemple, pour poser le

verd du parapet; l'on posera avec un pinceau une couche de mordant; ensuite l'on passera fortement le pinceau sept à huit fois sur le mordant, jusqu'à ce que l'on s'apperçoive qu'il donne une légere écume; alors l'on met la laine verte dans le tamis, & on la répand sur toute la surface du parapet: on laisse les choses en cet état pendant vingt-quatre heures; & par le moyen d'un petit soufflet, l'on ôte la laine qui n'aura pas mordu.

L'on suit le même procédé à l'égard des prairies & des terres labourées; toute l'attention qu'il faut avoir, c'est de marier les verds & les différentes couleurs de terre, en mêlant dans le tamis différents verds, ou différents sables.

Pour passer le verd aux arbres, on les dresse entre deux regles, & ces regles sont liées fortement l'une à l'autre; avec le pinceau l'on passe une couche de mordant sur toutes les branches, & par le moyen du tamis l'on répand la laine sur les branches. L'on fera bien de colorer davantage en verd le mordant qui doit fixer la laine sur les arbres. L'on peut passer la couleur à cinquante ou à soixante arbres au moins, dans une seule fois.

L'on fait la même opération pour les taillis.

Une obſervation eſſentielle, c'eſt de commencer par poſer tous les ſables, ſoit dans le fond des foſſés, ſoit ſur les terres labourées, &c. Lorſqu'ils ſeront ſecs, l'on ôtera, par le moyen du ſoufflet, le ſable qui n'a pas été retenu par le mordant, & alors l'on poſera tous les verds ; les arbres ſeront fixés ſur le plan par le moyen de la colle-forte ; l'on a d'une main un de ces arbres, & de l'autre une pointe un peu groſſe ; l'on forme un trou ; & trempant l'extrêmité inférieure de l'arbre dans la colle-forte, on le poſe ſur le champ dans le trou qui doit le recevoir.

Telle eſt la méthode dont je me ſuis ſervi pour conſtruire des reliefs. J'en ai exécuté un de cette maniere que des connoiſſeurs ont trouvé paſſable : les dépenſes, eu égard à ce genre de travail, ſont peu de choſe, & la nature eſt imitée ſinguliérement bien. L'on ne doit point craindre que les couleurs changent, ni que les inſectes ſe mettent à l'ouvrage ; le verd-de-gris que je mets dans le mordant, prévient ces accidents. Je crois qu'il eſt inutile d'inſiſter là-deſſus : ſi l'on ſuit les préceptes généraux que je viens de

donner, l'on sera certainement en état d'exécuter un ouvrage de cette espece, quelque compliqué qu'il puisse être. Je ne parlerai pas de la méthode ordinaire de faire ces sortes d'ouvrages, ni de plusieurs autres; elles sont toutes si dispendieuses, qu'un particulier n'est pas en état de les entreprendre. Un relief orné, & qui contenoit trois fronts de fortifications & les déhors à cinq à six cents toises, n'est revenu qu'à 279 livres.

PROBLÊME TROISIEME.

L'on propose de déterminer la hauteur ou la profondeur de plusieurs points d'une surface par rapport à un point fixe, & de mettre de niveau le terrein proposé.

SOLUTION.

SUPPOSONS que le terrein ADVR soit en pente, & qu'il s'agisse de déterminer de combien chaque point de sa surface est élevé au-dessus du point X; supposons de plus qu'il faille mettre ce terrein de niveau au plan horizontal qui passe par le point X. FIG. 159.

Observez les changements de pentes dans la surface ADVR, & divisez le ter-

rein en rectangles; placez des piquets aux points F, G, B, C, D, &c., qui indiquent tous les changements de pentes.

Placez le niveau au point X, & dirigez-le successivement vers tous les points F, G, B, C, D, &c.; cherchez, suivant les Méthodes précédentes, de combien ces points sont abaissés ou élevés au-dessus du point X; tracez le croquis de l'opération, & ayez un tableau où se rapporteront les différentes hauteurs ou profondeurs; par exemple, si le point F est de 3 pieds plus élevé que X, & que le point G soit de 7 pieds plus bas que X, divisez le tableau en deux colonnes, l'une sera celle des hauteurs, l'autre celle des profondeurs; marquez, dans la colonne des hauteurs, F = 3 pieds; & dans celle des profondeurs, G = 7 pieds; achevez le reste de la même maniere. Tous les différents changements de pentes étant rapportés dans le tableau des observations, il faut maintenant placer des piquets aux points F, G, L, P, O, K, &c., de maniere que les têtes soient dans le plan horizontal qui passera par le point X. Pour procéder à cette opération, l'on s'y prendra
Fig. 160. de la maniere suivante. Supposons que le point G soit de 5 pieds plus haut que le

point D ; l'on aura un piquet AD de 7 pieds de hauteur ; l'on mesurera, depuis le sommet, 5 pieds de A en C, & l'on fera une marque au point C. Comme la hauteur de ce piquet ne permettroit pas de donner pour l'enfoncement les coups de masse, l'on commencera par ouvrir un trou au point D, & l'on ôtera la terre provenante de l'excavation ; alors l'on enfoncera le piquet de maniere que la marque C rase la surface du terrein ; alors le sommet A, ramené au point C par l'enfoncement, sera de niveau au point G.

Il peut arriver aussi que le point X soit plus bas qu'un des points de la surface proposée. Supposons, par exemple, que le point F soit de 5 pieds plus bas que le point B ; alors l'on ouvrira la terre jusqu'à la profondeur de 4 pieds ; & ayant tracé l'alignement AF, l'on pratiquera un sillon BCF, pour pouvoir découvrir le piquet AC, que l'on placera suivant ce que nous venons de dire. En répétant la même opération sur tous les points de changements de pentes, les têtes des piquets ainsi placées indiqueront les remblais & déblais qu'il faudra faire. A l'égard de leur toisé, il faudra premierement lever à la planchette les positions

FIG. 161.

des piquets ; alors le plan de la baſe & les différentes hauteurs étant fixés, il ſera facile, en ſuivant la méthode générale démontrée à la fin de notre toiſé, de déterminer les ſolides des remblais & déblais que l'on ſera obligé de faire.

PROBLÊME QUATRIEME.

La diſtance horizontale GO *entre deux points* G *&* O *; étant connue, de même que la hauteur du point* B *par rapport au point* G *; l'on demande de déterminer combien la pente* BG *a de pouces par toiſe ; c'eſt-à-dire combien l'on a deſcendu de pouces après avoir parcouru une toiſe.*

SOLUTION.

FIG. 162. PAR le point B imaginons l'horizontale BA & la verticale AC. Suppoſons de plus que AB ſoit égal à une toiſe, & déterminons quelle eſt la valeur de AC, qui eſt la quantité dont on a deſcendu par rapport à l'horizontale : les deux triangles BAC & BOG, ſont ſemblables puiſqu'ils ſont tous deux rectangles, & que AC eſt parallele à BO ; donc OG : BO :: AB : AC, donc $AC = \frac{BO \times AB}{OG}$;

mais AB est supposé d'une toise, égal donc 1; donc $AC = \frac{BO \times 1}{OG}$ ou $\frac{BO}{OG}$; c'est-à-dire que AC est égal à la hauteur du triangle divisé par la base. Mais pour que le quotient exprime des pouces, il faut que le dividende en soit composé; donc l'on réduira en pouces la hauteur du triangle, & l'on divisera cette quantité par le nombre qui exprime combien il y a de toises dans l'horizontale.

Supposons, par exemple, que l'élévation du point B par rapport au point G, soit de 40 pieds, & l'on aura BO = 40 pieds. Supposons de plus que GO soit de 50 toises, alors l'on réduira 40 pieds en pouces; ce qui donnera 480, & AC sera égal à $\frac{480}{50} = 9$ pouces 2 lignes; c'est-à-dire que la pente aura 9 pouces 2 lignes par toise.

Remarque.

La distance horizontale DA du pied Fig. 163. du glacis à la contrescarpe, est connue, ainsi que la profondeur du fossé; l'on demande, qu'à partir du point D l'on aille aboutir au point K. Quel est le nombre de pouces par toise dont il faut s'enfoncer?

Cette queſtion, ainſi que l'on peut s'en appercevoir, revient abſolument au Problême précédent. Suppoſons AD de 32 toiſes 4 pieds, & AK de 18 pieds, ou 216 pouces; alors 216 diviſé par 32, ou 5 pouces 9 lignes, ſera la quantité dont il faudra s'enfoncer par toiſe; ainſi ayant ouvert le glacis horizontalement dans l'eſpace d'une toiſe, l'on poſera le niveau de Maçon pour être aſſuré de ſuivre l'horizontale; & à l'extrêmité de DE, l'on s'enfoncera de 9 pouces 5 lignes.

Si l'on veut ſuivre 2 toiſes, 3 toiſes, &c., l'on s'enfoncera, à l'extrêmité de ces différentes meſures, de 18 pouc. 10 lig. pour 2 toiſes, & 28 pouces 3 lignes à l'extrêmité d'une horizontale de 3 toiſes, &c.

PROBLÊME CINQUIEME.

BD *exprime la pente d'un terrein; mais comme elle eſt trop roide, l'on demande quel eſt le remblai* ADB *qu'il faudroit faire, pour que la pente n'eût que trois pouces par toiſe.*

SOLUTION.

Fig. 164. IMAGINONS l'horizontale AQ égale à DC; AO étant d'une toiſe, OE ſera

de 3 pouces suivant l'énoncé ; donc AO: OE :: AQ : QB ; mais l'on connoît les trois premiers termes de la proportion, donc l'on connoîtra BQ ; & comme l'on connoît BC, alors QC ou AD sera égal à BC – BQ. Une fois AD connu, le reste de l'opération est fort simple, puisqu'en divisant BD en parties égales BH, HK, KL & LD, l'on établira cette proportion BD : DA :: BH : HG :: BK : KF ::, &c. ; les hauteurs GH, FK, &c., étant déterminées, l'on enfoncera des piquets, en suivant les précautions que nous avons prescrites.

Si la question étoit donnée de cette maniere, BA est la pente d'un terrein ; elle est de trois pouces par toise (opération que l'on peut toujours faire pour déterminer combien de pouces la pente a par toise) : l'on voudroit lui en donner 7 pieds 6 pouces ; la distance AQ est de 69 toises ; quelle est la profondeur AD à laquelle il faut parvenir ? L'on établira cette proportion : Si sur 1 toise l'on doit descendre de 7 pouces 6 lignes, sur 69 toises l'on descendra de 69 fois 7 pouces 6 lignes, c'est-à-dire de 43 pieds 1 pouce ; donc AD égal à 43 pieds 1 pouce. Maintenant si l'on

divise BA en parties égales aux points G, F, &c., l'on aura BA : AD :: BG : GH :: BF : FK, &c. Ces hauteurs étant déterminées, l'on achevera le reste, comme nous l'avons expliqué.

Connoissant de combien le point B est élevé au-dessus du point A, sachant de plus à quelle profondeur la ligne de projet horizontale DC doit être au-dessous de AQ, il seroit aussi aisé de déterminer les hauteurs EM, FN, GP, &c. pour être en état de calculer le solide des déblais qu'il seroit nécessaire de faire pour arriver à la ligne du projet DC. L'on divisera la longueur BA en parties égales, & l'on cherchera les distances horizontales IQ, IK, &c. ; ensuite, comme AQ, BQ, AI, AK, &c. sont des quantités connues, l'on aura AQ : QB :: AI : IG :: AK : KF, &c. ; l'on connoîtra donc les perpendiculaires BQ, GI, FK, &c. Mais l'on sait de combien la ligne de projet est au-dessous de AQ ; donc en ajoutant AQ à chacune des perpendiculaires que l'on vient de déterminer, l'on aura les verticales AD, EM, FN, &c. Et comme le terrein aura été nivelé en largeur, & que l'on aura le plan & la position horizontale de tous

les changements de pentes, il ſera facile de déterminer le ſolide des terres, en ſuivant les principes que nous avons donnés juſqu'à préſent.

Enfin ſi la ligne du projet AE devoit donner un remblai AB & un déblai DE, l'on s'y prendroit de la maniere ſuivante pour déterminer les hauteurs KL des ſolides en déblai, & les profondeurs FG, IH, &c. des ſolides en remblai. Fig. 165.

Les verticales connues DE & AB, donnent toujours deux triangles ſemblables ACB & DCE; donc AB : DE :: AC : CE; donc AB + DE : DE :: AC + CE, ou AE : CE; c'eſt-à-dire, la ſomme des hauteurs en remblai & en déblai eſt à l'une d'elles comme l'horizontale eſt à la partie compriſe entre la pente naturelle des terres & la hauteur que l'on a comparée. Connoiſſant CF, l'on déterminera aiſément AC; & alors AC : AB :: CH : HI :: CF : FG, & CE : ED :: CL : KL. Si l'on vouloit déterminer le point C où la ligne de projet rencontre la ſurface du terrein, l'on auroit $CD = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{CE}^2}$.

Suppoſons que l'on faſſe cette queſtion: Fig. 175. A trois pieds au-deſſous du point B, une pente de 3 pouces par toiſe doit com-

mencer ; elle ſe termine à 180 toiſes ; & l'on ſait que la pente naturelle BF eſt de 7 pouces par toiſe ; dans quel point la ligne de projet rencontrera-t-elle la ſurface du terrein BF, & quelle ſera la hauteur du remblai ? L'on établira cette proportion, 1 toiſe : 3 pouces :: 180 : 540 pouces ; donc la hauteur DE ſera de 540 pouces. Voyons ſi elle ſera toute en remblai. Nous ſuppoſons la pente BF de 7 pouces par toiſe ; donc 1 : 7 :: 180 : 1260. Si de 1260 l'on retranche 36 pouces, ou 3 pieds, valeur de BC ; le reſte 1224, plus grand que 540, indiquera que toute la hauteur ſera en remblai. Voyons maintenant quelle ſera la hauteur de ce remblai. Nous avons trouvé la hauteur AF de 1260 pouces, & DE de 540 ; donc AE ſera de 540 + 36, puiſque BC ou AD = 36 pouces ; ainſi AE = 576 pouces. Si de AF nous retranchons AE ; c'eſt-à-dire, ſi de 1260 l'on retranche 576, le reſte 684 ſera la hauteur EF du remblai. Maintenant EF + BC : BC :: BF : BH ; donc en ſubſtituant les valeurs, l'on aura, 720 pouces : 36 :: 288 toiſes valeur ſuppoſée de BF : BH = 14 toiſes 2 pieds 4 pouces, à très-peu de choſe près.

PROBLÊME

PROBLÊME SIXIEME.

L'on veut construire une terrasse dont on a le projet, 1.° sur un terrein horizontal; 2.° sur une pente.

SOLUTION.

Si le terrein est horizontal, la question est toute déterminée ; car le projet étant connu, l'on fait le rapport de la hauteur AC à l'horizontale BC ; si ce rapport est celui de 3 à 4, l'on dira 3 : 4 : : AC : BC. Connoissant BC & AC, & ayant de plus le plan & le profil de la terrasse, il sera facile de calculer le remblai. Fig. 166.

1.° Supposons que AF soit la pente d'un terrein, & que ECG soit le projet d'une terrasse que l'on doit exécuter. L'on demande de déterminer à quel point E de la pente le talut se terminera, pour que la perpendiculaire CD étant fixée, le rapport de ED à CD, soit de 3 à 4? Fig. 167.

Imaginons la perpendiculaire BF; il est clair que la question se réduit à déterminer la position de la ligne EC de maniere que l'on ait ED : DC : : 3 : 4. Comme le point C est fixé sur la verticale BF, l'on se reculera suivant la

pente, jusqu'à ce que l'on soit parvenu à une position A supérieure au point C; opération facile avec le niveau : l'on connoîtra donc AB, BF & CF. Maintenant les deux triangles EDF & BFA étant semblables, donnent BF : BA :: DF : DE. Mais CD : DE :: 4 : 3; donc $DE = \frac{3CD}{4}$, & $DF = CF - CD$. Substituant les valeurs de DE & de DF dans la proportion, l'on aura BF : BA :: CF − CD : $\frac{3CD}{4}$. Faisant le produit des extrêmes & celui des moyens, l'on aura $\frac{3BF \times CD}{4} = BA \times CF - BA \times CD$; ajoutant $BA \times CD$, & réduisant le tout en fractions, l'on aura $\frac{3BF \times CD + 4BA \times CD}{4} = BA \times CF$; donc $3BF \times CD + 4BA \times CD = 4BA \times CF$; & divisant le second membre par le facteur commun $3BF + 4BA$, l'on aura $CD = \frac{4BA \times CF}{3BF + 4BA}$: mais les quantités qui composent le second membre de l'égalité sont toutes connues; donc l'on aura la valeur de CD. Maintenant 4 : 3 :: CD : $\frac{3CD}{4} = DE$. Cela posé, $DF = CF - CD$; & comme

nous connoissons ces deux quantités, il sera facile de déterminer DF. Or EDF étant rectangle, l'on aura $EF = \sqrt{\overline{ED}^2 + \overline{DF}^2}$; l'on saura donc à quelle distance d'une perpendiculaire quelconque BF, doit se terminer la pente du talut. Pour l'exécuter, l'on fera planter un gros piquet au point F; & plantant un piquet d'une hauteur CF, égale à celle où l'on veut s'élever, l'on attachera une corde aux deux extrêmités E & C, & l'inclinaison de cette corde dirigera les ouvriers lorsqu'il s'agira de former le remblai.

Si le talut devoit se terminer sur une pente CG, & dans une situation contraire à la précédente, l'on détermineroit toujours de la même maniere les deux distances FE & EG, par le moyen des triangles semblables GEF & AEC; car l'on auroit AE : AC :: EF : GF; mais GF : BF :: 3 : 4, ou en général :: m : n, l'on aura $GF = \frac{m \times BF}{n}$, & BF = AF − AE. Substituant ces valeurs, & suivant les mêmes opérations que dans le cas précédent, l'on aura la valeur de EF, celle de GF, & enfin celle de EG. Fig. 168.

PROBLÊME SEPTIEME.

ABCDEFG *exprime la pente naturelle d'un terrein dans lequel l'on voudroit pratiquer un chemin ; l'on demande de déterminer le moyen le plus commode & le moins dispendieux pour exécuter le projet.*

SOLUTION.

FIG. 169. LEVEZ exactement le profil du terrein. Si sur ce profil l'on maintient AK à peu près dans une situation horizontale, & que partant du point K l'on arrive au point G, en suivant une pente très-douce, la commodité se trouveroit dans un tel projet ; mais la dépense du déblai ABCK & du remblai KDEF, que l'on feroit obligé de faire, feroit trop considérable.

Si l'on maintient le chemin suivant la pente AG, ce second projet diminueroit de bien peu les dépenses tant de remblai que de déblai du premier projet.

Enfin si l'on divise le projet en trois pentes AH, HI & IG, elles réuniront à l'avantage d'être moins dispendieuses, celui de donner le moins de déblai & de remblai qu'il est possible.

Il ne s'agit donc que de bien examiner les profils du terrein naturel, la qualité des terres, les bois, pierres & graviers qui peuvent s'y trouver. Toutes ces obſervations ſont eſſentielles, & doivent entrer pour beaucoup dans la conſtruction du projet. Alors, ſur le profil exact, il ſera facile, en menant telle ou telle ligne, d'en déterminer l'inclinaiſon ; il ſuffira de mener une horizontale au-deſſus du projet, & de rapporter les différentes perpendiculaires B'H, C'K, D'I, dont on prévoit que l'on aura beſoin.

Le projet mûrement réfléchi & arrêté, il ſera facile de le rapporter ſur le terrein ; nous en avons donné la maniere : l'on aura ſoin ſeulement, à l'égard des pentes, de ne jamais en former au-deſſus de 7 pouces par toiſe ; l'on ne doit point paſſer ce terme.



TABLE

Des Haussements du Niveau apparent au-dessus du Niveau vrai.

Distances.	Toises.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
toif.					
50	. . .	. . .	. . .	. . .	. . 5
60	. . .	. . .	. . .	. . .	. . 6
70	. . .	. . .	. . .	. . .	. . 8
80	. . .	. . .	. . .	. . .	. .10
90	. . .	. . .	. . .	. . 1	. . 1
100	. . .	. . .	. . .	. . 1	. . 4
120	. . .	. . .	. . .	. . 1	. .11
140	. . .	. . .	. . .	. . 2	. . 7
150	. . .	. . .	. . .	. . 3	. . .
160	. . .	. . .	. . .	. . 3	. . 5
180	. . .	. . .	. . .	. . 4	. . 3
200	. . .	. . .	. . .	. . 5	. . 4
220	. . .	. . .	. . .	. . 6	. . 5
240	. . .	. . .	. . .	. . 7	. . 7
250	. . .	. . .	. . .	. . 8	. . 4
260	. . .	. . .	. . .	. . 9	. . .
280	. . .	. . .	. . .	. .10	. . 5
300	. . .	. . .	. . .	. .11	. .11
320	. . .	. . .	. . 1	. . 1	. . 6
340	. . .	. . .	. . 1	. . 1	. . 3
350	. . .	. . .	. . 1	. . 4	. . 3
360	. . .	. . .	. . 1	. . 5	. . .

SUITE DE LA TABLE

DES HAUSSEMENTS du Niveau apparent au-dessus du Niveau vrai.

Distances.	Toises.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
tois.					
380	. . .	. . .	. . 1	. . 7	. . 1
400	. . .	. . .	. . 1	. . 9	. . 2
420	. . .	. . .	. . 1	. . 11	. . 4
440	. . .	. . .	. . 2	. . 1	. . 7
450	. . .	. . .	. . 2	. . 3	. . .
460	. . .	. . .	. . 2	. . 4	. . .
480	. . .	. . .	. . 2	. . 6	. . 5
500	. . .	. . .	. . 2	. . 9	. . .
520	. . .	. . .	. . 2	. . 11	. . 0
540	. . .	. . .	. . 3	. . 2	. . 6
550	. . .	. . .	. . 3	. . 3	. . 11
560	. . .	. . .	. . 3	. . 5	. . 11
580	. . .	. . .	. . 3	. . 8	. . 5
600	. . .	. . .	. . 3	. . 11	. . 6
650	. . .	. . .	. . 4	. . 7	. . 9
700	. . .	. . .	. . 5	. . 4	. . 8
750	. . .	. . .	. . 6	. . 2	. . 3
800	. . .	. . .	. . 7	. . 0	. . 6
850	. . .	. . .	. . 7	. . 11	. . 4
900	. . .	. . .	. . 8	. . 10	. . 11
950	. . .	. . .	. . 9	. . 11	. . 1
1000	. . .	. . .	. . 11	. . 0	. . 0

SUITE DE LA TABLE

DES HAUSSEMENTS du Niveau apparent au-dessus du Niveau vrai.

Distances.	Toises.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
toif.					
1050	. . .	. . 1	. . 0	. . 0	. . 0
1100	. . .	. . 1	. . 1	. . 3	. . 8
1150	. . .	. . 1	. . 2	. . 6	. . 10
1200	. . .	. . 1	. . 3	. . 10	. . 1
1250	. . .	. . 1	. . 5	. . 2	. . 3
1300	. . .	. . 1	. . 6	. . 7	. . 1
1400	. . .	. . 1	. . 9	. . 6	. . 8
1500	. . .	. . 2	. . 0	. . 9	. . 0
1600	. . .	. . 2	. . 4	. . 1	. . 11
1700	. . .	. . 2	. . 7	. . 9	. . 5
1800	. . .	. . 2	. . 11	. . 7	. . 8
1900	. . .	. . 3	. . 3	. . 8	. . 6
2000	. . .	. . 3	. . 8	. . .	. . .
2100	. . .	. . 4	. . 0	. . 6	. . 1
2200	. . .	. . 4	. . 5	. . 2	. . 10
2300	. . .	. . 4	. . 10	. . 2	. . 3
2400	. . .	. . 5	. . 3	. . 4	. . 4
2500	. . .	. . 5	. . 8	. . 9	. . .
2600	. . 1	. . 0	. . 2	. . 4	. . 4
2700	. . 1	. . 0	. . 8	. . 2	. . 3
2800	. . 1	. . 1	. . 2	. . 2	. . 10
2900	. . 1	. . 1	. . 8	. . 1	. . 6

SUITE DE LA TABLE

DES HAUSSEMENTS du Niveau apparent au-dessus du Niveau vrai.

Distances.	Toises.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
toif.					
3000	. . 1	. . 2	. . 3	. . 0	. . 0
3100	. . 1	. . 2	. . 9	. . 8	. . 6
3200	. . 1	. . 3	. . 4	. . 7	. . 8
3300	. . 1	. . 3	. . 11	. . 9	. . 11
3400	. . 1	. . 4	. . 7	. . 3	. . 11
3500	. . 1	. . 5	. . 2	. . 9	. . 0
3600	. . 1	. . 5	. . 10	. . 6	. . 8
3700	. . 2	. . 0	. . 6	. . 7	. . 1
3800	. . 2	. . 1	. . 2	. . 10	. . 1
3900	. . 2	. . 1	. . 11	. . 3	. . 8
4000	. . 2	. . 2	. . 8	. . 0	. . 0
4100	. . 2	. . 3	. . 4	. . 10	. . 11
4200	. . 2	. . 4	. . 2	. . 0	. . 6
4300	. . 2	. . 4	. . 11	. . 4	. . 8
4400	. . 2	. . 5	. . 8	. . 11	. . 6
4500	. . 3	. . 2	. . 6	. . 0	. . 9
4600	. . 3	. . 1	. . 4	. . 9	. . 1
4700	. . 3	. . 2	. . 2	. . 11	. . 11
4800	. . 3	. . 3	. . 1	. . 5	. . 3
4900	. . 3	. . 4	. . 0	. . 1	. . 4
5000	. . 3	. . 4	. . 11	. . 0	. . 0
6000	. . 5	. . 3	. . 0	. . 0	. . 0

CONSTRUCTION ET USAGE
DE
LA BOUSSOLE.

Fig. 170. La principale piece de la boussole est une boîte rectangulaire ABCD, de 6, 7 & même 8 lignes de profondeur ; elle reçoit un cylindre de cuivre MN, dont la hauteur est la même que celle de la boîte. Le fonds du cylindre est un cercle de cuivre dont la circonférence est divisée en 360 parties égales ; le diametre MN, qui joint les deux divisions opposées 360 & 180, est distingué des autres ; l'on grave ordinairement une fleur-de-lis sur l'une de ces extrêmités, & un croissant sur l'autre ; sur le milieu du diametre MN est soudé un pivot de cuivre délié, & dont la pointe est légérement arrondie : ce pivot reçoit une aiguille aimantée, d'une longueur un peu moindre que le diametre de la boîte ronde MN. Tout le monde connoît la propriété singuliere de l'aiguille aimantée, elle se dirige constamment vers le même point, & revient à ce même point lorsqu'on l'en écarte. C'est sur ce phénomene qu'est fondé l'usage de cet instru-

ment. Avant d'entrer dans le détail des opérations, achevons la construction de la boussole. Le prolongement du diametre MN, gravé sur le fond de la boîte, est exactement marqué sur les côtés AB & DC aux points E & F. A ces points, l'on dispose deux pinules dont les fentes sont exactement dans le plan vertical qui passe par MN ; quelquefois les deux pinules sont disposées sur les bords A & D, mais alors il est absolument essentiel que AD soit parallele à la ligne MN. Endessous & au centre H de la boîte, est fixé un pivot pour disposer l'instrument sur un pied absolument semblable à celui de l'équerre ou du graphometre.

L'on peut joindre une boussole à l'équerre d'Arpenteur ; il est aisé d'en concevoir la construction. Les boussoles que l'on place au graphometre, servent à orienter les opérations de ce dernier instrument : mais le peu d'étendue que l'on donne à ces sortes de boussoles, ne permet pas d'en faire usage dans la levée des plans.

L'on a reconnu que la direction de l'aiguille aimantée étoit à peu près celle de *nord-sud* ; en sorte qu'ayant la plus grande mobilité sur le pivot, elle se dirige

toujours vers le nord ; & quel que ſoit le mouvement que l'on donne à la boîte, l'aiguille reprend toujours la même direction. Cette propriété donne donc une ligne principale & invariable dans quelque endroit que l'on tranſporte l'inſtrument ; donc, à divers points, les directions de l'aiguille ſeront paralleles, puiſqu'elles tendent vers un point prodigieuſement éloigné.

PROBLÊME.

L'on propoſe de lever avec la bouſſole le contour NOEF.

SOLUTION.

FIG. 171. FAITES planter des piquets aux angles E, F, N, & diſpoſez la bouſſole ſur le point O, de maniere que le centre correſponde au point O ; dirigez les pinules vers le piquet E ; & lorſque l'aiguille aura pris ſa direction, obſervez la valeur de l'angle COB ; tracez le croquis de l'opération, & menez ſur le croquis les deux lignes CD & ME à peu près paralleles ; marquez dans l'angle COB du croquis la valeur que vous venez de trouver. Dirigez les pinules vers N, & obſervez l'ouverture de l'angle NOC ; notez de

même ſur le croquis le réſultat de cette opération ; meſurez enfin les côtés ON & OE, & écrivez leur valeur ſur les côtés correſpondants du croquis. Cela poſé, ôtez la bouſſole du point O ; ſubſtituez-y un piquet, & tranſportez-vous au point E ; placez le centre de la bouſſole verticalement au-deſſus du point E; dirigez les pinules vers F, & obſervez la valeur de l'angle FEM que vous écrirez de même ſur le croquis ; meſurez enfin EF.

Pour rapporter l'opération précédente ſur le papier, l'on s'y prendra de la maniere ſuivante (*a*).

Menez une ligne *oe*, que vous ferez proportionnelle à OE ; au point *o*, & par le moyen du rapporteur, faites un angle *noe* égal à l'angle NOE ; enfin donnez à *no* autant de parties de l'échelle que NO contient de toiſes. De l'extrêmité *e*, menez une droite *em* parallele à *cd*; du point *e*, & ſur la ligne *em*, faites l'angle *mef* égal à l'angle MEF, & donnez à *ef* autant de parties de l'échelle que EF contient de toiſes : cette derniere opération terminera le plan.

(*a*) Les lettres italiques dont nous nous ſervons dans l'uſage de la bouſſole, ſervent à repréſenter les mêmes figures rapportées ſur le papier.

DÉMONSTRATION.

PUISQUE les lignes CD & EM sont paralleles sur le terrein, & que nous avons rapporté à ces paralleles la mesure des angles NOC, COE & FEM, il s'ensuit nécessairement que menant des paralleles *dc*, *em*, à des distances proportionnelles, & formant sur le papier des angles égaux aux correspondants du terrein; il s'ensuit, dis-je, que les figures rapportées de cette maniere seront semblables à celles du terrein.

REMARQUE.

FIG. 172. D'APRÈS le Problême précédent, il est aisé d'étendre l'usage de la boussole sur des configurations plus composées. Proposons-nous de lever le plan de l'espace accessible HDEFGB.

Faites planter des piquets aux angles H, D, E, G, F, & posez la boussole au point B. Supposons que la ligne de *nord-sud* soit AC, dirigez les pinules successivement aux piquets G, F, E, D & H, ce qui donnera la valeur des angles GBC, FBC, EBC, &c.; mesurez les côtés BG, BF, BE, BD & BH; notez exactement ces différentes valeurs sur le

croquis des opérations; pour rapporter cette opération ſur le papier, menez une ligne *abc*; prenez un point quelconque *b* ſur cette ligne; au point *b* & ſur *bc*, formez les angles *gbc*, *fbc*, *ebc*, égaux à leurs correſpondants, & faites les côtés *bg*, *bf*, *be*, &c. proportionnels à leurs homologues BG, BF, BE, &c., ce qui achevera de terminer le plan de l'eſpace propoſé.

Si le terrein n'étoit point acceſſible dans ſon intérieur, l'on ſeroit obligé d'en faire le tour, & de lever ſucceſſivement les angles. L'exemple ſuivant levera les difficultés que l'on pourroit avoir là-deſſus.

Soit l'eſpace BLKIGC dont on propoſe de déterminer le plan; faites planter des piquets aux angles L, K, I, G & C; diſpoſez la bouſſole au point B; dirigez les pinules vers le piquet C, & obſervez l'angle CBM; meſurez BC, & notez exactement ces valeurs ſur le croquis; ôtez la bouſſole du point B, tranſportez-la au point C; & après l'avoir établie à ce point, ſuivant les obſervations précédentes, viſez au piquet G; ce qui déterminera la valeur de l'angle ECG: meſurez CG, tranſportez-vous au point Fig. 173.

G, & déterminez la valeur de l'angle IGH; continuez de même à mesurer les côtés, & à prendre la valeur des angles formés par les côtés du polygone, & la ligne du *nord-sud*.

Pour rapporter cette opération sur le papier, menez une ligne *abm*; prenez sur cette ligne un point quelconque *b*, & formez l'angle *cbm* égal à CBM; faites *bc* proportionnel à BC; par l'extrêmité *c* de *bc*, menez *de* parallele à *am*, & formez l'angle *gce* égal à l'angle GCE; continuez de même l'opération.

Fig. 174. Enfin si l'on proposoit de lever plusieurs routes H'KBAF, l'opération n'auroit pas davantage de difficultés, puisque connoissant CBA, MKB, &c., ainsi que les côtés AB, BK, &c. il sera très-aisé, d'après ce que nous avons dit, d'achever l'opération & de la rapporter sur le papier. Lorsque l'on veut lever le plan des chemins, il ne faut opérer que sur les bords, ou sur la ligne qui le diviseroit à peu-près en deux également. Au reste, il ne faut pas espérer d'obtenir un plan rigoureusement exact, en se servant de cet instrument. Les observations que nous allons faire

faire là-dessus, seront plus que suffisantes pour prouver combien l'on doit se méfier de la boussole.

Si l'on donnoit un peu trop de longueur à l'aiguille aimantée, ses variations deviendroient plus considérables; ainsi l'on est obligé de donner peu d'étendue à cet instrument; d'où il suit que les divisions du cercle gradué seront très-petites. Delà le peu de justesse dans la fixation des angles; joignez à cette erreur celle que l'on commet en rapportant les angles par le moyen du rapporteur. D'ailleurs, avec la boussole, l'on est obligé de mesurer chaque côté; & plus l'on multiplie les mesures dans la levée des plans, plus l'on s'expose à faire des opérations inexactes; le peu d'intervalle qui sépare les deux pinules ne permet pas d'être assuré du rayon visuel; enfin des mines de fer qui peuvent se trouver près des endroits où l'on opere, en dérangeant la direction de l'aiguille, peuvent conduire à des erreurs considérables.



MÉMOIRE

Sur la méthode que l'on devroit ſuivre pour former les cadaſtres des Communautés, & ſur quelques obſervations au ſujet des limites.

COMME la plus grande partie des terres doivent payer au Roi, proportionnellement à leur qualité & à leur étendue, une ſomme que l'on appelle *taille réelle*, les communautés ſont obligées, pour être en état de faire la répartition, de connoître le contenu des poſſeſſions de chaque particulier; & l'on ne peut parvenir à cet objet, qu'en faiſant arpenter les différentes poſſeſſions qui compoſent l'étendue de la communauté.

Chaque fonds eſt confiné à meſure que l'on en détermine la ſurface. Ces confins ſont ordinairement appoſés de la maniere ſuivante : *Terre, pré, vigne, bois*, &c. (ſuivant l'eſpece) *d'un tel N., confine terre, pré*, &c., *d'un tel N., du levant; torrent & ſentier N., du couchant; vigne*, &c., *d'un tel N., du nord; & terre labourée*, &c., *d'un tel N., du midi.*

Les ſurfaces des fonds de chaque particulier étant déterminées & réduites à la meſure principale du pays où l'on opere, l'on forme un regiſtre dans lequel l'on inſere par ordre alphabétique, ou autrement, les différentes poſſeſſions appartenantes à un même particulier ; les confins y ſont exactement tranſcrits.

La menſuration ſe fait, en conſéquence de l'indication faite à l'Arpenteur, de chaque fonds & de ſes confins, par deux hommes que la communauté nomme à cet effet, & dont elle eſt reſponſable.

Le travail de la menſuration & le regiſtre fini, l'on procede enſuite à mettre l'eſtime ſur chaque fonds. Cette opération eſt faite par deux cultivateurs d'une probité reconnue, & que la communauté prend ordinairement dans les communautés voiſines.

L'eſtime n'eſt autre choſe qu'un prix arbitraire que les eſtimateurs mettent ſur le meilleur terrein; & enſuite ils diminuent ce prix, à proportion de la qualité des terres. Par exemple, après avoir reconnu les différentes eſpeces de terres, eu égard à la qualité, ſuppoſons qu'ils en aient trouvé dans toute la communauté de vingt-quatre eſpeces différentes; alors ils

estimeront la mesure principale reçue dans le pays, à 24 sous; si c'est aux environs de Grenoble, ils estimeront 24 sous la septerée du meilleur fonds, & l'estime de la plus mauvaise qualité ne sera estimée que 1 sou; les qualités de terreins intermédiaires, seront estimées proportionnellement depuis 23 sous jusqu'à 2 sous.

Il peut arriver que dans le même fonds il se trouve deux, trois, ou un plus grand nombre d'especes différentes de terres; dans ce cas, les estimateurs ayant sous les yeux le calcul fait de la surface totale, divisent cette surface proportionnellement, & y apposent l'estime dont chaque espece doit être chargée.

L'opération des estimes faite, l'Arpenteur doit calculer l'estime que chaque particulier doit supporter par rapport à l'étendue de ses possessions; par exemple, supposons un fonds de douze septerées, dont trois sont estimées à 15 sous, huit à 7 sous, & une à 24 sous. Pour connoître l'estime totale des douze septerées, l'on observera que les trois septerées à 15 sous feront 45 sous, ou 2 livres 5 sous; les huit septerées à 7 sous feront 56 sous, ou 2 liv. 16 sous; enfin la septerée à 24 sous fera

1 liv. 4 ſous : donc l'eſtime totale des douze ſepterées ſera de 2 livres 5 ſous + 2 liv. 16 ſ. + 1 liv. 4 ſ. ou 6 liv. 5 ſ.

L'on ſe conduit de la même maniere à l'égard de toutes les poſſeſſions. L'on dreſſe enſuite le courſier ; c'eſt un gros volume qui doit renfermer par ordre alphabétique les noms des particuliers qui compoſent la communauté. Ainſi tous les noms qui commenceront par B ſeront mis de ſuite ; & de même des autres. Pour reconnoître plus facilement la place que tiennent les vingt-quatre lettres de l'alphabet, l'on forme chaque lettre moulée à la tête des noms qui commencent par cette lettre ; & pour plus d'aiſance, l'on forme auſſi une petite table à la fin du courſier, compoſée de vingt-quatre lignes ; chaque ligne ſera compoſée d'une lettre alphabétique & du chiffre qui indique le folio où elle ſe trouve ; par exemple, pour chercher les poſſeſſions de *Binelly*, l'on aura recours à la petite table, & elle indiquera que le B eſt au folio 49 ou 107, &c. du courſier ; l'on cherchera le folio, & l'on ſuivra les noms qui commencent par B.

Comme chaque particulier a ſon eſtime totale calculée, il ſera facile d'avoir celle

de tous les fonds de la communauté ; pour cela il ſuffit d'ajouter les eſtimes particulieres de chaque poſſeſſeur : la ſomme ſera l'eſtime totale. Voici à quoi ſert cette eſtime totale.

Suppoſons que le Roi demande à une communauté 7800 liv. ; cette taxe annuelle eſt appellée *lançon* : alors les Officiers de la communauté s'aſſemblent pour faire la répartition du *lançon* ſur chaque particulier , & proportionnellement à l'eſtime que chacun ſupporte ; & il eſt aiſé de voir qu'il faut, pour y parvenir, déterminer combien doit ſupporter une livre d'eſtime , eu égard au lançon. Or, ſuppoſons que l'eſtime totale de la communauté ſoit de 340 livres, il eſt clair que ſi l'on diviſe le *lançon* en 340 parties égales, ou ce qui revient au même, ſi l'on diviſe le *lançon 7800* par 340, le quotient 22 liv. 19 ſous, à peu de choſe près, indiquera combien doit ſupporter chaque livre d'eſtime. Maintenant pour charger chaque particulier, l'on regarde dans le courſier à combien il eſt d'eſtime. Suppoſons, par exemple, que l'eſtime totale des fonds d'un particulier ſe monte à 7 liv., puiſque chaque livre d'eſtime doit ſupporter par

rapport au *lançon 7800*, 22 liv. 19 ſous; il eſt clair que 7 liv. d'eſtime ſupporteront 7 fois 22 liv. 19 ſous, ou 155 liv. 13 ſous; c'eſt-à-dire que ce particulier ſupportera une taille de 155 liv. 13 ſous: il en eſt de même des autres. L'on voit bien qu'à meſure que le *lançon* change, la taille devient plus ou moins forte; il ſera auſſi aiſé de comprendre de quelle maniere ſe font les autres impoſitions.

Il peut arriver qu'un particulier vende une de ſes poſſeſſions à un autre; alors le Greffier doit faire mention de ce changement de poſſeſſeur; & pour cela, il eſt néceſſaire de conſerver, après le feuillet qui renferme les différentes poſſeſſions d'un particulier, un ou deux feuillets de papier blanc, pour faire mention de ce changement. Le Greffier mettra à l'article de l'acquéreur: *Ce jourd'hui*, &c. *un tel a acquis un tel fonds d'un tel, faiſant tant d'eſtime.* Mais il y a une négligence impardonnable dans la plus grande partie des Greffiers; & il n'eſt pas rare d'avoir vu des particuliers ſupporter des tailles d'un fonds qu'ils ne poſſedent pas: il eſt vrai qu'il y a autant de négligence de la part des particuliers de ne pas ſe faire décharger des tailles du

fonds dont ils viennent de se défaire (*a*).

Telle est en général la méthode que l'on suit dans la plus grande partie des cadastres.

Il est étonnant de voir avec quelle négligence ces sortes d'ouvrages sont faits : comme ils sont donnés à ceux qui font la meilleure composition, ce ne sont ordinairement que des gens peu instruits, qui se chargent de ce travail : qu'arrive-t-il delà ? C'est que ces Arpenteurs ne sachant pas assez de théorie, & manquant de pratique pour réduire tout à une mensuration horizontale, déterminent les surfaces par des à-peu-près ; au moyen de quoi ils donneront à un particulier un espace plus grand réellement que celui qu'il possede, & delà ce particulier sera chargé plus considérablement. Par exemple, qu'un de ces gens travaille à un cadastre d'une communauté dont le terrein soit occupé par des côteaux, montagnes, rochers, bois, &c. ; il est clair que n'étant pas en état d'exécuter cette opération, en levant géométriquement les possessions, il ne pourra achever son travail

(*a*) L'on peut forcer les Greffiers des communautés de faire l'enrégistrement.

que par des à-peu-près ; & delà l'inconvénient que nous venons de décrire.

Pour mieux faire comprendre de quelle conséquence il eſt que les poſſeſſions ſoient levées géométriquement, ſuppoſons que l'Arpenteur donne à une poſſeſſion 9 ſepterées de plus ſur 100 ſepterées qu'elle contient : ces neuf ſepterées eſtimées à 20 ſous, feront à 9 liv. d'eſtime. Suppoſons que par rapport au lançon la livre d'eſtime ſoit de 8 livres : le poſſeſſeur donnera donc toutes les années 72 liv. qu'il ne devra pas. Combien il en eſt qui paient de plus fortes tailles annuellement, parce que leurs poſſeſſions ne ſont pas levées géométriquement. Ce n'eſt pas là le ſeul inconvénient des cadaſtres levés par des gens incapables de faire ces ſortes d'opérations.

Il feroit donc eſſentiel que le Miniſtere daignât jeter un coup d'œil ſur cette partie, & ordonnât que ces ſortes de travaux ne fuſſent confiés qu'à des perſonnes inſtruites, & qui pourroient l'exécuter de la maniere ſuivante.

Les poſſeſſions qui compoſent la communauté, feront levées géométriquement, dans un ordre ſuivi & ſucceſſif, c'eſt-à-dire que le plan formera une carte

topographique détaillée. L'échelle dont on se servira, sera assez grande pour que l'on puisse distinguer les pieds.

Le Géometre commencera la levée de la carte, par l'une des extrêmités de la communauté ; il se servira de la planchette & d'une chaîne de fer de dix toises de longueur ; il aura soin de ne point multiplier les mesures dans les bases, mais de les déterminer par des points de repairs, en suivant la méthode que nous avons détaillée ci-dessus, autant que cela se pourra. A mesure que la possession d'un particulier sera déterminée sur la planchette, les Indicateurs donneront les confins ; & le Géometre écrira dans la figure fixée sur la planchette l'espece du terrein & ses confins. Il aura soin aussi de numéroter chaque possession suivant l'ordre des chiffres 1, 2, 3, 4, &c.

La carte levée dans un ordre successif, le Géometre travaillera au calcul ; c'est-à-dire qu'il déterminera la surface de chaque fonds figuré sur la planchette ; les surfaces particulieres seront rapportées au numéro du plan.

Le calcul de toutes les possessions fini & rapporté au numéro de leur plan géométrique sur la carte totale, le Géometre

travaillera au courfier ; il raffemblera tous les fonds appartenants au même particulier, & fuivra l'ordre alphabétique des lettres qui commencent les noms de chaque particulier. Ces articles féparés, appartenants au même particulier, feront écrits de cette maniere : *Terre ou pré* (fuivant la nature du terrein) *confine un tel du levant, un tel du couchant*, &c. *contenant quatorze fepterées*, &c. *eftimées....* L'eftime fera en blanc, parce qu'elle ne doit être appofée que lorfque tout le travail eft achevé ; l'on aura foin de laiffer deux feuillets de papier blanc, pour décharger ou charger le particulier, dans le cas où il vînt à fe défaire ou acquérir une nouvelle poffeffion. Ce courfier fera folidement relié, & l'on aura foin de mettre à tous les angles, des triangles de cuivre, pour les fortifier.

Les Eftimateurs ayant pofé leur eftime, le Géometre calculera l'eftime que doit fupporter chaque fonds ; la méthode eft fimple, nous l'avons expliquée précédemment ; & au bas de la collection des différents fonds appartenants au même particulier, il mettra l'eftime générale que ce particulier doit fupporter.

Comme la carte topographique feroit

trop considérable, le Géometre la divisera en plusieurs planches d'une certaine grandeur, par exemple, de deux pieds & demi de longueur; l'on fera faire du papier de cette dimension; ce papier doit être fort. Cette dépense n'est pas considérable, eu égard à l'utilité & à l'objet. Les planches seront dans un ordre suivi; c'est-à-dire que les fonds qui se trouvent sur le bord de la premiere planche, seront rapportés au bord opposé de la seconde; afin que les planches qui formeront cet atlas, soient aussi dans un ordre suivi; de maniere que commençant par l'une des extrêmités de la communauté, les planches présentent les plans dans le détail & dans un ordre suivi & successif. Cet atlas doit être relié solidement.

Les chiffres posés dans le plan particulier de chaque possesseur, seront écrits en rouge.

Telle est la maniere dont il faudroit former les cadastres des communautés: les avantages sont sans nombre. En voici les principaux.

Il arrive souvent des cas où il est nécessaire de reconnoître le fonds que possédoit un particulier, il y a soixante, quatre-vingts & même cent ans. Cette opération

eſt des plus difficiles, lorſque le cadaſtre n'eſt pas ſoutenu d'un plan géométrique; le Commiſſaire, chargé de ce travail, eſt obligé de reconnoître le mas dans lequel ſe trouve compris le fonds que l'on cherche : alors il dreſſe une carte littérale, en partant d'un confin immuable, & ſuit avec des Indicateurs le fonds détaillé dans la carte qu'il a dreſſée. Mais s'il ne ſe trouve aucun confin duquel l'on puiſſe partir, & que le fonds qui compoſe ce mas, n'ait plus d'ancien propriétaire; alors il eſt inutile de chercher à donner le vrai emplacement à la poſſeſſion; jamais l'on n'y parviendroit, & l'injuſtice que l'on commettroit innocemment dans cette recherche, tomberoit ſur les particuliers circonvoiſins. Mais ſi le cadaſtre eſt ſoutenu par un plan géométrique, il ſera aiſé de reconnoître ſur ce plan les différentes poſſeſſions; & le plan géométrique étant donné, il ſera ſimple de le reconnoître & de le rapporter ſur le terrein. D'après ce que nous avons dit dans notre Traité de la Planchette, l'on doit être en état de faire cette opération.

Un ſecond avantage non moins eſſentiel que celui-ci, c'eſt d'éviter une foule de procès au ſujet des limites. Une fois

que le plan géométrique des possessions particulieres est reçu par la communauté, il est facile à un particulier de reconnoître si son voisin passe les limites. Pour cela, ce particulier prend la longueur d'un ou de deux des côtés qui terminent sa possession; & se transportant sur le terrein, il lui sera facile de voir si sa possession n'est point entamée par le voisin. L'on ne sauroit trop faire attention à ce second avantage; tout le monde sait quelle foule de procès les limites occasionnent; & ces procès, toujours dispendieux, sont souvent la ruine des particuliers.

Un troisieme avantage, qui seroit peut-être une raison d'économie pour l'État, c'est qu'en forçant les communautés à avoir leur cadastre formé de cette maniere, il seroit facile alors au Ministere d'avoir le plan général du royaume.

Nous n'avons point fait mention des fonds nobles, ni de la maniere de les disposer; mais cela est simple. Les possessions des nobles ne sont point distinguées dans le plan géométrique; mais l'on en forme un chapitre séparé dans le coursier. Ainsi le coursier sera divisé en deux parties: la premiere sera les fonds taillables; & la seconde contiendra les no-

bles : l'une & l'autre feront rangées fuivant ce que nous avons dit. L'eftime fe met toujours fur les fonds nobles comme fur les taillables. Ainfi il fuffit de divifer le courfier en deux chapitres, & de former ces chapitres fuivant l'ordre que nous avons indiqué.

OBSERVATION fur les limites.

La plus grande partie des procès viennent du peu de foin que l'on a de planter les limites. Il eft inoui de voir quelle négligence les propriétaires apportent pour limiter leurs fonds ; quelquefois ils pofent pour limites des pierres d'un pied de hauteur. Ces pierres font placées dans un trou ; & l'on difpofe fur leurs côtés d'autres pierres plates, qui étant dans la direction d'un angle à l'autre, indiquent l'alignement du côté terminé par deux limites. Ces pierres plates font appellées *gardes*, dans quelques pays. Cette maniere de planter des limites, eft des plus défavantageufes ; comme les pierres n'excedent que de peu de chofe la furface du terrein, les labours, après un certain nombre d'années, couvrent ces limites ; & alors il eft impoffible de les diftinguer. Comme les rentiers ont la négligence de

ne point avertir les propriétaires, le temps s'écoule; & l'on arrive enfin à un point où il n'eſt plus poſſible de reconnoître l'endroit où les limites étoient diſpoſées: cela arrive journellement.

Lorſque les terreins ſont en pente; au bout de la ſeconde ou troiſieme année, les limites ſont couvertes. Et ce que j'avance ici, tout le monde eſt en état de le reconnoître.

Dans pluſieurs endroits, l'on limite les terres par des foſſés; ſans doute que cette maniere eſt préférable à la premiere: mais ſouvent il arrive encore des conteſtations ſur la cure de ces foſſés; d'ailleurs les foſſés s'écroulent peu à peu, & gênent le labourage. Le même inconvénient ſe trouve dans les fonds entourés de pierres.

Les haies, en s'étendant, occaſionnent quelquefois des procès; elles gênent le labourage, & ſont l'aſyle des chenilles, hannetons, rats, &c. Les clos de mur ſont fort diſpendieux.

Lorſque l'on plante des limites compoſées d'une ſeule pierre, elles n'ont aucune autorité, ſi elles ne ſont pas accompagnées de leurs garants, qui ſont les pierres plates que l'on place à côté de la limite;

limite ; les garants sans limites ne servent de rien ; enfin les uns & les autres servent de peu, s'ils ne sont pas renseignés par des actes, ou constatés par la possession.

Voici de quelle maniere l'on pourra procéder à la plantation des limites. Nous exigeons qu'en même temps que les limites se planteront, l'on en dresse pardevant Notaire un acte de description.

Supposons, par exemple, qu'un particulier veuille limiter une de ses possessions d'une maniere stable, peu dispendieuse, & représentée par la figure ABCDKF.

L'on plantera des piquets aux angles de la figure, & plusieurs piquets *c*, *b*, *e* sur les côtés. Cela posé, l'on fera ouvrir un fossé *g*A*e* de 6 pieds de longueur de A en *e* ; il aura 3 pieds de profondeur. Le fossé fini & exactement aligné aux piquets *c*, *b*, *e* ; l'on aura du charbon de bois pilé ; & l'on en répandra dans le fossé à la hauteur de 6 pouces ; l'on couvrira le tout de pierres, & l'on mettra par-dessus un pied & demi de terre ; ensuite l'on placera à l'angle A une limite ordinaire, garnie de ses témoins, suivant l'usage établi dans le pays ; mais

dans l'acte il fera fait mention des fossés que l'on a fait pratiquer, & du charbon que l'on a répandu sur le fond.

La même opération se réitérera à tous les angles de l'espace.

Cela posé, le propriétaire choisira un angle F au nord de son fonds, & il s'assurera de cette limite en la faisant disposer solidement ; c'est par son moyen que l'on doit retrouver toutes les autres ; il aura donc attention de faire placer à l'angle F une forte pierre qui ne puisse être dérangée ; il assurera même l'extrêmité de la limite avec de la maçonnerie. Toute ces précautions prises, & l'acte dressé, le propriétaire levera ou fera lever géométriquement le fonds ABCD, &c. ; & au point F, il fera tracer une méridienne FG ; cette méridienne ne se tracera point à la boussole à cause de ses variations, mais par des points d'ombre trouvés sur une surface horizontale. Rien n'est plus simple que de fixer la méridienne suivant cette méthode ; on la trouvera très-bien détaillée dans la *Gnomonique du Pere Bedos de Celles.*

L'on peut encore déterminer la méridienne, au moyen de l'étoile polaire. Enfin, de quelque maniere qu'on la

détermine, l'on aura ſoin de la faire paſſer par la limite ſtable F, & de la prolonger au loin ſur le terrein. Cela poſé, l'on tranſportera la planchette au point F, & l'on fera convenir le point F du plan ſur le point F correſpondant du terrein; & s'aſſurant de la poſition de la planchette par le moyen du côté AF, l'on fixera ſur le plan la méridienne FG; l'on tracera cette ligne, & l'on écrira ſur ſa longueur, *méridienne* qui paſſe par telle limite; alors l'on ôtera tous les piquets qui fixent la méridienne : l'application en eſt ſimple.

Suppoſons que le particulier, après un temps conſidérable, ait perdu toutes les limites A, B, C, D, & qu'il ne reſte que la limite immuable F. Pour trouver toutes les autres, l'on tracera ſur le terrein une méridienne qui paſſera par le point F; alors rapportant la poſition de la méridienne de l'ancien plan ſur le nouveau papier de la planchette, l'on diſpoſera un des points de cette méridienne ſur le point F; & à ce point, faiſant l'angle AFG, égal à celui de l'ancien plan, après s'être aſſuré de la poſition de la planchette par rapport à la méridienne que l'on vient de tracer, l'on

posera l'alidade sur le côté AF de la planchette, & l'on fera planter plusieurs piquets sur cet alignement ; prenant ensuite le nombre de parties de l'échelle que contient AF sur l'ancien plan, l'on fera mesurer sur le terrein un égal nombre de toises ; & le point A sera déterminé. Faisant fouiller les terres à ce point, l'on trouvera le charbon que l'on avoit disposé lors de la plantation des limites. Il sera facile d'achever le reste de l'opération, puisqu'en ayant l'ancien plan & un côté AF fixé, il ne reste plus qu'à suivre les autres côtés avec la planchette.

Si pour plus de sûreté, & dans le cas que le plan vînt à se perdre, l'on vouloit faire mention de cette méridienne dans l'acte, l'on s'y prendroit de la maniere suivante.

La méridienne se tracera devant les Experts, le Notaire & les Témoins ; alors l'Arpenteur suivra cette méridienne avec l'équerre ; & des angles A, K, &c., où sont posées les limites, il abaissera des perpendiculaires AL, KD′, &c., sur la méridienne. Cette premiere opération faite, l'on mesurera les parties FL & FD′ ; & il sera dit, dans l'acte, que la limite A du côté du nord, se

trouve éloignée de la méridienne, perpendiculairement de *tant*, & que l'extrémité de cette perpendiculaire est éloignée de *tant* de la limite par-où passe la méridienne ; & de même des autres.

L'acte faisant mention de toutes ces choses, il sera facile de reconnoître la position des limites A, K, &c. Pour cela, après avoir tracé la méridienne, l'on mesurera sur elle le nombre de toises porté par l'acte ; de l'extrémité L, l'on élevera une perpendiculaire LA, que l'on fera proportionnelle à LA sur l'acte ; & le point A sera déterminé.

Comme cette méthode seroit longue à exécuter dans le cas où l'espace seroit grand, l'on peut prendre avec le graphometre la valeur de l'angle AFG, & celle de l'angle GFK formé par la méridienne, & les limites A & K ; l'on fera mention, dans l'acte, de l'ouverture de ces angles, & de la longueur des côtés AF & FK ; enfin l'on posera le graphometre au sommet de chaque angle, & l'on mesurera les côtés. Ces mesures d'angles & de côtés seront décrits dans l'acte, suivant un ordre contigu ; c'est-à-dire que faisant face à la méridienne,

l'on fera mention que l'on a commencé par la droite ou par la gauche, &c.

Les limites perdues, il eſt facile de voir comment l'on retrouveroit leur premiere poſition.

L'on peut étendre ce principe général, & ſe plier aux circonſtances, ſuivant l'irrégularité des poſſeſſions.

F I N.

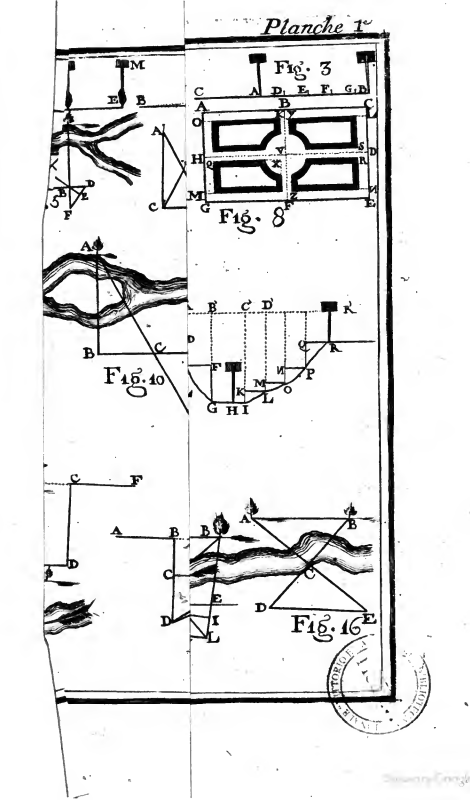
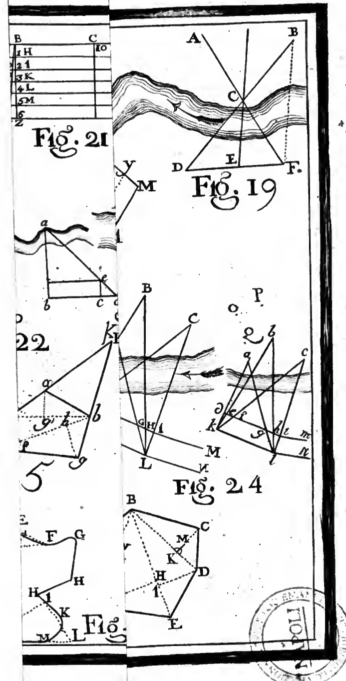
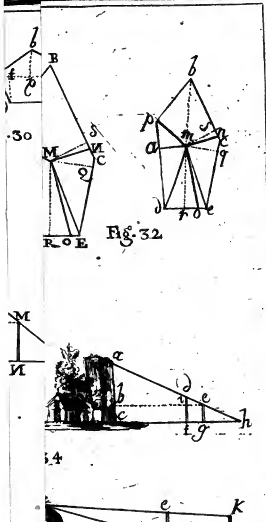

Fig. 3
Fig. 8
Fig. 10
Fig. 16

Planche 2e.




b
B
f
C
.30
S
M
N
C
Q
R
O
E
Fig. 32
b
p
m
n
a
c
q
d
r
o
e

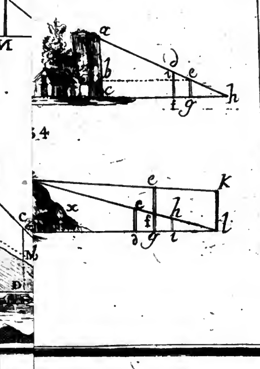
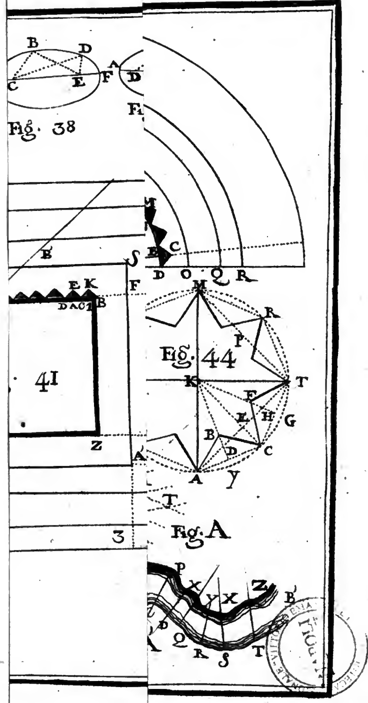

M
N
a
d
b
e
c
h
f
g
.4
e
K
x
e
h
C
f
l
d
g
i
M
D

Planche 4e



B
D
A
C
E
F
D
F
Fig. 38
B
E K
D A C I B
41
Z
M
E
C
D O Q R
F
M
R
P
Fig. 44
K
T
F
E
H
G
B
D
C
A
y
A
T
3
Fig. A
P
X
Y
X
Z
B
D
Q
R
S
T

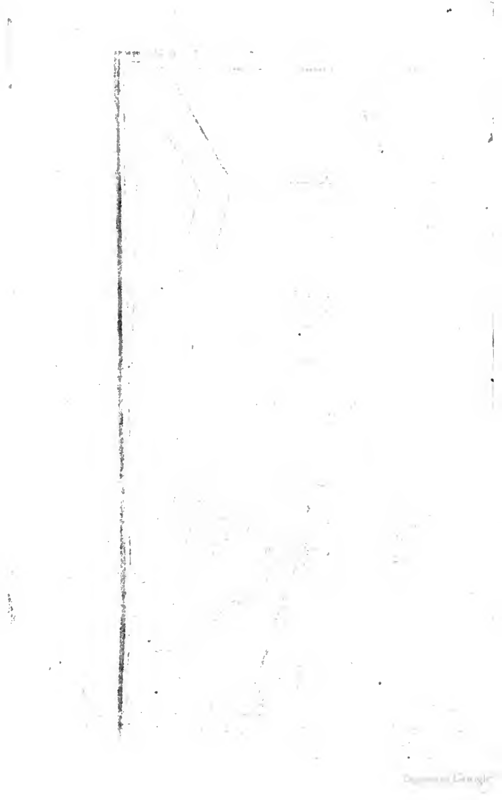
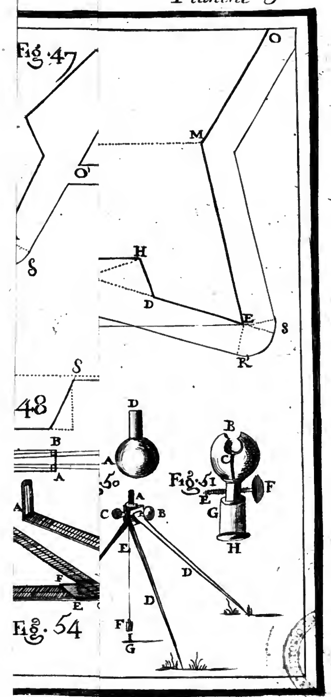
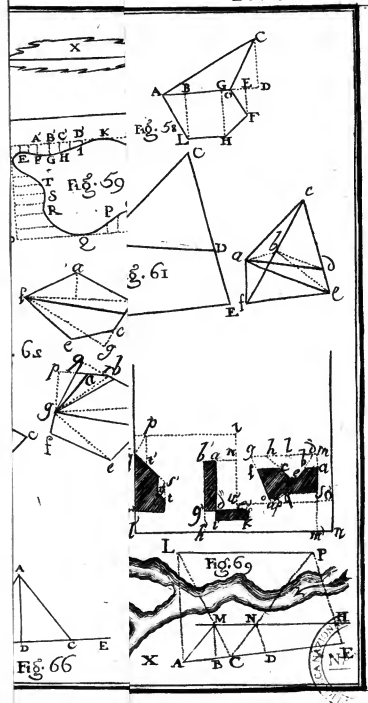
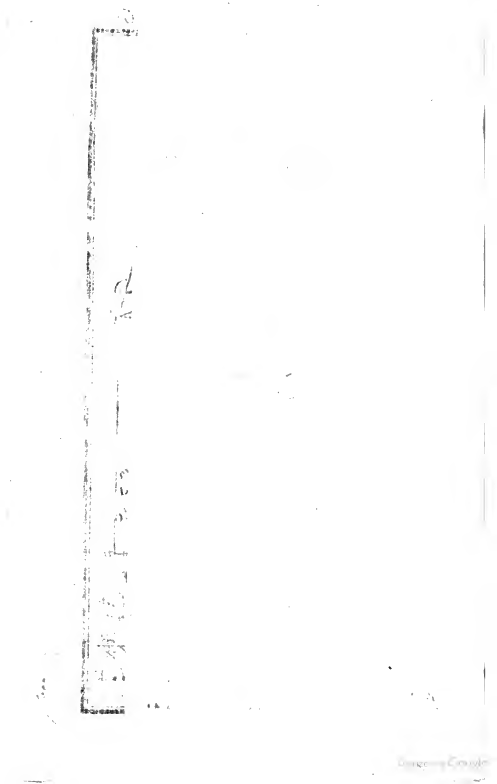


Planche 5e


Fig. 47
O
M
O'
S
H
D
E
S
R'
S
48
B
A
A
D
A
Fig. 50
B
C
Fig. 51
F
E
G
H
A
C
B
E
D
D
F
G
F
E
Fig. 54


X
A B C D K
E F G H I
T
S
R
P
Q
Fig. 59
Fig. 58
A B G E D
F
L H
C
D
E
g. 61
a
f
c
e
g
65
p q a b
g
c f e
c
b
a d
f e
p i
t
s
t
l
b a n
g
i k
h
g h l m
f c e a
m n
L
Fig. 69
P
M N
H
X A B C D E
A
D C E
Fig. 66



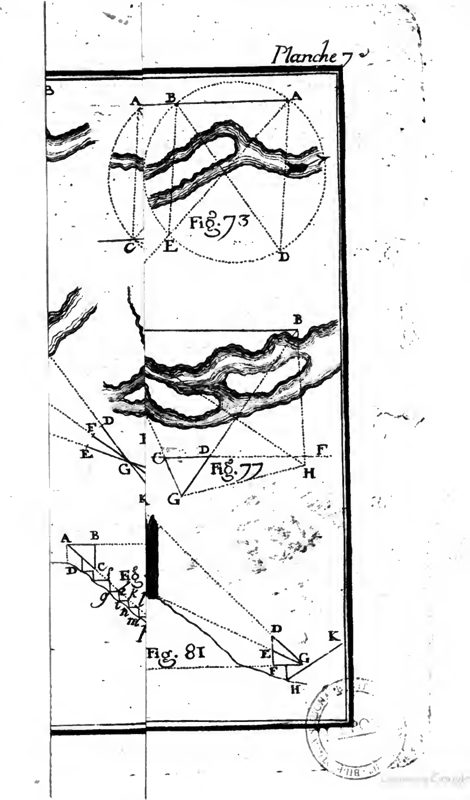

A
B
A
Fig. 73
C
E
D
B
F
D
E
G
G
D
F
Fig. 77
H
K
G
A
B
D
C
Fig.
D
K
E
G
Fig. 81
F
H

Planche 8e

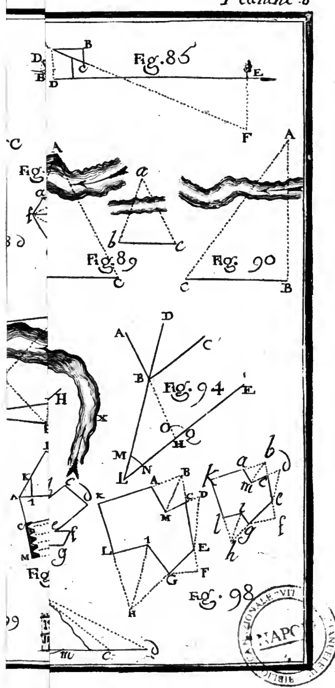


Planche. 9

Fig. 101

Fig. 103

Fig. 107

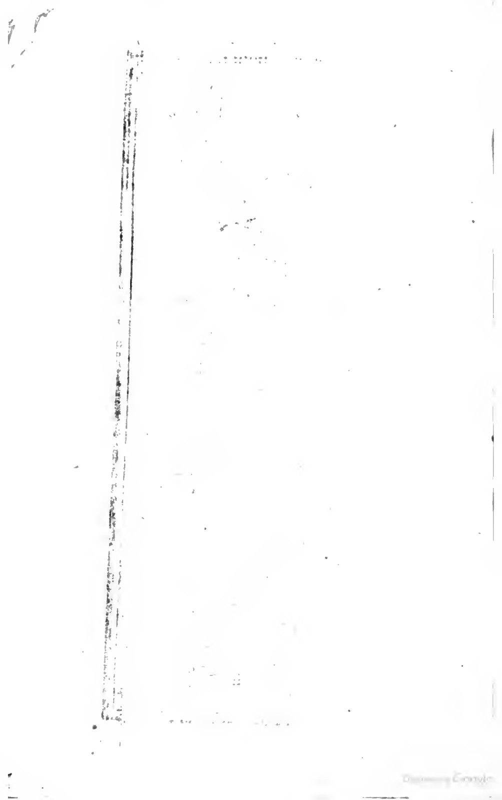
Fig. 112

Fig. 113

Fig. 117

Fig. 118

Fig. 119



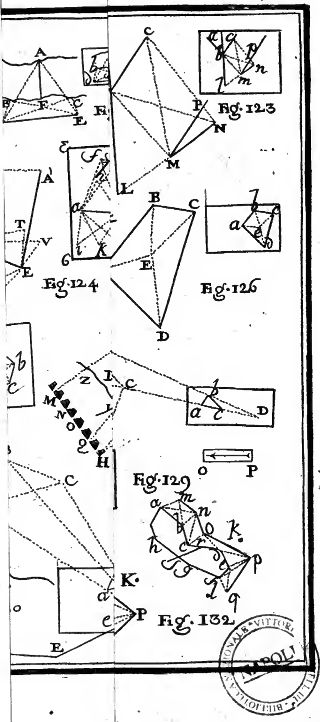
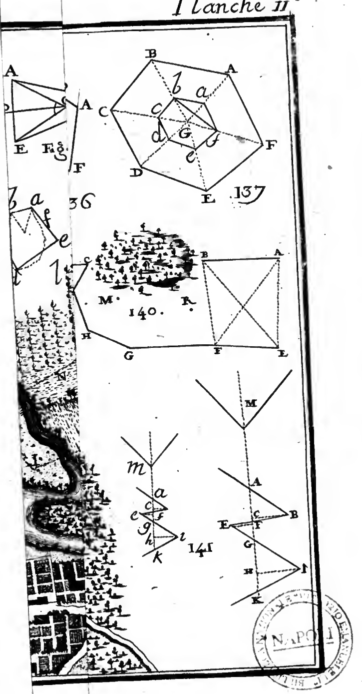

A
B
F
C
E
Fig. 123
Fig. 124
Fig. 126
Fig. 129
Fig. 132
A'
T
V
E
B
C
E
D
M
N
P
L
C
I
Z
M
N
O
H
D
O
P
C
K
P
E

Planche II.



A
E
Fig.
A
F
36
b a
f
e
l
B
A
b a
c
C
d G
f
F
e
D
E
137
c
B
A
M.
140.
R
H
G
F
L
N
M
m
a
c
e
f
g
h
i
k
141
A
C
B
E
F
G
H
I
K

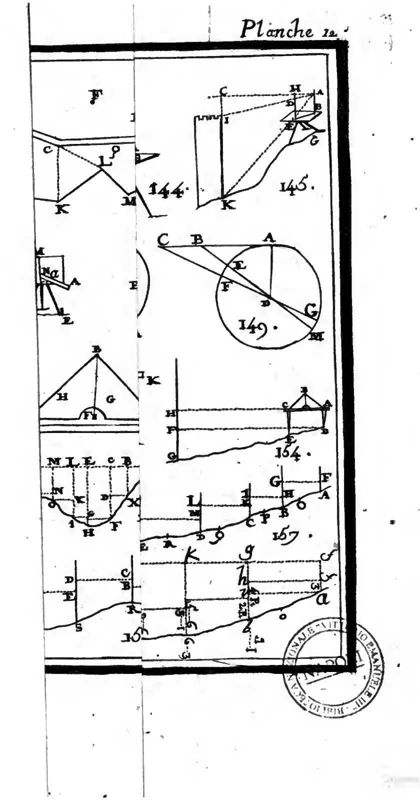

Planche 12
144.
145.
149.
154.
157.

Planche . 13e

160.

163.

167.

168.

171.

173.

176.



